ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ
СОЮЗА ССР

НАДЕЖНОСТЬ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ

СИСТЕМА СБОРА И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЧЕЧНЫХ ОЦЕНОК ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ НАБЛЮДЕНИЙ

ГОСТ 17509—72

Цена 17 коп.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СТАНДАРТОВ
СОВЕТА МИНИСТРОВ СССР
Москва

УДК 002.6 : 62-192(083.74) Группа Т51

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ СОЮЗА ССР

НАДЕЖНОСТЬ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Система сбора и обработки информации. Методы определения точечных оценок показателей надежности по результатам наблюдений

Reliability of engineering products. System of collecting and selection the information. Methods definition of point estimatins for reliability indices by observation results

ГОСТ 17509—72

Постановлением Государственного комитета стандартов Совета Министров СССР от 15/I 1972 г. № 263 срок введения установлен

с 1/I 1973 г.

Несоблюдение стандарта преследуется по закону

Стандарт устанавливает определение точечных оценок показателей надежности по параметрам наиболее распространенных законов распределения (экспоненциального, Вейбулла, нормального, логарифмически-нормального) методом максимального правдоподобия в зависимости от плана наблюдений в условиях эксплуатации.

Стандарт является составной частью комплекса государственных стандартов по сбору и обработке информации о надежности изделий машиностроения.

На основе настоящего стандарта допускается разрабатывать отраслевые стандарты или руководящие материалы применительно к специфике отрасли.

1. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ

1.1. Под оценками показателей надежности понимают числовые значения показателей, определяемые по результатам наблюдений за изделиями в условиях эксплуатации. За числовое значение показателя принимают точечную оценку или доверительные границы интервала, который с заданной доверительной вероятностью покрывает истинное значение показателя. Точечную оценку принимают за приближенное значение неизвестного показателя.

1.2. Работа по определению оценок показателей надежности должна выполняться по программе и методике, согласованной с головной организацией по сбору и обработке информации о надежности.

Издание официальное **Перепечатка воспрещена**

★

Переиздание. Март 1973 г.

1.3. В методике по каждому конкретному виду продукции или группе изделий должны быть указаны:

номенклатура показателей надежности изделий и их элементов;

доверительная вероятность, с которой должны находиться доверительные границы для показателей надежности;

критерии отказов;

законы распределения случайных величин: наработки до первого отказа, ресурса, срока службы, срока сохраняемости, времени восстановления;

план наблюдений по ГОСТ 17510—72.

1.4. Законы распределения случайных величин при необходимости уточняют перед проведением работ по определению оценок показателей надежности.

1.5. Для получения доверительных границ для показателей надежности следует использовать доверительные вероятности 0,80; 0,90; 0,95; 0,99, выбираемые в зависимости от типа изделия, его назначения и устанавливаемые в соответствующих методиках.

1.6. Для показателей надежности, определяемых по результатам наблюдений в условиях эксплуатации с целью их последующего включения в нормативно-техническую документацию, должны быть указаны точечные оценки показателей надежности, их доверительные границы с указанием принятой доверительной вероятности.

1.7. Обозначения, используемые в стандарте, даны в приложении 5.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЧЕЧНОЙ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

2.1. Оценка параметров экспоненциального закона распределения

2.1.1. Функция плотности вероятности задана в виде:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \text{ при } t \geqslant 0; \qquad (1)$$

точечную оценку $\hat{\lambda}$ для параметра λ вычисляют по формулам табл. 1.

Пример определения точечной оценки параметра λ дан в приложении 4 (пример 1).

2.2. Оценка параметров закона распределения Вейбулла

2.2.1. Функция плотности вероятности задана в виде:

$$f(t) = b\lambda t^{b-1} e^{-\lambda t^{b}} \text{ при } t \geqslant 0; \qquad (2)$$

точечную оценку λ и b для параметров λ и b вычисляют по формулам табл. 2.

2.2.2. Формулы табл .2 обычно решают графическим способом.

Таблица 1

Планы наблюдений	Формулы для определения точечных оценок $\hat{\lambda}$
$[N, U, N]$	$\dfrac{N}{\sum\limits_{i=1}^{N} t_i}$
$[N, U, T]$	$\dfrac{d}{\sum\limits_{i=1}^{d} t_i + (N-d)\,T}$
$[N, U, r]$	$\dfrac{r-1}{\sum\limits_{i=1}^{r} t_i + (N-r)t_r}$
$[N, R, T]$	$\dfrac{d}{NT}$
$[N, R, r]$	$\dfrac{r-1}{Nt_r}$

Пример определения точечных оценок $\hat{\lambda}$ и $\hat{b}$ графическим способом приведен в приложении 4 (пример 2).

2.3. Оценка параметров нормального закона распределения

2.3.1. Функция плотности вероятности задана в виде:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} \text{ при } t \geqslant 0; \qquad (3)$$

точечную оценку параметров a и σ вычисляют соответственно по формулам табл. 3.

2.3.2. Значения $f_1\ (k)$, используемые в формулах табл. 3 и 4, находят по табл. 3 приложения 3.

Коэффициент k определяют по формулам табл. 4.

Таблица 2

Планы наблюдений	Формулы для определения точечных оценок $\hat{\lambda}$ и $\hat{b}$
$[N, U, N]$	$\hat{\lambda} = \dfrac{N}{\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{b}}$; $\left(\dfrac{N}{\hat{b}} + \sum\limits_{i=1}^{N} \ln t_i\right) \sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} - N \sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} \ln t_i = 0$

Продолжение

Планы наблюдений	Формулы для определения точечных оценок $\hat{\lambda}$ и $\hat{b}$
$[N, U, T]$	$\hat{\lambda}=\dfrac{d}{\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}+(N-d)T^{\hat{b}}}$; $\left(\dfrac{d}{\hat{b}}+\sum\limits_{i=1}^{d}\ln t_i\right)\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}+(N-d)T^{\hat{b}}\right]-d\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}\ln t_i+(N-d)T^{\hat{b}}\ln T\right]=0$
$[N, U, r]$	$\hat{\lambda}=\dfrac{r}{\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}+(N-r)t_r^{\hat{b}}}$; $\left(\dfrac{r}{\hat{b}}+\sum\limits_{i=1}^{r}\ln t_i\right)\left[\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}+(N-r)t_r^{\hat{b}}\right]-r\left[\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}\ln t_i+(N-r)t_r^{\hat{b}}\ln t_r\right]=0$
$[N, R, T]$*	$\hat{\lambda}=\dfrac{d}{N\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}+(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i)^{\hat{b}}\right]}$; $\left(\dfrac{d}{\hat{b}}+\sum\limits_{i=1}^{d}\ln t_i\right)\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}+(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i)^{\hat{b}}\right]-d\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}\ln t_i+(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i)^{\hat{b}}\ln(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i)\right]=0$
$[N, R, r]$*	$\hat{\lambda}=\dfrac{r}{N\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}}$; $\left(\dfrac{r}{\hat{b}}+\sum\limits_{i=1}^{r}\ln t_i\right)\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}-r\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}\ln t_i=0$

* В формулах t_i — наработки между отказами.

Пример определения точечных оценок параметров нормального закона распределения и их односторонних и двусторонних доверительных границ с вероятностью β дан в приложении 4 (пример 3).

Таблица 3

Планы наблюдений	Формулы для определения точечных оценок $\hat{a},\hat{\sigma}$	
	параметра a	параметра σ
$[N,U,N]$	$\dfrac{\sum_{i=1}^{N} t_i}{N}$	$\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{N}(t_i-\hat{a})^2}{N-1}}$
$[N,U,T]$	$k\hat{\sigma}+T$	$\dfrac{T-\frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d} t_i}{\frac{N-d}{d}f_1(k)-k}$
$[N,U,r]$	$k\hat{\sigma}+t_r$	$\dfrac{t_r-\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} t_i}{\frac{N-r}{r}f_1(k)-k}$

Таблица 4

Планы наблюдений	Формулы для определения коэффициента k
$[N,U,T]$	$\dfrac{\frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d} t_i^2-(\frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d} t_i)^2}{(T-\frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d} t_i)^2}=\dfrac{1+\frac{N-d}{d}kf_1(k)-\left(\frac{N-d}{d}\right)^2 f_1^2(k)}{\left[\frac{N-d}{d}f_1(k)-k\right]^2}$
$[N,U,r]$	$\dfrac{\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} t_i^2-\left(\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} t_i\right)^2}{(t_r-\frac{1}{r}\sum_{i=1} t_i)^2}=\dfrac{1+\frac{N-r}{r}kf_1(k)-\left(\frac{N-r}{r}\right)^2 f_1^2(k)}{\left[\frac{N-r}{r}f_1(k)-k\right]^2}$

2.4. Оценка параметров логарифмически-нормального закона распределения

2.4.1. Функция плотности вероятности задана в виде:

$$f(t)=\frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{(\ln t-a_{\ln t})^2}{2\sigma^2_{\ln t}}}\quad \text{при } t>0; \tag{4}$$

точечную оценку параметров $a_{\ln t}$ и $\sigma_{\ln t}$ вычисляют по формулам табл. 5.

2.4.2. В табл. 5 и 6 $f_1(k)$ находят по табл. 3 приложения 3. Коэффициент k в табл. 5 находят по формулам табл. 6.

Таблица 5

Планы наблюдений	Формулы для определения точечных оценок $\hat{a}_{\ln t}$, $\hat{\sigma}_{\ln t}$	
	параметра $a_{\ln t}$	параметра $\sigma_{\ln t}$
$[N,U,N]$	$\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{N}\ln t_i}{N}$	$\sqrt{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{N}(\ln t_i-\hat{a}_{\ln t})^2}{N-1}}$
$[N,U,T]$	$k\hat{\sigma}_{\ln t}+\ln T$	$\dfrac{\ln T-\frac{1}{d}\sum\limits_{i=1}^{d}\ln t_i}{\frac{N-d}{d}f_1(k)-k}$
$[N,U,r]$	$k\hat{\sigma}_{\ln t}+\ln t_r$	$\dfrac{\ln t_r-\frac{1}{r}\sum\limits_{i=1}^{r}\ln t_i}{\frac{N-r}{r}f_1(k)-k}$

Таблица 6

Планы наблюдений	Формулы для определения коэффициента k
$[N,U,T]$	$\dfrac{\frac{1}{d}\sum\limits_{i=1}^{d}\ln^2 t_i-\left(\frac{1}{d}\sum\limits_{i=1}^{d}\ln t_i\right)^2}{(\ln T-\frac{1}{d}\sum\limits_{i=1}^{d}\ln t_i)^2}=\dfrac{1+\frac{N-d}{d}kf_1(k)-(\frac{N-d}{d})^2 f_1^2(k)}{\left[\frac{N-d}{d}f_1(k)-k\right]^2}$
$[N,U,r]$	$\dfrac{\frac{1}{r}\sum\limits_{i=1}^{r}\ln^2 t_i-(\frac{1}{r}\sum\limits_{i=1}^{r}\ln t_i)^2}{(\ln t_r-\frac{1}{r}\sum\limits_{i=1}^{r}\ln t_i)^2}=\dfrac{1+\frac{N-r}{r}kf_1(k)-(\frac{N-r}{r})^2 f_1^2(k)}{\left[\frac{N-r}{r}f_1(k)-k\right]^2}$

Пример определения точечных оценок параметров логарифмически-нормального закона распределения дан в приложении 4 (пример 4).

2.5. Точечные оценки параметров законов распределения являются случайными величинами и должны оцениваться на достоверность доверительными границами с заданной доверительной вероятностью. Методы расчета доверительных границ для параметров законов распределения даны в рекомендуемом приложении 1.

Примечание. Определение точечных оценок методом максимального правдоподобия для планов [N, R, T], [N, R, r] для нормального и логарифмически-нормального законов распределения стандартом не предусматривается. Определение точечных оценок для планов [N, R, T], [N, R, r] для этих законов может быть проведено другими методами (моментов, квантилей, графическим и т. п.).

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЧЕЧНЫХ ОЦЕНОК ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

3.1. Точечные оценки показателей надежности рассчитывают по формулам табл. 7 по точечным оценкам параметров законов распределения в зависимости от закона распределения случайной величины: наработки до отказа, ресурса, срока службы, срока сохраняемости, времени восстановления.

3.2. Номенклатура показателей надежности выбрана в соответствии с ГОСТ 16503—70.

3.3. Для неремонтируемых изделий показатель средней наработки до первого отказа равнозначен показателям средней наработки до отказа, среднему сроку службы, а также среднему ресурсу, если за предельное состояние принимается отказ изделия.

3.4. Для определения точечных оценок среднего времени восстановления, вероятности восстановления, интенсивности восстановления может быть использован любой из планов наблюдений по ГОСТ 17510—72, но параметры законов рассчитывают по формулам для плана [N, U, N].

3.5. Значения e^x; e^{-x}; $\Gamma(x)$; $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-x}^{x} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$;

$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ даны соответственно в табл. 5—8 приложения 3.

3.6. В табл. 7 один и тот же параметр закона распределения обозначает различные величины в зависимости от того, в выражение какого показателя надежности он входит.

3.7. Точечные оценки показателей надежности являются случайными величинами и должны оцениваться на достоверность по доверительным границам с заданной доверительной вероятностью. Методы расчета доверительных границ для показателей надежности даны в рекомендуемом приложении 2.

Примеры определения точечных оценок показателей надежности даны в приложении 4.

Закон распределения	Формулы для							
	средней наработки до первого отказа	среднего ресурса	среднего срока службы	среднего срока сохраняемости	среднего времени восстановления	гамма-процентного срока службы	гамма-процентного срока сохраняемости	гамма-процентного ресурса
Экспоненциальный	$\frac{1}{\hat{\lambda}}$					$\frac{1}{\hat{\lambda}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)$		
Вейбулла	$\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{\hat{b}}\right)}{\hat{\lambda}^{\frac{1}{\hat{b}}}}$					$\left[\frac{1}{\hat{\lambda}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)\right]^{\frac{1}{\hat{b}}}$		
Нормальный	$\hat{a}$					$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{\hat{t}_\gamma-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)=\frac{\gamma}{100}$		
Логарифмически-нормальный	$e^{\hat{a}_{\ln t}+\frac{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}{2}}$					$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{\ln\hat{t}_\gamma-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right)=\frac{\gamma}{100}$		

Примечание. t_γ обозначает гамма-процентный ресурс, гамма-процент

Таблица 7

	определения			
	вероятности безотказной работы до первого отказа	вероятности восстановления	интенсивности отказов	интенсивности восстановления
	$e^{-\hat{\lambda}t}$	$1-e^{-\hat{\lambda}t}$	$\hat{\lambda}$	
	$e^{-\hat{\lambda}t^{\hat{b}}}$	$1-e^{-\hat{\lambda}t^{\hat{b}}}$	$\hat{b}\hat{\lambda}t^{\hat{b}-1}$	
	$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)$	$\dfrac{\frac{1}{\hat{\sigma}}f_0\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)}{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)}$	
	$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{\ln t-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right)$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{\ln t-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right)$	$\dfrac{\frac{1}{t\hat{\sigma}_{\ln t}}f_0\left(\frac{\ln t-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right)}{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{\ln t-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right)}$	

ный срок службы или гамма-процентный срок сохраняемости.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1 к ГОСТ 17509—72
Рекомендуемое

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ДЛЯ ПАРАМЕТРОВ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

1. Доверительные границы для параметров экспоненциального закона распределения

1.1. По табл. 1 и 2 определяют двусторонние и односторонние доверительные границы для λ с вероятностью β.

1.2. Значения $\chi^2_{P,n}$, используемые в формулах табл. 1 и 2, находят по табл. 1 приложения 3 в зависимости от найденных вероятностей P и числа степеней свободы n.

Таблица 1

Планы наблюдений	Формулы для определения двусторонних доверительных границ параметра λ с вероятностью β	
	Нижняя граница $\lambda_н$	Верхняя граница $\lambda_в$
$[N,U,N]$	$\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2N}}{2N}$	$\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},2N}}{2N}$
$[N,U,T]$	$\dfrac{\hat{\lambda}N\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2d}}{d\left(2N-d+\frac{1}{2}\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2d}\right)}$	$\dfrac{\hat{\lambda}N\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},2d+2}}{d\left(2N-d+\frac{1}{2}\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},2d+2}\right)}$
$[N,U,r]$	$\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2r}}{2(r-1)}$	$\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},2r}}{2(r-1)}$
$[N,R,T]$	$\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2d}}{2d}$	$\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},2d}}{2d}$
$[N,R,r]$	$\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2r}}{2(r-1)}$	$\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},2r}}{2(r-1)}$

1.2.1. Вероятность P с учетом значений табл. 1 и 2 принимает вид:

$$\beta;\ 1-\beta;\ \frac{1+\beta}{2};\ \frac{1-\beta}{2}.$$

1.2.2. Число n с учетом формул табл. 1, 2 принимает значения: $2N$, $2d$, $2r$, $2d+2$.

Таблица 2

Планы наблюдений	Формулы для определения односторонних доверительных границ параметра λ с вероятностью β	
	Нижняя граница $\lambda_{о.н}$	Верхняя граница $\lambda_{о.в}$
$[N,U,N]$	$\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{1-\beta,2N}}{2N}$	$\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{\beta,2N}}{2N}$
$[N,U,T]$	$\frac{\hat{\lambda}N\chi^2_{1-\beta,2d+2}}{d(2N-d+\frac{1}{2}\chi^2_{1-\beta,2d+2})}$	$\frac{\hat{\lambda}N\chi^2_{\beta,2d+2}}{d(2N-d+\frac{1}{2}\chi^2_{\beta,2d+2})}$
$[N,U,r]$	$\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{1-\beta,2r}}{2(r-1)}$	$\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{\beta,2r}}{2(r-1)}$
$[N,R,T]$	$\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{1-\beta,2d+2}}{2d}$	$\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{\beta,2d+2}}{2d}$
$[N,R,r]$	$\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{1-\beta,2r}}{2(r-1)}$	$\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{\beta,2r}}{2(r-1)}$

2. Доверительные границы для параметров закона распределения Вейбулла

2.1. По табл. 3 и 4 определяют двусторонние и односторонние доверительные границы для параметров λ и b с вероятностью β.

2.2. Значения u_β и z_β, используемые в формулах табл. 3 и 4, находят по табл. 2 приложения 3. u_β и z_β находят по формулам

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{u_\beta} e^{-\frac{x^2}{2}}dx=\beta;\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-z_\beta}^{z_\beta} e^{-\frac{x^2}{2}}dx=\beta;\ u_{1-\beta}=-u_\beta.$$

Таблица 3

Планы наблюдений	Формулы для определения двусторонних доверительных границ параметров λ и b с вероятностью β			
	Нижняя граница $\lambda_н$	Верхняя граница $\lambda_в$	Нижняя граница $b_н$	Верхняя граница $b_в$
$[N,U,N]$ $[N,U,T]$ $[N,U,r]$ $[N,R,T]$ $[N,R,r]$	$\hat{\lambda}-z_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda})}$	$\hat{\lambda}+z_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda})}$	$\hat{b}-z_\beta\sqrt{D(\hat{b})}$	$\hat{b}+z_\beta\sqrt{D(\hat{b})}$

Таблица 4

Планы наблюдений	Формулы для определения односторонних доверительных границ параметров λ и b с вероятностью β			
	Нижняя граница $\lambda_{о.н}$	Верхняя граница $\lambda_{о.в}$	Нижняя граница $b_{о.н}$	Верхняя граница $b_{о.в}$
$[N,U,N]$ $[N,U,T]$ $[N,U,r]$ $[N,R,T]$ $[N,R,r]$	$\hat{\lambda}-u_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda})}$	$\hat{\lambda}+u_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda})}$	$\hat{b}-u_\beta\sqrt{D(\hat{b})}$	$\hat{b}+u_\beta\sqrt{D(\hat{b})}$

2.3. Формулы для определения дисперсий $D(\hat{\lambda})$ и $D(\hat{b})$ точечных оценок соответственно $\hat{\lambda}$ и $\hat{b}$ даны в табл. 5.

2.4. Табл. 3, 4 и 5 составлены в предположениях:

оценки $\hat{\lambda}$, $\hat{b}$ параметров λ, b определены методом максимального правдоподобия по большому числу наблюдений;

метод максимального правдоподобия дает ассимптотически-нормальные оценки.

Таблица 5

Планы наблюдений	Дисперсии точечных оценок	Формулы для определения дисперсий точечных оценок параметров λ и b
$[N,U,N]$	$D(\hat\lambda)$	$\dfrac{\dfrac{N}{\hat b^2}+\hat\lambda\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat b}\ln^2 t_i}{\dfrac{N}{\hat\lambda^2}\left(\dfrac{N}{\hat b^2}+\hat\lambda\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat b}\ln^2 t_i\right)-\left(\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat b}\ln t_i\right)^2}$
	$D(\hat b)$	$\dfrac{\dfrac{N}{\hat\lambda^2}}{\dfrac{N}{\hat\lambda^2}\left(\dfrac{N}{\hat b^2}+\hat\lambda\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat b}\ln^2 t_i\right)-\left(\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat b}\ln t_i\right)^2}$
$[N,U,T]$	$D(\hat\lambda)$	$\dfrac{\dfrac{d}{\hat b^2}+\hat\lambda\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat b}\ln^2 t_i+(N-d)T^{\hat b}\ln^2 T\right]}{\dfrac{d}{\hat\lambda^2}\left\{\dfrac{d}{\hat b^2}+\hat\lambda\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat b}\ln^2 t_i+(N-d)T^{\hat b}\ln^2 T\right]\right\}-\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat b}\ln t_i+(N-d)T^{\hat b}\ln T\right]^2}$
	$D(\hat b)$	$\dfrac{\dfrac{d}{\hat\lambda^2}}{\dfrac{d}{\hat\lambda^2}\left\{\dfrac{d}{\hat b^2}+\hat\lambda\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat b}\ln^2 t_i+(N-d)T^{\hat b}\ln^2 T\right]\right\}-\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat b}\ln t_i+(N-d)T^{\hat b}\ln T\right]^2}$

Планы наблюдений	Дисперсии точечных оценок	Формулы для определения дисперсий точечных оценок параметров λ и b
$[N,U,r]$	$D(\hat{\lambda})$	$$\frac{\frac{r}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}\left[\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}\ln^2 t_i+(N-r)\,t_r^{\hat{b}}\ln^2 t_r\right]}{\frac{r}{\hat{\lambda}^2}\left\{\frac{r}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}\left[\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}\ln^2 t_i+(N-r)\,t_r^{\hat{b}}\ln^2 t_r\right]\right\}-\left[\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}\ln t_i+(N-r)\,t_i^{\hat{b}}\ln t_r\right]^2}$$
	$D(\hat{b})$	$$\frac{\frac{r}{\hat{\lambda}^2}}{\frac{r}{\hat{\lambda}^2}\left\{\frac{r}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}\left[\sum\limits_{i=1} t_i^{\hat{b}}\ln^2 t_i+(N-r)\,t_r^{b}\ln^2 t_r\right]\right\}-\left[\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}\ln t_i+(N-r)\,t_r^{\hat{b}}\ln t_r\right]^2}$$
$[N,R,T]$	$D(\hat{\lambda})$	$$\frac{\frac{d}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}N\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}\ln^2 t_i+\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)^{\hat{b}}\ln^2\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)\right]}{\frac{d^2}{\hat{\lambda}^2\hat{b}^2}+\frac{dN}{\hat{\lambda}}\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}\ln^2 t_i+\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)^{\hat{b}}\ln^2\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)\right]-N^2\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}\ln t_i+\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)^{\hat{b}}\ln\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)\right]^2}$$

Продолжение

Планы наблюдений	Дисперсии точечных оценок	Формулы для определения дисперсий точечных оценок параметров λ и b
$[N, R, T]$	$D(\hat{b})$	$$\frac{\dfrac{d}{\hat{\lambda}^2}}{\dfrac{d^2}{\hat{\lambda}^2\hat{b}^2}+\dfrac{dN}{\hat{\lambda}}\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}\ln^2 t_i+\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)^{\hat{b}}\ln^2\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)\right]-N^2\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}\ln t_i+\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)^{\hat{b}}\ln\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)\right]^2}$$
$[N, R, r]$	$D(\hat{\lambda})$	$$\frac{\dfrac{r}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}N\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}\ln^2 t_i}{\dfrac{r^2}{\hat{\lambda}^2\hat{b}^2}+\dfrac{rN}{\hat{\lambda}}\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}\ln^2 t_i-N^2\left(\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}\ln t_i\right)^2}$$
	$D(\hat{b})$	$$\frac{\dfrac{r}{\hat{\lambda}^2}}{\dfrac{r^2}{\hat{\lambda}^2\hat{b}^2}+\dfrac{rN}{\hat{\lambda}}\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}\ln^2 t_i-N^2\left(\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}\ln t_i\right)^2}$$

3. Доверительные границы для параметров нормального закона распределения

3.1. По табл. 6—9 определяют двусторонние и односторонние доверительные границы для параметров a и σ с вероятностью β.

3.2. Значения $t_{P,n}$, используемые в формулах табл. 6 и 7, находят по табл. 4 приложения 3 в зависимости от найденных вероятностей P и числа степеней свободы n.

3.2.1. Вероятность P с учетом формул табл. 6 и 7 принимает вид:

$$\beta;\ \frac{1+\beta}{2};\ n=N-1.$$

3.3. Значения $f_2(k)$ и $f_3(k)$, используемые в формулах табл. 6—9, находят по табл. 3 приложения 3.

Таблица 6

Планы наблюдений	Формулы для определения двусторонних доверительных границ параметра a с вероятностью β	
	Нижняя граница $a_н$	Верхняя граница $a_в$
$[N,U,N]$	$\hat{a}-t_{\frac{1+\beta}{2},n}\cdot\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$	$\hat{a}+t_{\frac{1+\beta}{2},n}\cdot\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$
$[N,U,T]$ $[N,U,r]$	$\hat{a}-z_\beta\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_2(k)}$	$\hat{a}+z_\beta\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f^2(k)}$

Таблица 7

Планы наблюдений	Формулы для определения односторонних доверительных границ параметра a с вероятностью β	
	Нижняя граница $a_{о.н}$	Верхняя граница $a_{о.в}$
$[N,U,N]$	$\hat{a}-t_{\beta,n}\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$	$\hat{a}+t_{\beta,n}\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$
$[N,U,T]$ $[N,U,r]$	$\hat{a}-u_\beta\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_2(k)}$	$\hat{a}+u_\beta\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_2(k)}$

3.4. Значения u_β и z_β, используемые в формулах табл. 6—9, находят по табл. 2 приложения 3.

3.5. Значения $\chi^2_{P,n}$, используемые в формулах табл. 8 и 9, находят по табл. 1 приложения 3.

3.5.1. Вероятность P с учетом формул табл. 8 и 9 принимает вид:

$$\beta;\ 1-\beta;\ \frac{1-\beta}{2};\ \frac{1+\beta}{2};\ n=N-1.$$

Таблица 8

Планы наблюдений	Формулы для определения двусторонних доверительных границ параметра σ с вероятностью β	
	Нижняя граница $\sigma_н$	Верхняя граница $\sigma_в$
$[N,U,N]$	$\hat{\sigma}\sqrt{\dfrac{N-1}{\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},n}}}$	$\hat{\sigma}\sqrt{\dfrac{N-1}{\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},n}}}$
$[N,U,T]$ $[N,U,r]$	$\hat{\sigma}-z_\beta\dfrac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_3(k)}$	$\hat{\sigma}+z_\beta\dfrac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_3(k)}$

Таблица 9

Планы наблюдений	Формулы для определения односторонних доверительных границ параметра σ с вероятностью β	
	Нижняя граница $\sigma_{о.н}$	Верхняя граница $\sigma_{о.в}$
$[N,U,N]$	$\hat{\sigma}\sqrt{\dfrac{N-1}{\chi^2_{\beta,n}}}$	$\hat{\sigma}\sqrt{\dfrac{N-1}{\chi^2_{1-\beta,n}}}$
$[N,U,T]$ $[N,U,r]$	$\hat{\sigma}-u_\beta\dfrac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_3(k)}$	$\hat{\sigma}+u_\beta\dfrac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_3(k)}$

4. Доверительные границы для параметров логарифмически-нормального закона распределения

4.1. По табл. 10—13 определяют двусторонние и односторонние доверительные границы для $a_{\ln t}$, $\sigma_{\ln t}$ с вероятностью β.

4.2. Значения $f_2(k)$ и $f_3(k)$, используемые в формулах табл. 10—13, находят по табл. 3 приложения 3.

4.3. Значения $t_{P,n}$, используемые в формулах табл. 10, 11, находят по табл. 4 приложения 3.

4.4. Значения u_β, z_β, используемые в формулах табл. 11—13, находят по табл. 2 приложения 3.

4.5. Значения $\chi^2_{P,n}$, используемые в формулах табл. 12, 13 находят по табл. 1 приложения 3.

4.6. Вероятность P с учетом формул табл. 10—13 принимает вид:

$$\beta;\ 1-\beta;\ \frac{1+\beta}{2};\ \frac{1-\beta}{2};\ n=N-1.$$

Таблица 10

Планы наблюдений	Формулы для определения двусторонних доверительных границ параметра $a_{\ln t}$ с вероятностью β	
	Нижняя граница $a_{\ln t\,\text{н}}$	Верхняя граница $a_{\ln t\text{в}}$
[N,U,N]	$\hat{a}_{\ln t}-t_{\frac{1+\beta}{2},n}\frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}$	$\hat{a}_{\ln t}+t_{\frac{1+\beta}{2},n}\frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}$
[N,U,T] [N,U,r]	$\hat{a}_{\ln t}-z_{\beta}\frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_2(k)}$	$\hat{a}_{\ln t}+z_{\beta}\frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_2(k)}$

Таблица 11

Планы наблюдений	Формулы для определения односторонних доверительных границ параметра $a_{\ln t}$ с вероятностью β	
	Нижняя граница $a_{\ln t\,\text{о н}}$	Верхняя граница $a_{\ln t\,\text{о.в}}$
[N,U,N]	$\hat{a}_{\ln t}-t_{\beta,n}\frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}$	$\hat{a}_{\ln t}+t_{\beta,n}\frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}$
[N,U,T] [N,U,r]	$\hat{a}_{\ln t}-u_{\beta}\frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_2(k)}$	$\hat{a}_{\ln t}+u_{\beta}\frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_2(k)}$

Таблица 12

Планы наблюдений	Формулы для определения двусторонних доверительных границ параметра $\sigma_{\ln t}$ с вероятностью β	
	Нижняя граница $\sigma_{\ln t\text{н}}$	Верхняя граница $\sigma_{\ln t\text{в}}$
[N,U,N]	$\hat{\sigma}_{\ln t}\sqrt{\frac{N-1}{\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},n}}}$	$\hat{\sigma}_{\ln t}\sqrt{\frac{N-1}{\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},n}}}$
[N,U,T] [N,U,r]	$\hat{\sigma}_{\ln t}-z_{\beta}\frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_3(k)}$	$\hat{\sigma}_{\ln t}+z_{\beta}\frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_3(k)}$

Таблица 13

Планы наблюдений	Формулы для определения односторонних доверительных границ параметра $\sigma_{\ln t}$ с вероятностью β	
	Нижняя граница $\sigma_{\ln t\ \text{о.н}}$	Верхняя граница $\sigma_{\ln t\ \text{о.в}}$
[N,U,N]	$\hat{\sigma}_{\ln t}\sqrt{\dfrac{N-1}{\chi^2_{\beta,n}}}$	$\hat{\sigma}_{\ln t}\sqrt{\dfrac{N-1}{\chi^2_{1-\beta,n}}}$
[N,U,T] [N,U,r]	$\hat{\sigma}_{\ln t}-u_\beta\dfrac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_3(k)}$	$\hat{\sigma}_{\ln t}+u_\beta\dfrac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_3(k)}$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2 к ГОСТ 17509—72
Рекомендуемое

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ДЛЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

1. Доверительные границы для показателей надежности, являющихся монотонной функцией одного параметра, находят путем подстановки в выражение для показателей надежности значений верхней или нижней границ соответствующего параметра.

1.1. Формулы для определения доверительных границ для показателей надежности в случае экспоненциального закона распределения даны в табл. 1.

1.1.2. $\hat{\lambda}$ **определяют по формулам табл. 1 настоящего стандарта;** $\lambda_н$, $\lambda_в$, $\lambda_{о.н}$, $\lambda_{о.в}$ **— по табл. 1, 2 приложения 1.**

1.1.3. Значения e^{-x} находят по табл. 5 приложения 3; γ принимает значения от 0 до 100%.

2. Для приближенного расчета по формулам табл. 2 доверительных границ для показателей надежности, являющихся функцией более одного неизвестного параметра, обязательно выполнение следующих условий:

оценки параметров законов распределения должны быть определены методом максимального правдоподобия;

оценки показателей надежности, как функции параметров законов распределения, должны быть оценками максимального правдоподобия;

метод максимального правдоподобия должен давать асимптотически-нормальные оценки;

выражения связи показателей надежности с параметрами законов распределения должны являться дифференцируемыми функциями и иметь производные первого и второго порядков.

2.1. Значения z_β, u_β даны в табл. 2 приложения 3. z_β, u_β находят по формулам

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-z_\beta}^{z_\beta} e^{-\frac{x^2}{2}}dx=\beta;\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{u_\beta} e^{-\frac{x^2}{2}}dx=\beta;\ u_{1-\beta}=-u_\beta.$$

2.2. Формулы для определения дисперсии точечных оценок показателей надежности для закона распределения Вейбулла даны в табл. 3.

2.2.1. В табл. 3 дисперсии $D(\hat{\lambda})$, $D(\hat{b})$ находят по формулам табл. 5 приложения 1, $\mathrm{cov}(\hat{\lambda},\hat{b})$ — по табл. 4 в зависимости от плана наблюдений, по которому определены оценки параметров $\hat{\lambda}$, $\hat{b}$.

2.3. В случае нормального закона распределения доверительные границы для $t_{ср}$ равнозначны доверительным границам для a и определяются по табл. 6 и 7 приложения 1; дисперсии точечных оценок остальных показателей даны в табл. 5 для плана $[N, U, N]$.

2.3.1. Значения $f_0(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$ даны в табл. 8 приложения 3.

2.4. Формулы для определения дисперсии точечных оценок показателей надежности для логарифмически-нормального закона распределения даны в табл. 6,

где $k=\frac{\hat{a}_{\ln t}-\ln t}{\hat{\sigma}_{\ln t}}$, а значения $f_1(k)$ взяты из табл. 3 приложения 3.

Таблица 1

Экспоненциальный закон распределения

Наименования показателей надежности	Точечная оценка показателя надежности	Формулы для определения двусторонних доверительных границ показателей надежности с вероятностью β		Формулы для определения односторонних доверительных границ показателей надежности с вероятностью β	
		Нижняя граница	Верхняя граница	Нижняя граница	Верхняя граница
Средняя наработка до первого отказа Средний ресурс Средний срок службы Средний срок сохраняемости Среднее время восстановления	$\frac{1}{\hat{\lambda}}$	$\frac{1}{\lambda_{в}}$	$\frac{1}{\lambda_{н}}$	$\frac{1}{\lambda_{о.в}}$	$\frac{1}{\lambda_{о.н}}$
Гамма-процентный ресурс Гамма-процентный срок службы Гамма-процентный срок сохраняемости	$\frac{1}{\hat{\lambda}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)$	$\frac{1}{\lambda_{в}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)$	$\frac{1}{\lambda_{н}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)$	$\frac{1}{\lambda_{о.в}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)$	$\frac{1}{\lambda_{о.н}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)$
Вероятность безотказной работы	$e^{-\hat{\lambda}t}$	$e^{-\lambda_{в}t}$	$e^{-\lambda_{н}t}$	$e^{-\lambda_{о.в}t}$	$e^{-\lambda_{о.н}t}$
Вероятность восстановления	$1-e^{-\hat{\lambda}t}$	$1-e^{-\lambda_{н}t}$	$1-e^{-\lambda_{в}t}$	$1-e^{-\lambda_{о.н}t}$	$1-e^{-\lambda_{о.в}t}$
Интенсивность отказов Интенсивность восстановления	$\hat{\lambda}$	$\lambda_{н}$	$\lambda_{в}$	$\lambda_{о.н}$	$\lambda_{о.в}$

Примечание. Параметр λ обозначает интенсивность отказов или интенсивность восстановления.

Таблица 2

Определение доверительных границ для показателей надежности для двухпараметрических законов распределения

Наименования показателей надежности	Двусторонние доверительные границы с вероятностью β		Односторонние доверительные границы с вероятностью β	
	Нижняя граница	Верхняя граница	Нижняя граница	Верхняя граница
Средняя наработка до первого отказа Средний ресурс Средний срок службы Средний срок сохраняемости Среднее время восстановления	$\hat{t}_{ср}-z_\beta\sqrt{D(\hat{t}_{ср})}$	$\hat{t}_{ср}+z_\beta\sqrt{D(\hat{t}_{ср})}$	$\hat{t}_{ср}-u_\beta\sqrt{D(\hat{t}_{ср})}$	$\hat{t}_{ср}+u_\beta\sqrt{D(\hat{t}_{ср})}$
Гамма-процентный ресурс Гамма-процентный срок службы Гамма-процентный срок сохраняемости	$\hat{t}_\gamma-z_\beta\sqrt{D(\hat{t}_\gamma)}$	$\hat{t}_\gamma+z_\beta\sqrt{D(\hat{t}_\gamma)}$	$\hat{t}_\gamma-u_\beta\sqrt{D(\hat{t}_\gamma)}$	$\hat{t}_\gamma+u_\beta\sqrt{D(\hat{t}_\gamma)}$
Вероятность безотказной работы Вероятность восстановления	$\hat{P}_0(t)-z_\beta\sqrt{D(\hat{P}_0(t))}$	$\hat{P}_0(t)+z_\beta\sqrt{D(\hat{P}_0(t))}$	$\hat{P}_0(t)-u_\beta\sqrt{D(\hat{P}_0(t))}$	$\hat{P}_0(t)+u_\beta\sqrt{D(\hat{P}_0(t))}$
Интенсивность отказов Интенсивность восстановления	$\hat{\lambda}_0(t)-z_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda}_0(t))}$	$\hat{\lambda}_0(t)+z_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda}_0(t))}$	$\hat{\lambda}_0(t)-u_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda}_0(t))}$	$\hat{\lambda}_0(t)+u_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda}_0(t))}$

П р и м е ч а н и е. $t_{ср}$ обозначает точечные оценки средней наработки до первого отказа, среднего ресурса, среднего срока службы, среднего срока сохраняемости или среднего времени восстановления; $\hat{t}_\gamma$ обозначает оценки гамма-процентного ресурса, гамма-процентного срока службы или гамма-процентного срока сохраняемости; $\hat{\lambda}_0(t)$ обозначает оценки интенсивности отказов или интенсивности восстановления; $\hat{P}_0(t)$ обозначает оценки вероятности безотказной работы или вероятности восстановления.

2.4.1 Значения дисперсии $D(\hat{a}_{\ln t})$, $D(\hat{\sigma}_{\ln t})$ и ковариации $\operatorname{cov}(\hat{a}_{\ln t}, \hat{\sigma}_{\ln t})$ находят по табл. 7 в зависимости от плана наблюдений для определения точечных оценок $\hat{a}_{\ln t}$, $\hat{\sigma}_{\ln t}$.

2.4.2. Значения $\det A$, $\det B$, $\det C$, $\xi(k)$, $\eta(k)$, $\zeta(k)$ из табл. 7 определяют по формулам:

$$\det A = \frac{2N^2}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}};$$

$$\det B = \frac{3d}{\hat{\sigma}^6_{\ln t}} S_2 + \xi(k)\frac{N-d}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}}\left(\frac{3}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} S_2 - d\right) - \frac{d^2}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}} -$$

$$-\zeta(k)\frac{N-d}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}}[d+(N-d)\xi(k)] - \frac{4}{\hat{\sigma}^6_{\ln t}} S_1^2 - \eta(k)\frac{N-d}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}}\left[(N-d)\eta(k) - \frac{4S_1}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right];$$

$$\det C = \frac{3r}{\hat{\sigma}^6_{\ln t}} S_2 + \xi(k)\frac{N-r}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}}\left(\frac{3}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} S_2 - r\right) - \frac{r^2}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}} -$$

$$-\zeta(k)\frac{N-r}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}}\left[r+(N-r)\xi(k)\right] - \frac{4}{\hat{\sigma}^6_{\ln t}} S_1^2 - \eta(k)\frac{N-r}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}}\left[(N-r)\eta(k) - \frac{4S_1}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right];$$

$$\xi(k) = f_1^2(k)\left(\frac{k}{f_1(k)} + 1\right);$$

$$\eta(k) = f_1(k)\left[kf_1(k)\left(\frac{k}{f_1(k)} + 1\right) - 1\right];$$

$$\zeta(k) = kf_1(k)\left[2 - Kf_1(k)\left(\frac{k}{f_1(k)} + 1\right)\right].$$

2.4.3 Значения S_1, S_2 из табл. 7 определяют по формулам табл. 8.

Таблица 3

Закон распределения Вейбулла

Дисперсии точечных оценок показателей надежности	Формулы для определения дисперсий точечных оценок показателей надежности
$D(\hat{t}_\gamma)$	$\left(\frac{\hat{t}_\gamma}{\hat{b}}\right)^2\left[\frac{1}{\hat{\lambda}^2}D(\hat{\lambda}) + (\ln\hat{t}_\gamma)^2 D(\hat{b}) + 2\frac{\ln\hat{t}_\gamma}{\hat{\lambda}}\operatorname{cov}(\hat{\lambda},\hat{b})\right]$
$D(\hat{P}_0(t))$	$t^{2\hat{b}} e^{-2\hat{\lambda} t^{\hat{b}}} [D(\hat{\lambda}) + \hat{\lambda}^2(\ln t)^2 D(\hat{b}) + 2\hat{\lambda}\ln t \operatorname{cov}(\hat{\lambda},\hat{b})]$
$D(\hat{\lambda}_0(t))$	$t^{2(\hat{b}-1)}[\hat{b}^2 D(\hat{\lambda}) + \hat{\lambda}^2(1+\hat{b}\ln t)^2 D(\hat{b}) + 2\hat{\lambda}\hat{b}(1+\hat{b}\ln t)\operatorname{cov}(\hat{\lambda},\hat{b})]$

Таблица 4

Планы наблюдений	Формулы для определения $\mathrm{cov}\,(\hat\lambda,\hat b)$
$[N, U, N]$	$$\frac{\sum_{i=1}^{N} t_i^{\hat b}\ln t_i}{\left(\sum_{i=1}^{N} t_i^{\hat b}\ln t_i\right)^2-\frac{N}{\hat\lambda^2}\left(\frac{N}{\hat b^2}+\hat\lambda\sum_{i=1}^{N} t_i^{\hat b}\ln^2 t_i\right)}$$
$[N, U, T]$	$$\frac{\sum_{i=1}^{d} t_i^{\hat b}\ln t_i+(N-d)\,T^{\hat b}\ln T}{\left\{\sum_{i=1}^{d} t_i^{\hat b}\ln t_i+(N-d)\,T^{\hat b}\ln T\right\}^2-\frac{d}{\hat\lambda^2}\left\{\frac{d}{\hat b^2}+\hat\lambda\left[\sum_{i=1}^{d} t_i^{\hat b}\ln^2 t_i+(N-d)\,T^{\hat b}\ln^2 T\right]\right\}}$$
$[N, U, r]$	$$\frac{\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat b}\ln t_i+(N-r)\,t_r^{\hat b}\ln t_r}{\left\{\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat b}\ln t_i+(N-r)\,t_r^{\hat b}\ln t_r\right\}^2-\frac{r}{\hat\lambda^2}\left\{\frac{r}{\hat b^2}+\hat\lambda\left[\sum_{i=1}^{r} t_i^{b}\ln^2 t_i+(N-r)\,t_r^{\hat b}\ln^2 t_r\right]\right\}}$$

Планы наблюдений	Формулы для определения cov $(\hat{\lambda},\hat{b})$
$[N,R,T]$	$\dfrac{N\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat b}\ln t_i+\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)^{\hat b}\ln\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)\right]}{N^2\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat b}\ln t_i+\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)^{\hat b}\ln\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)\right]^2-\dfrac{d^2}{\hat\lambda^2\hat b^2}-\dfrac{dN}{\hat\lambda}\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat b}\ln^2 t_i+\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)^{\hat b}\ln^2\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)\right]}$
$[N,R,r]$	$\dfrac{N\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat b}\ln t_i}{N^2\left(\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat b}\ln t_i\right)^2-\dfrac{r^2}{\hat\lambda^2\hat b^2}-\dfrac{rN}{\hat\lambda}\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat b}\ln^2 t_i}$

Таблица 5

Нормальный закон распределения

Дисперсии точечных оценок показателей надежности	Формулы для определения дисперсий точечных оценок показателей надежности
$D(\hat{t}_\gamma)$	$\frac{\hat{\sigma}^2}{N}\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{\hat{t}_\gamma-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)^2\cdot\frac{1}{1-\frac{3}{2N}}\right]$
$D(\hat{P}_0(t))$	$\frac{f_0^2\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)}{N}\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)^2\cdot\frac{1}{1-\frac{3}{2N}}\right]$
$D(\hat{\lambda}_0(t))$	$\frac{f_0^2\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)\left[\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\hat{P}_0(t)-f_0\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)\right]^2}{N\hat{\sigma}^2[\hat{P}_0(t)]^4}+\frac{\left\{\hat{P}_0(t)f_0\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)\left[\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)^2-1\right]-f_0^2\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)\right\}^2}{(2N-3)\hat{\sigma}^2[\hat{P}_0(t)]^4}$

Таблица 6

Логарифмически-нормальный закон распределения

Дисперсии точечных оценок показателей надежности	Формулы для определения дисперсий точечных оценок показателей надежности
$D(\hat{t}_{ср})$	$e^{2\hat{a}_{\ln t}+\hat{\sigma}^2_{\ln t}}\left[D(\hat{a}_{\ln t})+\hat{\sigma}^2_{\ln t}D(\hat{\sigma}_{\ln t})+2\hat{\sigma}_{\ln t}\operatorname{cov}(\hat{a}_{\ln t},\hat{\sigma}_{\ln t})\right]$
$D(\hat{t}_\gamma)$	$\hat{t}_\gamma^2\left[D(\hat{a}_{\ln t})+\left(\frac{\ln\hat{t}_\gamma-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right)^2 D(\hat{\sigma}_{\ln t})+2\frac{\ln\hat{t}_\gamma-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\operatorname{cov}(\hat{a}_{\ln t},\hat{\sigma}_{\ln t})\right]$
$D(\hat{P}_0(t))$	$f_0^2\left(\frac{\ln t-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right)\left[\frac{1}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}D(\hat{a}_{\ln t})+\left(\frac{\ln t-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}\right)^2 D(\hat{\sigma}_{\ln t})+2\frac{\ln t-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}^3_{\ln t}}\operatorname{cov}(\hat{a}_{\ln t},\hat{\sigma}_{\ln t})\right]$
$D(\hat{\lambda}_0(t))$	$\frac{f_1^2(k)}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}t^2}\left\{f_1^2(k)\left(\frac{k}{f_1(k)}+1\right)^2 D(\hat{a}_{\ln t})+\left[1-kf_1(k)\left(\frac{k}{f_1(k)}+1\right)\right]^2 D(\hat{\sigma}_{\ln t})+2f_1(k)\left(\frac{k}{f_1(k)}+1\right)\left(1-kf_1(k)-k^2\right)\operatorname{cov}(\hat{a}_{\ln t},\hat{\sigma}_{\ln t})\right\}$

Таблица 7

Планы наблюдений	Формулы для определения дисперсий точечных оценок $\hat{a}_{\ln t}$, $\hat{\sigma}_{\ln t}$ и их ковариации $\operatorname{cov}(\hat{a}_{\ln t}, \hat{\sigma}_{\ln t})$		
	$D(\hat{a}_{\ln t})$	$D(\hat{\sigma}_{\ln t})$	$\operatorname{cov}(\hat{a}_{\ln t}, \hat{\sigma}_{\ln t})$
$[N, U, N]$	$\dfrac{\dfrac{2N}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}}{\det A}$	$\dfrac{\dfrac{N}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}}{\det A}$	0
$[N, U, T]$	$\dfrac{\dfrac{3}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}}S_2 - \dfrac{d}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} - \dfrac{N-d}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}\zeta(k)}{\det B}$	$\dfrac{\dfrac{d}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} + \dfrac{N-d}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}\xi(k)}{\det B}$	$\dfrac{\dfrac{N-d}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}\eta(k) - \dfrac{2}{\hat{\sigma}^3_{\ln t}}S_1}{\det B}$
$[N, U, r]$	$\dfrac{\dfrac{3}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}}S_2 - \dfrac{r}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} - \dfrac{N-r}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}\zeta(k)}{\det C}$	$\dfrac{\dfrac{r}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} + \dfrac{N-r}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}\xi(k)}{\det C}$	$\dfrac{\dfrac{N-r}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}\eta(k) - \dfrac{2}{\hat{\sigma}^3_{\ln t}}S_1}{\det C}$

Таблица 8

Планы наблюдений	Формулы для определения	
	S_1	S_2
$[N, U, N]$	0	$N\hat{\sigma}^2_{\ln t}$
$[N, U, T]$	$\sum_{i=1}^{d}(\ln t_i - \hat{a}_{\ln t})$	$\sum_{i=1}^{d}(\ln t_i - \hat{a}_{\ln t})^2$
$[N, U, r]$	$\sum_{i=1}^{r}(\ln t_i - \hat{a}_{\ln t})$	$\sum_{i=1}^{r}(\ln t_i - \hat{a}_{\ln t})^2$

ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

Значения $\chi^2_{P,n}$ **удовлетворяющие условию** $P(\chi^2 < \chi^2_{P,n} = \int_0^{\chi^2_{P,n}} f(\chi^2)d\chi^2 = P$

Таблица 1

Число степеней свободы n	P											
	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,200	0,800	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	$0,39\cdot10^{-4}$	$0,16\cdot10^{-3}$	$0,98\cdot10^{-3}$	$0,39\cdot10^{-2}$	0,016	0,064	1,64	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,010	0,020	0,051	0,103	0,211	0,446	3,22	4,61	5,98	7,38	9,21	10,60
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	1,000	4,64	6,25	7,81	9,35	11,30	12,80
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,060	1,650	5,99	7,78	9,49	11,10	13,30	14,90
5	0,412	0,554	0,831	1,150	1,610	2,340	7,29	9,24	11,10	12,80	15,10	16,70
6	0,676	0,872	1,240	1,640	2,200	3,070	8,56	10,60	12,60	14,40	16,80	18,50
7	0,989	1,240	1,690	2,170	2,830	3,820	9,80	12,00	14,10	16,00	18,50	20,30
8	1,340	1,650	2,180	2,730	3,490	4,590	11,00	13,40	15,50	17,50	20,10	22,00
9	1,730	2,090	2,700	3,330	4,170	5,380	12,20	14,70	16,90	19,00	21,70	23,60
10	2,160	2,560	3,250	3,940	4,870	6,180	13,40	16,00	18,30	20,50	23,20	25,20
11	2,600	3,050	3,820	4,570	5,580	6,990	14,60	17,30	19,70	21,90	24,70	26,80
12	3,070	3,570	4,400	5,230	6,300	7,810	15,80	18,50	21,00	23,30	26,20	28,30
13	3,570	4,110	5,010	5,890	7,040	8,630	17,00	19,80	22,40	24,70	27,70	29,80
14	4,070	4,660	5,630	6,570	7,790	9,470	18,20	21,10	23,70	26,10	29,10	31,30
15	4,600	5,230	6,260	7,260	8,560	10,300	19,30	22,30	25,00	27,50	30,60	32,80
16	5,140	5,810	6,910	7,960	9,310	11,200	20,50	23,50	26,30	28,80	32,00	34,30
18	6,260	7,010	8,230	9,390	10,900	12,900	22,80	26,00	28,90	31,50	34,80	37,20

Число степеней свободы n	P											
	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,200	0,800	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
20	7,43	8,26	9,59	10,9	12,4	14,6	25,0	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0
22	8,64	9,54	11,00	12,3	14,0	16,3	27,3	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8
24	9,89	10,90	12,40	13,8	15,7	18,1	29,6	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6
26	11,20	12,20	13,80	15,4	17,3	19,8	31,8	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3
28	12,50	13,60	15,30	16,9	18,9	21,6	34,0	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0
30	13,80	15,00	16,80	18,5	20,6	23,4	36,3	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7
35	17,20	17,50	20,60	22,5	24,8	27,8	41,8	46,1	49,9	53,2	57,3	60,3
40	20,70	22,20	24,40	26,5	29,1	32,3	47,3	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8
45	24,30	25,90	28,40	30,6	33,4	36,9	52,7	57,5	61,7	65,4	70,0	73,2
50	28,00	29,70	32,40	34,8	37,7	41,8	58,2	63,2	67,5	71,4	76,2	79,5
55	31,70	33,60	36,40	39,0	42,1	46,0	63,6	68,8	73,3	77,4	82,3	85,7
60	35,50	37,50	40,50	43,2	46,5	50,6	69,0	74,4	79,1	83,3	88,4	92,0
65	39,40	41,40	44,60	47,4	50,9	55,3	74,4	80,0	84,8	89,2	94,4	98,1
70	43,30	45,40	48,80	51,7	55,3	59,9	79,7	85,5	90,5	95,0	100,4	104,2
75	47,20	49,50	52,90	56,1	59,8	64,5	85,1	91,1	96,2	100,8	106,4	110,3
80	51,20	53,50	57,20	60,4	64,3	69,2	90,4	96,6	101,9	106,6	112,3	116,3
85	55,20	57,60	61,40	64,7	68,8	73,9	95,7	102,1	107,5	112,4	118,2	122,3
90	59,90	61,80	65,60	69,1	73,3	78,6	101,1	107,6	112,1	118,1	124,1	128,3
95	63,20	65,90	69,90	73,5	77,8	83,2	106,4	113,0	118,8	123,9	130,0	134,2
100	67,30	70,10	74,20	77,9	82,4	87,9	111,7	118,5	124,3	129,6	135,8	140,2

Таблица 2

Квантили нормального распределения

β	u_β	z_β	β	u_β	z_β
0,50	0	0,674	0,82	0,915	1,341
0,51	0,025	0,690	0,83	0,954	1,372
0,52	0,050	0,706	0,84	0,994	1,405
0,53	0,075	0,722	0,85	1,036	1,440
0,54	0,100	0,739	0,86	1,080	1,476
0,55	0,126	0,755	0,87	1,126	1,514
0,56	0,151	0,772	0,88	1,175	1,555
0,57	0,176	0,789	0,89	1,227	1,598
0,58	0,202	0,806	0,90	1,282	1,645
0,59	0,228	0,824	0,91	1,341	1,695
0,60	0,253	0,842	0,92	1,405	1,751
0,61	0,279	0,860	0,925	1,440	1,780
0,62	0,305	0,878	0,93	1,476	1,812
0,63	0,332	0,896	0,94	1,555	1,881
0,64	0,358	0,915	0,95	1,645	1,960
0,65	0,385	0,935	0,96	1,751	2,054
0,66	0,412	0,954	0,97	1,881	2,170
0,67	0,440	0,974	0,975	1,960	2,241
0,68	0,468	0,994	0,980	2,054	2,326
0,69	0,496	1,015	0,990	2,326	2,576
0,70	0,524	1,036	0,991	2,366	2,612
0,72	0,563	1,080	0,993	2,457	2,697
0,73	0,613	1,103	0,994	2,512	2,748
0,74	0,643	1,126	0,995	2,576	2,807
0,75	0,674	1,150	0,996	2,652	2,878
0,76	0,706	1,175	0,997	2,748	2,968
0,77	0,738	1,200	0,9975	2,807	3,024
0,78	0,772	1,227	0,9980	2,878	3,090
0,79	0,806	1,254	0,9990	3,090	3,290
0,80	0,842	1,282	0,9995	3,291	3,480
0,81	0,878	1,311	0,9999	3,719	3,885

Таблица 3

k	$f_1(k)$	$f_2(k)$	$f_3(k)$
—2,0	2,373	1,003	0,519
—1,9	2,285	1,004	0,524
—1,8	2,197	1,005	0,530
—1,7	2,110	1,006	0,537
—1,6	2,024	1,009	0,546
—1,5	1,939	1,011	0,556
—1,4	1,854	1,015	0,568
—1,3	1,770	1,019	0,583
—1,2	1,688	1,025	0,600
—1,1	1,606	1,032	0,620
—1,0	1,525	1,042	0,643
—0,9	1,446	1,054	0,671
—0,8	1,376	1,069	0,702
—0,7	1,290	1,089	0,740
—0,6	1,215	1,114	0,783
—0,5	1,141	1,147	0,833
—0,4	1,069	1,189	0,891
—0,3	0,998	1,243	0,959
—0,2	0,929	1,312	1,039
—0,1	0,868	1,401	1,132
0	0,790	1,517	1,241
0,1	0,735	1,667	1,370
0,2	0,675	1,863	1,523
0,3	0,617	2,119	1,704
0,4	0,562	2,458	1,919
0,5	0,509	2,898	2,178
0,6	0,459	3,473	2,488
0,7	0,412	4,241	2,863
0,8	0,368	5,261	3,319
0,9	0,326	6,623	3,876
1,0	0,288	8,448	4,561
1,1	0,252	10,900	5,408
1,2	0,219	14,220	6,462
1,3	0,190	18,730	7,780
1,4	0,163	24,890	9,442
1,5	0,139	33,340	11,550
1,6	0,117	44,990	14,240
1,7	0,098	61,130	17,240
1,8	0,082	83,640	22,190
1,9	0,068	115,200	28,050
2,0	0,055	159,700	35,740

Таблица 4

Значения t, удовлетворяющие условию $P\ (t \leqslant t_{P,n}) = \int_{-\infty}^{t_{P,n}} S(t)dt = P$

Число степеней свободы n	P							
	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,975	0,990	0,995
1	0,325	0,727	1,375	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	0,289	0,617	1,061	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,277	0,584	0,978	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,271	0,569	0,941	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,267	0,559	0,920	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,265	0,553	0,906	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,263	0,549	0,896	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,262	0,546	0,889	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,261	0,543	0,883	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,260	0,542	0,879	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,260	0,540	0,876	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,259	0,539	0,873	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,259	0,538	0,870	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,258	0,537	0,868	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,258	0,536	0,866	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,258	0,535	0,865	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,257	0,534	0,863	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,257	0,534	0,862	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,257	0,533	0,861	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,257	0,533	0,860	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,257	0,532	0,859	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,256	0,532	0,858	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,256	0,532	0,858	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,256	0,531	0,857	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,256	0,531	0,856	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,256	0,531	0,856	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,256	0,531	0,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,256	0,530	0,855	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,256	0,530	0,854	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,256	0,530	0,854	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
40	0,255	0,529	0,851	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
60	0,254	0,527	0,848	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
120	0,254	0,526	0,845	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617
∞	0,253	0,524	0,842	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

Таблица 5

x	e^x	e^{-x}	x	e^x	e^{-x}
0	1,0000	1,0000	0,51	1,6653	0,6005
0,01	1,0050	0,9900	0,52	1,6820	0,5945
0,02	1,0202	0,9802	0,53	1,6989	0,5836
0,03	1,0305	0,9704	0,54	1,7160	0,5827
0,04	1,0408	0,9608	0,55	1,7333	0,5769
0,05	1,0513	0,9512	0,56	1,7507	0,5712
0,06	1,0618	0,9418	0,57	1,7683	0,5655
0,07	1,0725	0,9324	0,58	1,7860	0,5599
0,08	1,0833	0,9231	0,59	1,8040	0,5543
0,09	1,0942	0,9139	0,60	1,8221	0,5488
0,10	1,1052	0,9048	0,61	1,8404	0,5434
0,11	1,1163	0,8958	0,62	1,8589	0,5379
0,12	1,1275	0,8869	0,63	1,8776	0,5326
0,13	1,1388	0,8781	0,64	1,8965	0,5273
0,14	1,1503	0,8694	0,65	1,9155	0,5220
0,15	1,1618	0,8601	0,66	1,9348	0,5169
0,16	1,1735	0,8521	0,67	1,9542	0,5117
0,17	1,1853	0,8437	0,68	1,9739	0,5066
0,18	1,1972	0,8353	0,69	1,9937	0,5016
0,19	1,2092	0,8270	0,70	2,0138	0,4966
0,20	1,2214	0,8167	0 71	2,0340	0,4916
0,21	1,2337	0,8106	0,72	2,0544	0,4868
0,22	1,2461	0,8025	0,73	2,0751	0,4819
0,23	1,2586	0,7943	0,74	2,0959	0,4771
0,24	1,2712	0,7866	0,75	2,1170	0,4724
0,25	1,2840	0,7788	0,76	2,1383	0,4677
0,26	1,2969	0,7711	0,77	2,1598	0,4630
0,27	1,3100	0,7634	0,78	2,1815	0,4584
0,28	1,3231	0,7558	0,79	2,2034	0,4538
0,29	1,3364	0,7483	0,80	2,2255	0,4493
0,30	1,3499	0,7408	0,81	2,2479	0,4449
0,31	1,3634	0,7334	0,82	2,2705	0,4404
0,32	1,3771	0,7261	0,83	2,2933	0,4360
0,33	1,3910	0,7189	0,84	2,3164	0,4317
0,34	1,4049	0,7118	0,85	2,3396	0,4274
0,35	1,4191	0,7047	0,86	2,3632	0,4232
0,36	1,4333	0,6977	0,87	2,3869	0,4190
0,37	1,4477	0,6907	0,88	2,4109	0,4148
0,38	1,4623	0,6839	0,89	2,4351	0,4107
0,39	1,4770	0,6771	0,90	2,4596	0,4066
0,40	1,4918	0,6703	0,91	2,4843	0.4025
0,41	1,5068	0,6637	0,92	2,5093	0,3985
0,42	1,5220	0,6570	0,93	2,5345	0,3946
0,43	1,5379	0,6505	0,94	2,5600	0,3906
0,44	1,5527	0,6440	0,95	2,5857	0,3867
0,45	1,5683	0,6376	0,96	2,6117	0,3829
0,46	1,5841	0,6313	0,97	2,6379	0,3791
0,47	1,6000	0,6250	0,98	2,6645	0,3753
0,48	1,1661	0,6188	0,99	2,6912	0,3716
0,49	1,6323	0,6126	1,00	2,7183	0,3679
0,50	1,6487	0,6065	1,01	2,7456	0,3642

Продолжение

x	e^{x}	e^{-x}	x	e^{x}	e^{-x}
1,02	2,7732	0,3606	1,54	4,6646	0,2144
1,03	2,8011	0,3570	1,55	4,7115	0,2122
1,04	2,8292	0,3535	1,56	4,7588	0,2101
1,05	2,8577	0,3499	1,57	4,8066	0,2080
1,06	2,8864	0,3465	1,58	4,8550	0,2060
1,07	2,9154	0,3430	1,59	4,9037	0,2039
1,08	2,9447	0,3396	1,60	4,9530	0,2019
1,09	2,9743	0,3362	1,65	5,2070	0,1920
1,10	3,0042	0,3329	1,70	5,4739	0,1827
1,11	3,0344	0,3296	1,75	5,7546	0,1738
1,12	3,0649	0,3263	1,80	6,0496	0,1653
1,13	3,0957	0,3230	1,85	6,3598	0,1572
1,14	3,1268	0,3198	1,90	6,6859	0,1496
1,15	3,1582	0,3166	1,95	7,0287	0,1423
1,16	3,1899	0,3185	2,00	7,3891	0,1353
1,17	3,2220	0,3140	2,05	7,7679	0,1287
1,18	3,2544	0,3073	2,10	8,1662	0,1226
1,19	3,2871	0,3042	2,15	8,5849	0,1165
1,20	3,3201	0,3012	2,20	9,0250	0,1108
1,21	3,3535	0,2982	2,25	9,4877	0,1054
1,22	3,3872	0,2952	2,30	9,9742	0,10026
1,23	3,4212	0,2923	2,35	10,4860	0,09537
1,24	3,4556	0,2894	2,40	11,0230	0,09072
1,25	3,4903	0,2865	2,45	11,588	0,08629
1,26	3,5254	0,2837	2,50	12,182	0,08208
1,27	3,5609	0,2808	2 55	12,807	0,07808
1,28	3,5966	0,2780	2,60	13,464	0,07427
1,29	3,6328	0,2753	2,65	14,154	0,07065
1,30	3,6693	0,2725	2,70	14,880	0,06721
1,31	3,7062	0,2698	2,75	15,643	0,06393
1,32	3,7434	0,2671	2,80	16,445	0,06081
1,33	3,7810	0,2645	2,85	17,288	0,05784
1,35	3,8574	0,2592	2,90	18,174	0,05502
1,36	3,8962	0,2567	2,95	19,106	0,05234
1,37	3,9354	0,2541	3,00	20,086	0,04979
1,38	3,9749	0,2516	3,05	21,115	0,04736
1,39	4,0149	0,2490	3,10	22,198	0,04505
1,40	4,0552	0,2466	3,15	23,336	0,04285
1,41	4,0960	0,2441	3,20	24,533	0,04076
1,42	4,1371	0,2417	3,25	25,790	0,03877
1,43	4,1787	0,2393	3,30	27,113	0,03688
1,44	4,2207	0,2369	3,35	28,503	0,03508
1,45	4,2631	0,2346	3,40	29,964	0,03337
1,46	4,3060	0,2322	3,45	31,500	0,03175
1,47	4,3492	0,2299	3,50	33,115	0,03020
1,48	4,3929	0,2276	3,55	34,813	0,02872
1,49	4,4371	0,2254	3,60	36,598	0,02732
1,50	4,4817	0,2231	3,65	38,475	0,02599
1,51	4,5267	0,2209	3,70	40,447	0,02472
1,52	4,5722	0,2187	3,75	42,521	0,02352
1,53	4,6182	0,2165	3,80	44,701	0,02237

Продолжение

x	e^x	e^{-x}	x	e^x	e^{-x}
3,85	46,993	0,00128	6,50	665,140	0,001503
3,90	49,402	0,02024	7,00	1096,600	0,000912
3,95	51,935	0,01925	7,50	1808,000	0,000558
4,00	54,598	0,01832	8,00	2981,000	0,000335
4,50	90,017	0,01111	8,50	4914,800	0,000203
5,00	148,410	0,00674	9,00	8103,100	0,000123
5,50	244,690	0,00409	9,50	13360,000	0,000075
6,00	403,430	0,002479	10,00	22026,000	0,000045

Значения гамма-функции

Таблица 6

x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$
1,00	1,0000	1,28	0,9007	1,56	0,8896	1,84	0,9426
1,01	0,9943	1,29	0,8990	1,57	0,8905	1,85	0,9456
1,02	0,9888	1,30	0,8975	1,58	0,8914	1,86	0,9487
1,03	0,9835	1,31	0,8960	1,59	0,8924	1,87	0,9518
1,04	0,9784	1,32	0,8946	1,60	0,8935	1,88	0,9551
1,05	0,9735	1,33	0,8934	1,61	0,8947	1,89	0,9584
1,06	0,9687	1,34	0,8922	1,62	0,8959	1,90	0,9618
1,07	0,9642	1,35	0,8912	1,63	0,8972	1,91	0,9652
1,08	0,9597	1,36	0,8902	1,64	0,8986	1,92	0,9688
1,09	0,9555	1,37	0,8893	1,65	0,9001	1,93	0,9724
1,10	0,9514	1,38	0,8885	1,66	0,9017	1,94	0,9761
1,11	0,9474	1,39	0,8879	1,67	0,9033	1,95	0,9799
1,12	0,9436	1,40	0,8873	1,68	0,9050	1,96	0,9837
1,13	0,9399	1,41	0,8868	1,69	0,9068	1,97	0,9877
1,14	0,9364	1,42	0,8864	1,70	0,9086	1,98	0,9917
1,15	0,9330	1,43	0,8860	1,71	0,9106	1,99	0,9958
1,16	0,9298	1,44	0,8858	1,72	0,9126	2,0	1,0000
1,17	0,9267	1,45	0,8857	1,73	0,9147	2,5	1,3294
1,18	0,9237	1,46	0,8856	1,74	0,9168	3,0	2,0000
1,19	0,9209	1,47	0,8856	1,75	0,9191	3,5	3,3233
1,20	0,9182	1,48	0,8857	1,76	0,9214	4,0	6,0000
1,21	0,9156	1,49	0,8859	1,77	0,9238	4,5	11,632
1,22	0,9131	1,50	0,8862	1,78	0,9262	5,0	24,000
1,23	0,9108	1,51	0,8866	1,79	0,9288	5,5	52,342
1,24	0,9085	1,52	0,8870	1,80	0,9314	6,0	120,000
1,25	0,9064	1,53	0,8876	1,81	0,9341	6,6	287,88
1,26	0,9044	1,54	0,9882	1,82	0,9368	7,0	270,00
1,27	0,9025	1,55	0,8889	1,83	0,9397	7,5	1871,20
						8,0	5040,00

Таблица 7

Значения функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{x} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0080	0,0159	0,0239	0,0319	0,0399	0,0478	0,0558	0,0638	0,0717
0,1	0797	0876	0955	1034	1113	1192	1271	1350	1428	1507
0,2	1585	1663	1741	1819	1897	1974	2051	2128	2205	2282
0,3	2358	2434	2510	2586	2661	2737	2812	2886	2960	3035
0,4	3108	3182	3255	3328	3401	3473	3545	3616	3688	3759
0,5	3829	3900	3969	4039	4108	4177	4245	4313	4381	4448
0,6	4515	4581	4647	4713	4778	4843	4908	4971	5035	5098
0,7	5161	5223	5385	5346	5407	5468	5527	5587	5646	4705
0,8	5763	5821	5878	5935	5991	6047	6102	6157	6211	6265
0,9	6319	6372	6424	6476	6528	6579	6629	6680	6729	6778
1,0	6827	6875	6923	6970	7017	7063	7109	7154	7199	7243
1,1	7287	7330	7373	7415	7457	7499	7539	7580	7620	7660
1,2	7699	7737	7775	7812	7850	7887	7923	7959	7994	8030
1,3	8064	8098	8132	8165	8197	8230	8262	8293	8324	8355
1,4	8385	8415	8444	8473	8501	8529	8557	8584	8611	8638
1,5	8664	8689	8715	8740	8764	8789	8812	8836	8859	8882
1,6	8904	8926	8948	8969	8990	9011	9031	9051	9070	9090
1,7	0,91087	0,91273	0,91457	0,91637	0,91714	0,91988	0,92159	0,92327	0,92492	0,92655
1,8	2814	2970	3124	3275	3423	3569	3711	3852	3989	4124
1,9	4257	4387	4514	4639	4762	4882	5000	5116	5230	5341
2,0	5450	5557	5662	5764	5865	5964	6060	6155	6247	6338
2,1	6427	6514	6599	6683	6765	6844	6923	6999	7074	7148
2,2	7219	7289	7358	7425	7491	7555	7619	7679	7739	7798
2,3	7855	7911	7966	8019	8072	8123	8172	8221	8269	8315
2,4	8360	8405	8448	8490	8531	8571	8611	8649	8686	8723

Продолжение

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,5	0,98758	0,98793	0,98826	0,98859	0,98891	0,98923	0,98953	0,98983	0,99012	0,99040
2,6	9068	9095	9121	9146	9171	9195	9219	9241	9263	9285
2,7	9307	9327	9347	9367	9386	9404	9422	9439	9456	9473
2,8	9489	9505	9520	9535	9549	9563	9576	9590	9602	9615
2,9	9627	9639	9650	9661	9672	9682	9692	9702	9712	9721
3,0	9730	9739	9747	9755	9763	9771	9779	9786	9793	9800
3,1	9806	9813	9819	9825	9831	9837	9842	9848	9853	9858
3,2	9863	9867	9872	9876	9880	9885	9889	9892	9896	9900
3,3	9903	9907	9910	9912	9916	9919	9922	9925	9928	9930
3,4	9933	9935	9937	9940	9942	9944	9946	9948	9950	9952
3,5	9953	9955	9957	9958	9960	9961	9963	9964	9966	9967
3,6	9968	9969	9971	9972	9973	9974	9975	9976	9977	9978
3,7	9978	9979	9980	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985
3,8	9986	9986	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9990	9990
3,9	0,999904	0,999908	0,999911	0,999915	0,999919	0,999922	0,999925	0,999928	0,999931	0,999934
4,0	9937	9939	9942	9944	9946	9949	9951	9953	9955	9957
4,1	9959	9960	9962	9964	9965	9967	9968	9969	9971	9972
4,2	9973	9974	9976	9977	9978	9979	9980	9980	9981	9982
4,3	9983	9984	9984	9985	9986	9986	9987	9988	9988	9989

Таблица 8

Плотность вероятности нормального распределения $f_0(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3966	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3868	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3392
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2245	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1294	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1124
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551

Продолжение

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0125	0125	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001

ПРИЛОЖЕНИЕ 4 к ГОСТ 17509—72
Справочное

ПРИМЕРЫ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

Пример 1. *Экспоненциальный закон распределения. План* $[N, U, T]$

Под наблюдение было поставлено 20 изделий. После отказа изделия не заменялись новыми. Наблюдения проводились в течение 2000 ч. За это время отказало 8 изделий, т. е. $N=20$, $T=2000$, $d=8$.

Наработки каждого изделия до отказа следующие:

d	t_i
1	100
2	170
3	250
4	400
5	520
6	680
7	1200
8	1500

Известно, что наработки до отказа подчинены экспоненциальному закону распределения. Принимая отказ за предельное состояние, можно вместо наработки до отказа говорить о ресурсе.

Требуется определить оценки показателей надежности изделия: среднего ресурса, вероятности безотказной работы за время $t=500$ ч, интенсивности отказов, гамма-процентного ресурса при $\gamma=90\%$.

1. По формулам табл. 1 для плана $[N, U, T]$ имеем

$$\hat{\lambda}=\frac{d}{\sum\limits_{i=1}^{d} t_i+(N-d)T}=\frac{8}{4820+(20-8)2000}=0{,}00028.$$

По табл. 1 приложения 2 можно найти доверительные двусторонние границы с доверительной вероятностью $\beta=0{,}90$, используя табл. 1 приложения 3.

$$\lambda_{\text{н}}=\frac{\hat{\lambda}N\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2d}}{d\left(2N-d+\frac{1}{2}\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2d}\right)}=\frac{0{,}00028\cdot 20\cdot 7{,}96}{8\left(2\cdot 20-8+\frac{1}{2}\cdot 7{,}96\right)}=0{,}00015;$$

$$\lambda_{\text{в}}=0{,}00044.$$

Итак $0{,}00015<\lambda<0{,}00044$.

Таким образом интервал (0,00015—0,00044) с вероятностью 0,90 покрывает неизвестный параметр λ.

2. По формулам табл. 2 приложения 1 для плана $[N, U, T]$, используя табл. 1 приложения 3, находим односторонние доверительные границы с доверительной вероятностью $\beta=0{,}90$.

$$\lambda_{\text{о.н}}=\frac{\hat{\lambda}N\chi^2_{1-\beta,\,2d+2}}{d\left(2N-d+\frac{1}{2}\chi^2_{1-\beta,2d+2}\right)}=\frac{0{,}00028\cdot 20\cdot 10{,}9}{8\left(2\cdot 20-8+\frac{1}{2}\cdot 10{,}9\right)}=0{,}00020.$$

Итак $\hat{\lambda}>0{,}00020$, т. е. интервал (0,0002—∞) с вероятностью 0,90 покрывает неизвестный параметр λ

$$\lambda_{о.в}=\frac{\hat{\lambda}N\chi^2_{\beta,\,2d+2}}{d\left(2N-d+\frac{1}{2}\chi^2_{\beta,2d+2}\right)}=\frac{0{,}00028\cdot 20\cdot 26{,}0}{8\left(2\cdot 20-8+\frac{1}{2}\cdot 26{,}0\right)}=0{,}00040.$$

$\hat{\lambda}<0{,}00040$, т. е. интервал (0—0,00040) с вероятностью 0,90 покрывает неизвестный параметр λ.

3. По табл. 7 настоящего стандарта находим оценки показателей надежности изделия и их доверительные границы по табл. 1 приложения 2, используя результаты п. 1 настоящего приложения:

$$T_{р.ср}=\frac{1}{\hat{\lambda}}=\frac{1}{0{,}00028}=3571;$$

$$T_{р.ср.н}=\frac{1}{\lambda_в}=\frac{1}{0{,}00044}=2272;$$

$$T_{р.ср.в}=\frac{1}{\lambda_н}=\frac{1}{0{,}00015}=6667.$$

Таким образом интервал (2272—6667) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение среднего ресурса:

$$2272<T_{р.\,ср}<6667.$$

Для односторонних границ для $T_{р.ср}$ имеем

$$T_{р.ср.о.н}=\frac{1}{\lambda_{о.в}}=\frac{1}{0{,}00040}=2500.$$

Таким образом $\hat{T}_{р.ср}>2500$, т. е. интервал (2500—∞) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение среднего ресурса

$$T_{р.ср.о.в}=\frac{1}{\lambda_{о.н}}=\frac{1}{0{,}00020}=5000.$$

$\hat{T}_{р.ср}<5000$, т. е. интервал (0—5000) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение среднего ресурса.

4. Находим оценку вероятности безотказной работы изделия за время $t=500$ ч по табл. 1 приложения 2. Имеем, используя табл. 4 приложения 1:

$$\hat{P}(500)=e^{-0{,}00028\cdot 500}=0{,}87;$$

$$P_н(500)=e^{-0{,}00044\cdot 500}=0{,}80;$$

$$P_в(500)=e^{-0{,}00015\cdot 500}=0{,}92.$$

Следовательно, вероятность безотказной работы изделия приблизительно равна 0,87, а интервал (0,80—0,92) покрывает ее истинное значение с вероятностью 0,90.

Аналогично получаем для односторонних границ

$$P_{о.н}(500)=e^{-0{,}00040\cdot 500}=0{,}82,$$

т. е. интервал (0,82—1,00) покрывает с вероятностью 0,90 истинное значение вероятности безотказной работы за время $t=500$ ч:

$$P_{о.в}(500)=e^{-0{,}00020\cdot 500}=0{,}90,$$

т. е. интервал (0—0,90) покрывает с вероятностью 0,90 истинное значение вероятности безотказной работы за время t=500 ч.

5. Для оценки интенсивности отказов получаем

$$\hat{\lambda}(t) = \hat{\lambda} = 0{,}00028,$$

т. е. для экспоненциального закона распределения интенсивность отказов постоянна и не зависит от времени. Используя данные примера 1, аналогичным образом получаем для $\lambda\ (t)$ двусторонние и односторонние доверительные границы.

6. Для оценки 90%-ного ресурса находим

$$\hat{T}_{p.\gamma} = \frac{1}{\hat{\lambda}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right) = \frac{1}{0{,}00028}\left(-\ln\frac{90}{100}\right) = 376.$$

Таким образом можно утверждать, что 90% изделий имеет ресурс более 376 ч.

Для двусторонних и односторонних доверительных границ с вероятностью 0,90 будем иметь:

$$T_{\text{р.}\gamma\text{н}} = \frac{1}{\lambda_{\text{в}}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right) = \frac{1}{0{,}00044}\left(-\ln\frac{90}{100}\right) = 240,$$

$$T_{\text{р.}\gamma\text{в}} = \frac{1}{\lambda_{\text{н}}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right) = \frac{1}{0{,}00015}\left(-\ln\frac{90}{100}\right) = 730.$$

Итак, с вероятностью 0,90 интервал (240—730) покрывает истинное значение 90%-ного ресурса.

$$T_{\text{р.}\gamma\text{о.н}} = \frac{1}{\lambda_{\text{о.в}}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right) = \frac{1}{0{,}00040}\left(-\ln\frac{90}{100}\right) = 263,$$

т. е. с вероятностью 0,9 90% изделий имеют ресурс не менее 263 ч;

$$T_{\text{р.}\gamma_{\text{о.в}}} = \frac{1}{\lambda_{\text{о.н}}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right) = \frac{1}{0{,}00020}\left(-\ln\frac{90}{100}\right) = 527,$$

т. е. с вероятностью 0,90 90% изделий имеют ресурс не более 527 ч.

Пример 2. *Закон распределения Вейбулла.*

План [N, U, N].

Используем данные примера 1. Известно, что сроки службы изделий подчинены закону распределения Вейбулла и что N=8: определить параметры этого закона λ и b, их доверительные границы при β =0,90, а также оценки показателей надежности изделия: среднего срока службы, вероятности безотказной работы за время t=200 ч, интенсивности отказов за то же время и 90%-ного срока службы.

1. По формулам табл. 2 настоящего стандарта для плана [N, U, N] находим $\hat{\lambda}$ и $\hat{b}$. Воспользуемся графическим методом (см. чертеж) решения. Перепишем вторую формулу в виде:

$$\frac{N}{\hat{b}} + \sum_{i=1}^{N} \ln t_i = \frac{N \sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} \ln t_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}}} \qquad (1)$$

и обозначим:

$$\frac{N}{\hat{b}} + \sum_{i=1}^{N} \ln t_i = y_1(b); \qquad (2)$$

$$\frac{N \sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} \ln t_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}}} = y_2(b). \tag{3}$$

Оценка $\hat{b}$ параметра b находится на пересечении графиков, записанных уравнениями (2) и (3).

Подставляя в формулы (2) и (3) различные значения $\hat{b}$, будем иметь

$$b=0,5;\ y_1(0,5)=\frac{8}{0,5}+48,43=64,43;$$
$$b=1;\ y_1(1)=56,43;\ y_2(1)=52,2;$$
$$b=1,5;\ y_1(1,5)=53,76;\ y_2(1,5)=55;$$
$$b=2;\ y_1(2)=52,43;\ y_2(2)=55,9$$

и т. д.

Графики $y_1(b)$ и $y_2(b)$ пересекаются в точке, абсцисса которой соответствует приблизительно $\hat{b}=1,3$.

По первой формуле из табл. 2 настоящего стандарта для плана $[N,\ U,\ N]$ теперь можно определить $\hat{\lambda}$. Оно при $\hat{b}=1,3$ равно 0,00021.

Таким образом имеем

$$\hat{\lambda}=0,00021;$$
$$\hat{b}=1,3.$$

2. Для определения доверительных интервалов для λ и b воспользуемся табл. 3, 4, 5 приложения 1.

По табл. 5 для плана $[N,\ U,\ N]$ находим

$$D(\hat{\lambda})=\frac{\frac{8}{1,69}+0,00021\cdot 1798937,4248}{\frac{8}{0,00021}\left[\frac{8}{1,69}+0,00021\cdot 1798937,4248\right]-260928,5978^2}=0,00000026;$$

$$D(\hat{b})=\frac{\frac{8}{0,00021^2}}{\frac{8}{0,00021^2}\left[\frac{8}{1,69}+0,00021\cdot 1798937,4248\right]-260928,5978^2}=0,1242.$$

По табл. 2 приложения 3 при $\beta=0,90$ находим

$$z_\beta=1,645;\ u_\beta=1,282.$$

Используя табл. 3 приложения 1, находим двусторонние доверительные границы

$$\lambda_н=0,00021-1,645\cdot 0,0005=-0,00061;$$
$$\lambda_в=0,00021+1,645\cdot 0,0005=0,00103.$$

Таким образом интервал (—0,00061—0,00103) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение параметра λ. По физическому смыслу $\lambda>0$, поэтому нижнюю границу λ следует принять равной 0. Аналогично получим для b:

$$b_н=1,3-1,645\cdot 0,35=0,614;$$
$$b_в=1,3+1,645\cdot 0,35=1,986.$$

Для односторонних доверительных границ будем иметь по табл. 4 приложения 1:

$$\lambda_{о.н}=0,00021-1,282\cdot 0,0005=-0,00044$$

$$\lambda_{о.в}=0,00021+1,282\cdot 0,0005=0,00086.$$

Так как $\lambda>0$, то следует принять $\lambda_{о.н}=0$.

Аналогично для b:

$$b_{о.н}=1,3-1,282\cdot 0,35=0,8487;$$

$$b_{о.в}=1,3+1,282\cdot 0,35=1,7513.$$

3. Зная оценки параметров λ и b, можно найти оценки для показателей надежности по формулам табл. 7 настоящего стандарта:

$$\hat{T}_{сл.\,ср}=\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{b}\right)}{\hat{\lambda}^{1/\hat{b}}}=\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{1,3}\right)}{(0,00021)^{1/1,3}}=387;$$

$$\hat{P}(200)=e^{-0,00021\cdot 200^{1,3}}=0,81,$$

т. е. вероятность безотказной работы за 200 ч равна приблизительно 0,81:

$$\hat{\lambda}(200)=1,3\cdot 0,00021\cdot 200^{1,3-1}=0,001337.$$

90%-ный срок службы определяем по формуле:

$$\hat{P}(T_{сл.90\%})=\frac{90}{100};\quad e^{-0,00021T^{1,3}_{сл.90\%}}=0,9,$$

откуда

$$\hat{T}_{сл.90\%}=120.$$

Пример 3. *Нормальный закон распределения.*

План [N, U, T].

Используем данные примера 1. Известно, что сроки службы изделий подчинены нормальному закону распределения; определить оценки показателей надежности прибора: средней наработки до отказа, вероятности безотказной работы за время $t=500$ ч, интенсивности отказов за то же время, 90%-ного ресурса.

1. По формулам табл. 4 настоящего стандарта, используя табл. 2 настоящего стандарта, находим $K=0,1$.

2. По формулам табл. 3 настоящего стандарта и по табл. 3 приложения 3 имеем

$$\hat{\sigma}=\frac{2000-\frac{1}{8}\cdot 3470}{\frac{20-8}{8}0,735-0,1}=1562;$$

$$\hat{a}=0,1\cdot 1562+2000=2156.$$

3. По формулам табл. 6 приложения 1 и по табл. 2 и 3 приложения 3 имеем

$$a_н=2156-1,645\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1,667}=1414;$$

$$a_в=2156+1,645\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1,667}=2998,$$

т. е. интервал (1414—2998) покрывает с вероятностью 0,90 истинное значение a.

4. По табл. 7 приложения 1 имеем, используя табл 2 и 3 приложения 3:

$$a_{о.н}=2156-1,282\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1,667}=1578;$$

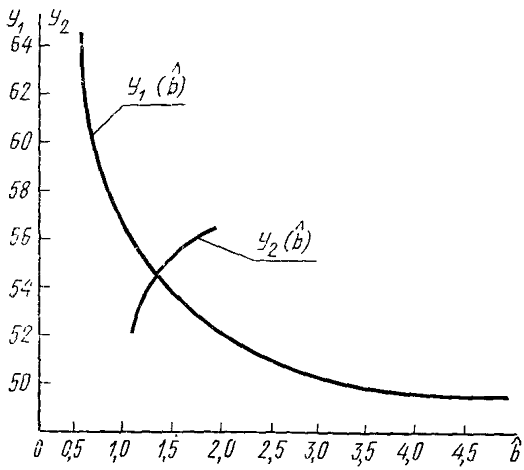
$$a_{о.в}=2156+1,282\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1,667}=2736.$$

5. По табл 8 приложения 1 находим двусторонние доверительные границы для истинного значения σ , используя табл. 2 и 3 приложения 3:

$$\sigma_н=1562-1,645\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1,370}=890;$$

$$\sigma_в=1562+1,645\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1,370}=2235.$$

т. е. интервал (890—2235) покрывает с вероятностью 0,90 истинное значение σ.



По табл. 9 приложения 1 для односторонних доверительных границ имеем, используя данные табл. 2 и 3 приложения 3:

$$\sigma_{о.н}=1562-1,282\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1,370}=1038;$$

$$\sigma_{о.в}=1562+1,282\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1,370}=2087.$$

6. Зная параметры нормального закона распределения, нетрудно найти оценки для показателей надежности по формулам табл. 7 настоящего стандарта;

$$\hat{T}_{ср}=2156.$$

Вероятность безотказной работы за время $t=500$ ч с учетом табл. 7 приложения 3 будет

$$\hat{P}(500)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{500-2156}{1562}\right)=0,86.$$

Интенсивность отказов за время $t=500$ ч с учетом данных табл. 8 приложения 3 будет

$$\hat{\lambda}(500)=\frac{\frac{1}{1562}f_0\left(\frac{500-2156}{1562}\right)}{0,86}=0,000017.$$

Пример 4. *Логарифмически-нормальный закон распределения.*

План [*N, U, T*].

Используем данные примера 1. Известно, что сроки службы изделий подчинены логарифмически-нормальному закону распределения. Определить параметры этого закона $a_{\ln t}$, $\sigma_{\ln t}$, их доверительные границы при $\beta=0,90$, а также оценки показателей надежности прибора: наработки до отказа, вероятности безотказной работы за время $t=500$ ч, интенсивности отказов за то же время и 90%-ного ресурса.

1. По формулам табл. 6 настоящего стандарта для плана [N, U, T] с использованием значений f_1 (k) по табл. 3 приложения 3 находим, что $k=0,3$.

2. По табл. 5 настоящего стандарта определяем

$$\hat{\sigma}_{\ln t}=\frac{7,6-\frac{1}{8}\cdot 48,4}{\frac{20-8}{8}\cdot 0,617-0,3}=2,47.$$

3. Зная k и $\hat{\sigma}_{\ln t}$ по табл. 5 настоящего стандарта, находим

$$\hat{a}_{\ln t}=0,3\cdot 2,47+7,6=8,34.$$

4. Двусторонние доверительные границы с вероятностью 0,90 находим по табл. 10 приложения 1 с использованием табл. 2 приложения 3, по которой находим $z_{0,90}=1,645$, и табл. 3 приложения 3, по которой находим $f_2(0,3)=2,119$.

$$a_{\ln t_{н}}=8,34-1,645\cdot\frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{2,119}=7,02;$$

$$a_{\ln t_{в}}=8,34+1,645\cdot\frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{2,119}=9,67.$$

Следовательно, интервал (7,02—9,67) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение параметра $a_{\ln t}$.

Аналогично находим односторонние доверительные границы с вероятностью 0,90 по формулам табл. 11 приложения 1 с использованием табл. 2 приложения 3, по которой находим $u_{0,90}=1,282$, и табл. 3 приложения 3, по которой находим $f_2(0,3)=2,119$:

$$a_{\ln t_{о.н}}=8,34-1,282\cdot\frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{2,119}=7,31;$$

$$a_{\ln t_{о.в}}=8,34+1,282\cdot\frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{2,119}=9,37.$$

5. По табл. 12 приложения 1 находим двусторонние доверительные границы с вероятностью 0,90 для параметра $\sigma_{\ln t}$, используя табл. 2 приложения 3, по которой находим $z_{0,90}=1,645$, и табл. 3 приложения 3, по которой находим $f_3(0,3)=1,704$:

$$\sigma_{\ln t_{н}}=2,47-1,645\cdot\frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{1,704}=1,29;$$

$$\sigma_{\ln t_{\text{в}}}=2,47+1,645\ \frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{1,704}=3,66.$$

Аналогично находим односторонние доверительные границы:

$$\sigma_{\ln t_{\text{о.н}}}=2,47-1,28\cdot\ \frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{1,704}=1,55;$$

$$\sigma_{\ln t_{\text{о.в}}}=2,47+1,28\cdot\ \frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{1,704}=3,40.$$

6. Определив параметры логарифмически-нормального закона распределения, можно найти оценки показателей надежности по табл. 7 настоящего стандарта:

$$\hat{T}_{\text{ср}}=e^{8,34+\frac{2,47^2}{2}}=587;$$

$$\hat{P}(500)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{6,22-8,34}{2,47}\right)=0,8;$$

$$\hat{\lambda}(500)=\frac{\frac{1}{2,47\cdot 500}f_0\left(\frac{6,22-8,34}{2,47}\right)}{0,8}=0,00028.$$

Пример 5. Под наблюдение было поставлено 20 изделий. Наблюдения велись до момента времени Т. После каждого отказа изделия ремонтировались (восстанавливались). Было отремонтировано 8 изделий. Время восстановления каждого изделия следующее:

N	t_i
1	100
2	170
3	250
4	400
5	520
6	680
7	1200
8	1500

Известно, что время восстановления подчинено экспоненциальному закону распределения.

Требуется определить оценки показателей надежности изделий: среднего времени восстановления, вероятности восстановления за время 200 усл. ед., интенсивности восстановления за то же время. По формулам табл. 1 настоящего стандарта для плана $[N, U, N]$ находим

$$\hat{\lambda}=\frac{8}{\sum\limits_{i=1}^{8} t_i}=\frac{8}{100+170+\ .\ .\ .+1500}=0,00165.$$

По формулам табл. 1 приложения 2 с доверительной вероятностью $\beta=0,90$ находим нижнюю и верхнюю границы:

$$\lambda_{\text{н}}=\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2N}}{2N}=\frac{0,00165\cdot 7,96}{16}=0,00082;$$

$$\lambda_{\text{в}}=\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},2N}}{2N}=\frac{0,00165\cdot 26,3}{16}=0,00280,$$

Таким образом, интервал (0,00082—0,00280) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение λ.

По формулам табл. 2 приложения 1 с доверительной вероятностью $\beta = 0{,}90$ находим нижнюю и верхнюю односторонние границы:

$$\lambda_{\text{о н}} = \frac{\hat{\lambda}\chi^2_{1-\beta,2N}}{2N} = \frac{0{,}00165 \cdot 9{,}31}{16} = 0{,}00096;$$

$$\lambda_{\text{о.в}} = \frac{\hat{\lambda}\chi^2_{\beta,2N}}{2N} = \frac{0{,}00165 \cdot 23{,}5}{16} = 0{,}00242,$$

т. е. с вероятностью 0,90 истинное значение $\lambda > 0{,}00096$ и с той же вероятностью меньше 0,00242.

По табл. 7 настоящего стандарта находим среднее время восстановления

$$\hat{T}_{\text{в}} = \frac{1}{\hat{\lambda}} = \frac{1}{0{,}00165} = 606.$$

По табл. 1 приложения 2 находим с доверительной вероятностью 0,90 односторонние и двусторонние нижнюю и верхнюю границы:

$$T_{\text{в.н}} = \frac{1}{0{,}00280} = 369; \quad T_{\text{в.в}} = \frac{1}{0{,}00082} = 1219,$$

т. е. интервал (369—1219) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение $T_{\text{в}}$;

$$T_{\text{в. о. н}} = \frac{1}{0{,}00242} = 413; \quad T_{\text{в. о. в}} = \frac{1}{0{,}00096} = 1040,$$

т. е. с вероятностью 0,90 истинное значение $T_{\text{в}} > 413$ и с той же вероятностью $T_{\text{в}} < 1040$.

Вероятность того, что отказ будет обнаружен и устранен в течение 200 усл. ед. времени будет равен по формулам табл. 7 настоящего стандарта:

$$\hat{P}_{\text{в}}(200) = 1 - e^{-0{,}00165 \cdot 200} = 0{,}28.$$

По формулам табл. 1 приложения 2 находим с доверительной вероятностью $\beta = 0{,}90$ двусторонние и односторонние нижнюю и верхнюю доверительные границы:

$$P_{\text{в.н}}(200) = 1 - e^{-0{,}00082 \cdot 200} = 0{,}15;$$

$$P_{\text{в.в}}(200) = 1 - e^{-0{,}00280 \cdot 200} = 0{,}42,$$

т. е. интервал (0,15—0,42) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение $P_{\text{в}}(200)$:

$$P_{\text{в. о. н}}(200) = 1 - e^{-0{,}00096 \cdot 200} = 0{,}17;$$

$$P_{\text{в. о. в}}(200) = 1 - e^{-0{,}00242 \cdot 200} = 0{,}38.$$

т. е. с вероятностью 0,90 истинное значение $P_{\text{в}}(200) > 0{,}17$ и с той же вероятностью $P_{\text{в}}(200) < 0{,}38$.

Интенсивность восстановления для экспоненциального распределения времени восстановления совпадает с параметром λ.

ПРИЛОЖЕНИЕ 5 к ГОСТ 17509—72
Справочное

ПРИМЕНЯЕМЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

N — число изделий, поставленных под наблюдение;
T — установленная продолжительность наблюдения;
d — число отказов за время наблюдения T;
r — число отказов, до получения которых проводятся наблюдения;
t_r — наработка изделия до получения r отказов.
t_i — отдельные значения случайной величины (наработки до отказа, ресурса, времени восстановления, срока сохраняемости, срока службы);
$T_{ср}$ — средняя наработка до первого отказа;
$\hat{T}_{ср}$ — точечная оценка средней наработки до первого отказа;
$T_{р.ср}$ — средний ресурс;
$\hat{T}_{р.ср}$ — точечная оценка среднего ресурса;
$T_{сл.ср}$ — средний срок службы;
$\hat{T}_{сл.ср}$ — точечная оценка среднего срока службы;
$T_{с.ср}$ — средний срок сохраняемости;
$\hat{T}_{с.ср}$ — точечная оценка среднего срока сохраняемости;
$T_{в.ср}$ — среднее время восстановления;
$\hat{T}_{в.ср}$ — точечная оценка среднего времени восстановления;
$T_{р.\gamma}$ — гамма-процентный ресурс;
$\hat{T}_{р.\gamma}$ — точечная оценка гамма-процентного ресурса;
$T_{сл.\gamma}$ — гамма-процентный срок службы;
$\hat{T}_{сл.\gamma}$ — точечная оценка гамма-процентного срока службы;
$T_{с.\gamma}$ — гамма-процентный срок сохраняемости;
$\hat{T}_{с.\gamma}$ — точечная оценка гамма процентного срока сохраняемости;
$P(t)$ — вероятность безотказной работы за время t;
$\hat{P}(t)$ — точечная оценка вероятности безотказной работы за время t;
$P_в(t)$ — вероятность восстановления в заданное время t;
$\hat{P}_в(t)$ — точечная оценка вероятности восстановления в заданное время t;
$\lambda(t)$ — интенсивность отказов;
$\hat{\lambda}(t)$ — точечная оценка интенсивности отказов;
$\mu(t)$ — интенсивность восстановления;
$\hat{\mu}(t)$ — точечная оценка интенсивности восстановления;

a, σ — параметры нормального закона распределения;

$\hat{a}$, $\hat{\sigma}$ — точечные оценки параметров нормального закона распределения;

λ — параметр экспоненциального закона распределения и закона распределения Вейбулла;

$\hat{\lambda}$ — точечная оценка параметра экспоненциального закона и закона распределения Вейбулла;

b — параметр закона распределения Вейбулла;

$\hat{b}$ — точечная оценка параметра закона распределения Вейбулла;

$a_{\ln t}$, $\sigma_{\ln t}$ — параметры логарифмически-нормального закона распределения;

$\hat{a}_{\ln t}$, $\hat{\sigma}_{\ln t}$ — точечные оценки параметров логарифмически-нормального закона распределения;

u_{β} — квантиль нормального распределения;

z_{β} — квантиль нормального распределения;

$\chi^2_{P,n}$ — квантиль χ^2-распределения;

$t_{P,n}$ — квантиль распределения Стьюдента.

Редактор *В. С. Цепкина*
Технический редактор *А. М. Шкодина*
Корректор *М. Н. Гринвальд*

Сдано в набор 14. 05.73 Подп. в печ. 29. 04. 74 3.25 п. л. Тир. 8000

Издательство стандартов. Москва, Д-22, Новопресненский пер., 3.
Калужская типография стандартов, ул. Московская, 256. Зак. 1164