

---

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО  
ПО ТЕХНИЧЕСКОМУ РЕГУЛИРОВАНИЮ И МЕТРОЛОГИИ

---



РЕКОМЕНДАЦИИ ПО  
СТАНДАРТИЗАЦИИ

**Р 50.1.087—  
2013**

---

**Статистические методы  
ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ**

**Часть 8**

**Статистическое управление процессами**

Издание официальное



Москва  
Стандартинформ  
2014

## Предисловие

1 РАЗРАБОТАНЫ Автономной некоммерческой организацией «Научно-исследовательский центр контроля и диагностики технических систем» (АНО «НИЦ КД»)

2 ВНЕСЕНЫ Техническим комитетом по стандартизации ТК 125 «Применение статистических методов»

3 УТВЕРЖДЕНЫ И ВВЕДЕНЫ В ДЕЙСТВИЕ Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 22 ноября 2013 г. № 1663-ст

4 ВВЕДЕНЫ ВПЕРВЫЕ

*Правила применения настоящих рекомендаций установлены в ГОСТ Р 1.0—2012 (раздел 8). Информация об изменениях к настоящим рекомендациям публикуется в ежегодном (по состоянию на 1 января текущего года) информационном указателе «Национальные стандарты», а официальный текст изменений и поправок — в ежемесячном информационном указателе «Национальные стандарты». В случае пересмотра (замены) или отмены настоящих рекомендаций соответствующее уведомление будет опубликовано в ближайшем выпуске ежемесячного информационного указателя «Национальные стандарты». Соответствующая информация, уведомление и тексты размещаются также в информационной системе общего пользования — на официальном сайте Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии в сети Интернет ([gost.ru](http://gost.ru))*

© Стандартиформ, 2014

Настоящие рекомендации не могут быть полностью или частично воспроизведены, тиражированы и распространены в качестве официального издания без разрешения Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии

## Содержание

1 Область применения . . . . .	1
2 Нормативные ссылки . . . . .	1
3 Термины, определения и сокращения . . . . .	2
4 Назначение управления процессом . . . . .	2
5 Статистическое управление процессами . . . . .	3
6 Избыточное и недостаточное управление процессом . . . . .	6
7 Основные этапы разработки функциональной контрольной карты . . . . .	8
8 Интерпретация контрольных карт Шухарта . . . . .	12
9 Выбор вида контрольной карты . . . . .	13
Приложение А (справочное) Контрольные карты для количественных данных. Формулы и константы . . . . .	18
Приложение Б (справочное) Результаты измерений массы образцов ткани . . . . .	21
Библиография . . . . .	22

## Введение

Серия рекомендаций по стандартизации «Статистические методы. Примеры применения» включает разъяснения применения статистических методов в простой и доступной форме.

В рекомендациях представлены способы применения простых статистических методов и приемов, показано, как знание процесса производства может способствовать его улучшению, повышению эффективности, производительности и повышению качества изготавливаемой продукции.

Термин «статистический» обычно применяют по отношению к методам, связанным с обработкой числовых данных, относящихся к контролю качества продукции, управлению технологическими процессами, увеличению выпуска продукции и продаж, снижению затрат и, как следствие, стоимости продукции, а также к заработной плате. До применения конкретного статистического метода необходимо четко понимать его назначение

В настоящих рекомендациях рассмотрены методы статистического управления процессом с применением контрольных карт. Приведены примеры и даны рекомендации по их применению.

Применение статистических методов управления процессами позволяет повысить эффективность и результативность процессов.

## РЕКОМЕНДАЦИИ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ

## Статистические методы

## ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ

## Часть 8

## Статистическое управление процессами

Statistical methods. Examples of application. Part 8. Statistical process control

Дата введения — 2014—12—01

**1 Область применения**

В серии рекомендаций «Статистические методы. Примеры применения» приведены пояснения к использованию статистических методов, применяемых в менеджменте, контроле и улучшении процессов с учетом требований ГОСТ Р ИСО/ТО 10017.

В настоящих рекомендациях рассмотрены методы статистического управления процессом с применением контрольных карт. Методы могут быть применены как к производственным, так и к организационным процессам.

Применение статистических методов управления процессами позволяет повысить эффективность и результативность процессов.

**2 Нормативные ссылки**

В настоящих рекомендациях использованы нормативные ссылки на следующие документы:

ГОСТ ISO 9000—2011 Системы менеджмента качества. Основные положения и словарь

ГОСТ ISO 9001—2011 Системы менеджмента качества. Требования

ГОСТ Р 50779.10—2000 Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения

ГОСТ Р 50779.11—2000 Статистические методы. Статистическое управление качеством. Термины и определения

ГОСТ Р 50779.42—99 Статистические методы. Контрольные карты Шухарта

ГОСТ Р ИСО/ТО 10017—2005 Статистические методы. Руководство по применению в соответствии с ГОСТ Р ИСО 9001

ГОСТ Р ИСО 11648-1—2009 Статистические методы. Выборочный контроль нештучной продукции. Часть 1. Общие принципы

ГОСТ Р ИСО 11648-2—2009 Статистические методы. Выборочный контроль нештучной продукции. Часть 2. Отбор выборки сыпучих материалов

Р 50.1.040—2002 Статистические методы. Планирование экспериментов. Термины и определения

**П р и м е ч а н и е** — При пользовании настоящим стандартом целесообразно проверить действие ссылочных документов в информационной системе общего пользования — на официальном сайте Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии в сети Интернет или по ежегодному информационному указателю «Национальные стандарты», который опубликован по состоянию на 1 января текущего года, и по выпускам ежемесячного информационного указателя «Национальные стандарты» за текущий год. Если заменен ссылочный документ, на который дана недатированная ссылка, то рекомендуется использовать действующую версию этого документа с учетом всех внесенных в данную версию изменений. Если заменен ссылочный документ, на который дана датированная ссылка, то рекомендуется использовать версию этого стандарта с указанным выше годом утверждения (принятия). Если после утверждения настоящего стандарта в ссылочный документ, на который дана датированная ссылка, внесено изменение, затрагивающее положение, на которое дана ссылка, то это положение рекомендуется применять без учета данного изменения. Если ссылочный документ отменен без замены, то положение, в котором дана ссылка на него, рекомендуется применять в части, не затрагивающей эту ссылку.

### 3 Термины, определения и сокращения

#### 3.1 Термины и определения

В настоящих рекомендациях применены термины по ГОСТ Р 50779.10, ГОСТ Р 50779.11, Р 50.1.040 и ГОСТ ISO 9000.

#### 3.2 Сокращения

SPC<sup>1)</sup> — статистическое управление процессами;

MSA<sup>2)</sup> — анализ измерительных систем.

### 4 Назначение управления процессом

Различные аспекты получения достоверной оценки характеристик качества продукции в партии по выборочным данным рассмотрены в [4]. Если разброс значений наблюдаемой характеристики единиц продукции значителен, получение заключения о качестве продукции на основе отбора и проверки достаточного количества единиц продукции требует от потребителя существенных финансовых затрат.

В ситуации, когда корректное техническое решение на основе апостериорной выборки состоит в отклонении партии, часто принимают бизнес-решение о приемке продукции, исходя из реальной ситуации (требований логистики, сроков поставки и т. д.). Поэтому особое внимание должно быть направлено на способы демонстрации и обеспечения соответствия процесса установленным требованиям, в том числе требованию наличия статистических методов управления процессом, обеспечивающих качество продукции или услуги. Для этого необходимо:

а) выполнение основных требований к системе менеджмента качества, установленных в ГОСТ ISO 9001, основанных на «процессном подходе» менеджмента качества. Этот стандарт устанавливает, что любую деятельность, использующую ресурсы и управляемую в целях преобразования входов в выходы, можно рассматривать как процесс. Организация должна идентифицировать и управлять взаимодействующими процессами. Приведенная на рисунке 1 модель процесса охватывает основные требования системы менеджмента качества для достижения соответствия продукции установленным требованиям.



Рисунок 1 — Модель процесса менеджмента качества

<sup>1)</sup> SPC — Statistical Process Control.

<sup>2)</sup> MSA — Measurement System Analysis.

**П р и м е ч а н и е** — В соответствии с ГОСТ ISO 9000 термин «продукция» охватывает четыре общие категории продукции: технические средства, программные средства, услуги и перерабатываемые материалы.

Применяемый в ГОСТ ISO 9001 раздел, устанавливающий требования к измерениям, анализу и улучшениям, позволяет организациям демонстрировать соответствие требованиям к продукции. Организация должна определять, планировать и выполнять измерения и контроль по проверке соответствия установленным требованиям и достигнутых улучшений. Организация должна определять необходимость в использовании применимых методов, в том числе статистических, и область их использования.

В ГОСТ ISO 9001 установлено, что организация должна, например:

- 1) применять соответствующие методы измерений и мониторинга процессов измерений, необходимые для выполнения требований потребителя. Эти методы должны подтверждать непрерывную способность каждого процесса выполнять предназначенную функцию;
- 2) проводить измерения и мониторинг характеристик продукции для проверки ее соответствия установленным требованиям. Эти действия должны быть выполнены на соответствующих этапах процесса изготовления продукции;
- 3) проводить анализ данных для оценки эффективности функционирования системы менеджмента качества и идентифицировать необходимые улучшения;
- 4) планировать и управлять процессами, необходимыми для постоянного улучшения системы менеджмента качества;
- 5) способствовать непрерывному улучшению системы менеджмента качества с помощью анализа данных, корректирующих действий и действий по улучшению системы;
- 6) выполнение дополнительных по отношению к ГОСТ ISO 9001 требований, например, требований к медицинскому оборудованию, космическим системам и автомобильному транспорту. Признанные лидеры автомобильной промышленности США («Большая тройка») совместно разработали требования к системе качества QS-9000, которые включают руководства по: статистическому управлению процессами (SPC) [1] и анализу измерительных систем (MSA) [2], обеспечивающие общий подход к SPC и к MSA в автомобильной промышленности.

Независимо от того, установлено или нет применение статистических методов управления процессами или требований к продукции, организация осознает необходимость улучшения своего бизнеса. Это иллюстрирует следующий пример.

**Пример — Производство стальной трубы.**

*Поставщик стальных труб для авиационной промышленности закупает стальную полосу у поставщика на вес (в килограммах) и изготавливает стальные трубы, продавая их метрами. В организации известно, что применение современного подхода по улучшению управления процессом позволяет изготовить большее количество труб из килограмма полосы. Исходя из этого, организация стремится обеспечить при изготовлении минимальные значения внешнего диаметра и толщины стенок труб, удовлетворяющих требованиям заказчика. Для этого организация идентифицировала и уменьшила изменчивость процесса производства на основе методологии статистического управления процессами. Уменьшая диаметр и толщину труб, организация наладила производство труб более легких, с более устойчивыми характеристиками качества. Это показывает возможности статистического управления процессами для улучшения производственного процесса, увеличения прибыли организации и повышения оценки организации потребителями.*

Такие возможности являются стимулом к разработке и широкому распространению методов статистического управления процессами.

## 5 Статистическое управление процессами

### 5.1 Сущность SPC

Основным инструментом SPC является контрольная карта. Первый вопрос, на который необходимо ответить при построении контрольной карты — какова основная цель ее применения. Существует два различных подхода к построению контрольной карты. Один подход направлен на непосредственный контроль требований в виде установленных границ поля допуска. Другой подход использует контрольные границы, построенные на основе анализа функционирования процесса. Эти контрольные границы охватывают область вокруг среднего значения контролируемой характеристики. Границы

определяют на основе анализа свойств изменчивости процесса без учета установленных границ поля допуска.

Многие организации, используя контрольные карты, основанные на границах поля допуска, отказались от их использования в пользу статистического управления процессом на основе функциональных свойств процесса (функциональных контрольных карт) для выполнения требований потребителей. Другие организации были заинтересованы в применении контрольных карт на основе функциональных свойств процесса в силу таких причин, как:

а) обнаружение, что первый класс качества (AI) для характеристики качества может быть достигнут только при достижении ею предпочтительного значения, а обнаружение тенденции ухудшения качества — при приближении значений характеристики к допустимому пределу, даже при том, что характеристика все еще находится «в допуске». Выполнение установленного допуска становится лишь «минимальным» требованием качества. Это требование не обеспечивает необходимого качества продукции. В условиях конкуренции могут быть получены значительные преимущества при обеспечении предпочтительного значения контролируемой характеристики с минимальной изменчивостью;

б) подтверждение того, что основанная на границах поля допуска контрольная карта не дает достаточно информации об источниках изменчивости процесса, необходимой для его улучшения и контроля. Ориентация на классификацию выходов процесса просто по соответствию требованиям противоречит целям контрольной карты, основанной на предпочтительном значении характеристики, которая выделяет случайные и особые причины отклонения процесса;

в) наличие двух категорий персонала, обслуживающего процесс, и двух видов изменчивости:

1) специалистов в области управления, отвечающих за процесс, присущие ему причины изменчивости и ее сокращение;

2) персонала, участвующего в работе процесса, способного выявить и зафиксировать особые причины отклонений процесса с помощью функциональных контрольных карт.

Перечисление б) указывает на основное назначение контрольной карты — выделение особых и случайных причин отклонений процесса. Случайные причины отклонений обычно относят к сфере компетенции персонала, участвующего в работе процесса. Если операторы на основе контрольной карты установили, что процесс находится в статистически управляемом состоянии, т. е. особые причины отклонений процесса отсутствуют, то только в этом случае специалисты в области управления процессом и руководители могут использовать данные контрольной карты для сравнения меры оставшихся общих причин отклонений процесса с установленными границами. Для контролируемой характеристики могут быть получены стандартизованные значения индексов воспроизводимости процесса и проведены необходимые действия по улучшению процесса.

Такой анализ возможностей процесса показывает другой очень важный аспект роли SPC. Основное назначение контрольной карты при функционировании процесса состоит в контроле и уменьшении отклонений процесса. Удаление особых причин отклонений для возвращения процесса в состояние статистической управляемости не улучшает процесс, а лишь возвращает его к своему исходному состоянию. Это не противоречит цели внедрения SPC для улучшения функционирования процесса. При улучшении процесса за счет сокращения случайных причин отклонений не следует ждать устранения особых причин. Существенное улучшение функционирования процесса фиксируется в контрольной карте как потеря устойчивости процесса. Контрольная карта несоответствий качества швейной продукции построена в соответствии со статистическим критерием значимости. На рисунке 2 для процесса пошива одежды показаны:

- нежелательные ситуации (точки, расположенные выше верхней контрольной границы UCL), вызванные особыми причинами: повреждение иглы, реорганизация производства и т. п.;

- желательная ситуация (более семи последовательных точек находятся ниже исходной центральной линии): управление процессом привело к сокращению количества дефектов, вызванных случайными причинами с 10 % до 1 %.

Этот пример показывает важность разделения особых и случайных причин отклонений процесса. Спорадические отклонения, вызванные особыми причинами, как правило, являются следствием действий персонала по управлению оборудованием, техническому обслуживанию и ремонту. Интенсивность отказов свыше 10 % является результатом случайных причин, присущих системе и в частности распределения ответственности и полномочий.





Рисунок 2 — Контрольная карта несоответствий качества швейной продукции

## 5.2 Статистическое управление процессом или статистический контроль продукции

Необходимо различать статистическое управление процессами и статистический контроль продукции. Статистическое управление процессом использует результаты статистического контроля продукции. Рисунок 3 иллюстрирует этот тезис.

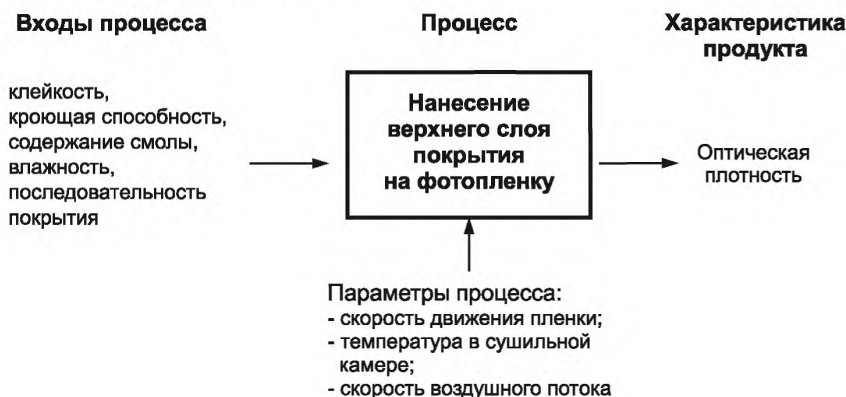


Рисунок 3 — Схема процесса нанесения верхнего слоя покрытия на фотопленку

Часто SPC применяют к характеристикам продукции, таким как оптическая плотность. На первый взгляд это выглядит приемлемым, однако не столь эффективно, как управление параметрами процесса и входами процесса, которые влияют на контролируемую характеристику продукции. Установленное неудовлетворительное качество продукции может привести к нарушению сроков отгрузки и увеличению издержек производства, которые приводят к уменьшению прибыли и/или увеличению затрат изготовителя.

Почему управление процессами не применяют чаще? Основная причина состоит в том, что для значительной доли процессов взаимосвязь между входными параметрами процесса и характеристиками продукции недостаточно известна. Поэтому предварительное применение статистических методов планирования эксперимента обычно приводит к более эффективному применению SPC.

Таким образом:

- а) каждый процесс генерирует информацию, которая может быть использована для управления процессом и улучшения его функционирования;
- б) к работе следует привлекать квалифицированный персонал, способный применять соответствующие статистические методы;
- в) существует два источника информации и два способа работы с ними:
  - 1) естественная изменчивость процесса и статистическое управление процессами;
  - 2) индуцированная изменчивость и планирование эксперимента.

## 6 Избыточное и недостаточное управление процессом

Система мониторинга процесса может привести к следующим ситуациям:

- а) избыточное управление (при управлении процессом выполняют излишние действия);
- б) недостаточное управление (при управлении процессом не выполняют необходимые действия);
- в) адекватное управление (при управлении процессом выполняют только необходимые действия).

Процесс находится в состоянии статистической управляемости, если отсутствуют особые причины изменчивости процесса. Изменчивость процесса обусловлена общими причинами. Состояние статистической управляемости процесса не является естественным состоянием процесса, а представляет собой состояние, достигнутое последовательным устранением особых причин изменчивости. Для этого используют карты SPC, которые обеспечивают выявление особых причин изменчивости и не дают ложных сигналов в ситуациях, когда особые причины отсутствуют.

На практике не все особые причины могут быть выявлены. Состояние статистической управляемости процесса не предполагает, что изменчивость процесса, вызванная случайными причинами, является большой или маленькой, в пределах или за пределами установленных требований, а лишь предполагает, что поведение процесса является предсказуемым.

### Примеры

**Сценарий 1. Оператор корректирует параметры процесса после контроля каждой отдельной выборки, что приводит к избыточному управлению.**

Предположим, что процесс экструзии имеет постоянную изменчивость вокруг целевого значения веса 45 г (см. рисунок 4). На рисунке показана область изменчивости измеряемых значений вокруг среднего 45 г.

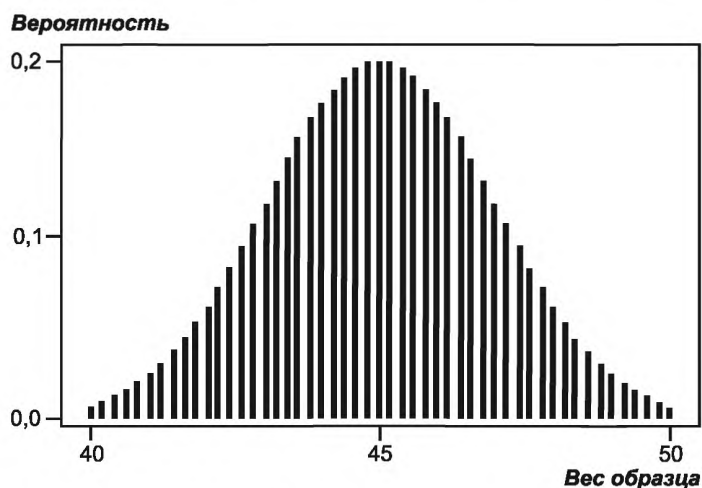


Рисунок 4 — Вероятность наблюдений оператором веса единственного образца, если среднее равно 45

Оператор выполняет измерения веса по одному образцу с интервалом в 20 мин и сравнивает результат с предпочтительным, целевым или ссылочным значением 45 г. Для изменения веса корректируют скорость экструзии. Корректировку производят на этапе 1, т. е. сразу после измерений, если результат отличается от 45 хотя бы на 1. В таблице 1 приведены возможные результаты измерений. Фактический уровень процесса первоначально находился на предпочтительном уровне, и процесс был устойчив. Последствия такого управления показаны в таблице 1.

Т а б л и ц а 1 — План управления процессом: измерения выполняют через 20 мин и в зависимости от результатов измерений процесс корректируют

Время измерений	Результат измерения веса образца, г	Корректировка процесса	Фактический уровень процесса
08:00	46	–1	45
08:20	42	+3	44

Окончание таблицы 1

Время измерений	Результат измерения веса образца, г	Корректировка процесса	Фактический уровень процесса
08:40	46	–1	47
09:00	48	–3	46
09:20	44	+1	43
09:40	43	+2	44
10:00	47	–2	46
10:20	44	+1	44
10:40	47	–2	45
11:00 и т. д.	44	+1	43

**Примечание** — Результаты измерений были получены в результате моделирования нормальной случайной величины с постоянной дисперсией и средним 45 г

В 08:00 оператор увеличивает скорость экструзии после измерения веса образца, оставившего 46 г. Для уменьшения веса он регулирует процесс, что приводит к фактическому среднему весу 44 г. В 08:20 после измерения веса образца (42 г) оператор уменьшает скорость экструзии для увеличения веса образцов на 3 г. После этого процесс перестраивается на средний вес образцов 47 г.

Последствием такого избыточного управления является увеличение изменчивости с 10 г ( $45 \pm 5$  г на рисунке 5) до 14 г (от  $(43 - 5)$  до  $(47 + 5)$ ) (см. таблицу 1).

Расплатой за избыточную корректировку является увеличение изменчивости процесса за короткий срок приблизительно на 40 %. Таким образом, непрерывная корректировка устойчивого процесса увеличивает его изменчивость.

**Сценарий 2.** Оператор контролирует процесс, используя график. Никаких рекомендаций по управлению процессом у оператора нет. Контроль выполняют с применением графика, приведенного на рисунке 5.

Решение о необходимости корректировки процесса зависит только от оператора. Такое управление вряд ли будет эффективным, поскольку у оператора нет указаний по интерпретации изменчивости процесса. В этой ситуации возможно как избыточное, так и недостаточное управление процессом.

Значение контролируемой характеристики

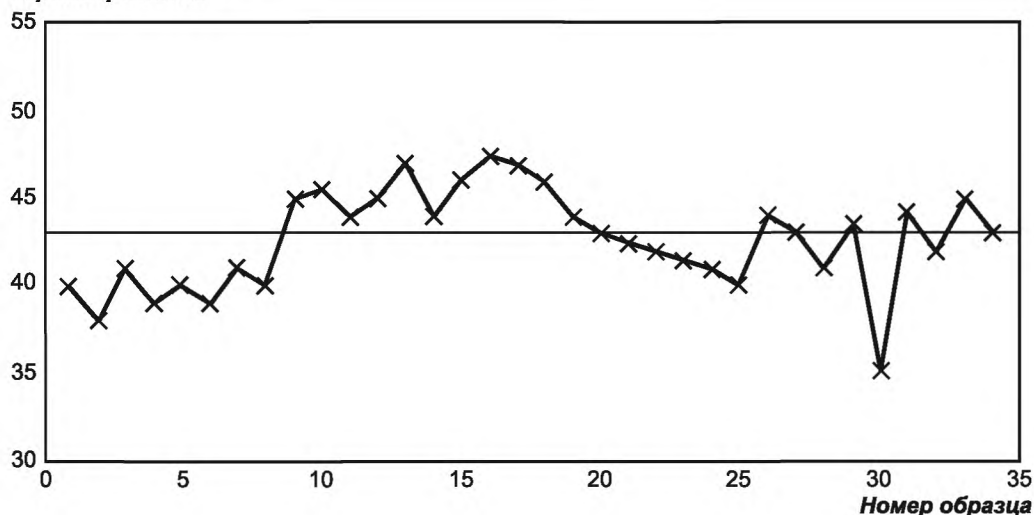


Рисунок 5 — График процесса без рекомендаций по управлению процессом

**Сценарий 3.** Мониторинг процесса с использованием SPC-карты, обеспечивающий эффективное управление<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Данный пример является чисто иллюстративным. Однако следует заметить, что для описанного ниже процесса наиболее эффективным является применение cusum-карты.

В данном случае недостаточным управлением является неправильное использование контрольной карты:

- не предпринимают управляющие действия при появлении резко отличающихся значений, SPC-карту анализируют лишь ретроспективно;

- данные, используемые для графического представления процесса, неадекватно отображают его действительную изменчивость; например, данные выбирают так, чтобы процесс «выглядел устойчивым».

На рисунке 6 показан пример использования SPC-карты для данных рисунка 5. На контрольной карте отмечены четыре периода нестабильности процесса. Если сразу после появления нестабильности процесса будут выполнены действия по его корректировке, то управление процессом станет эффективным.

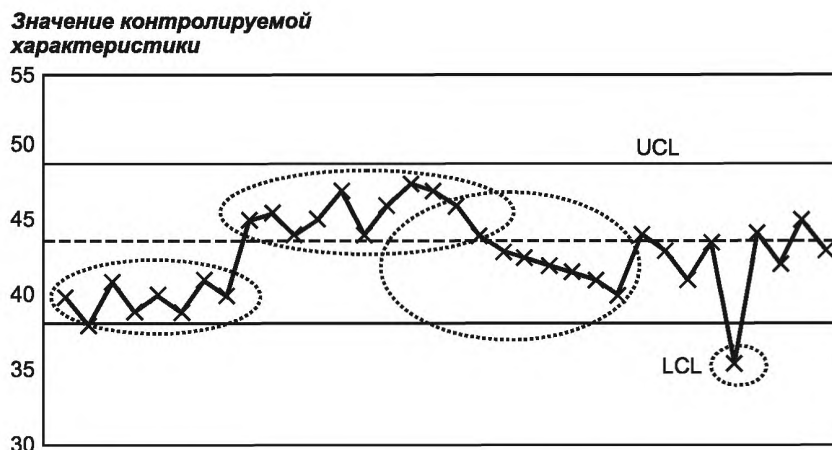


Рисунок 6 — Контрольная карта управления процессом с критериями его выхода из устойчивого состояния

Типичными критериями выхода процесса из устойчивого состояния являются следующие:

- 1) появление точки за пределами контрольных границ (верхней UCL и нижней LCL);
- 2) появление семи последовательных точек выше или ниже центральной линии процесса (CL);
- 3) появление семи последовательных точек с тенденцией изменения характеристики вверх или вниз;
- 4) появление очевидных неслучайных изменений процесса, информация о которых основана на знании используемого оборудования, функционирования процесса и применяемых в процессе физических законов.

## 7 Основные этапы разработки функциональной контрольной карты

### 7.1 Общие положения

На первом этапе разработки функциональной контрольной карты необходимо идентифицировать параметр процесса или контролируемую характеристику продукции. Затем необходимо выбрать стратегию мониторинга (порядок отбора выборки или подгруппы, необходимое количество наблюдений, частоту отбора выборки), установить структуру и интерпретацию контрольной карты (расположение контрольных границ и установление критериев состояния процесса).

### 7.2 Стратегия мониторинга

#### 7.2.1 Формирование подгруппы

При формировании подгруппы учитывают большое количество факторов.

Основной принцип формирования подгруппы состоит в том, что изменчивость в пределах подгруппы является следствием случайных причин, а все особые причины влияют на изменчивость между подгруппами. Поскольку основное назначение контрольной карты состоит в выявлении случайных и особых причин изменчивости, выбор рациональной подгруппы является основой пригодности контрольной карты для данной цели. Например, если подгруппа состоит из трех последовательных деталей, изготовленных с высокой точностью, а контролируемым параметром является диаметр детали, то влияние

случайных причин отклонений в пределах подгруппы может быть ничтожно мало. Однако если подгруппа состоит из трех деталей, каждую из которых отбирают в процессе последовательных шлифовок, то влияние общих причин изменчивости будет намного больше. Подгруппа в этом случае является менее однородной, что оказывает значительное влияние на определение контрольных границ. Следовательно, формирование подгруппы зависит от назначения контрольной карты и знания процесса.

Часто используют термин рациональная подгруппа. Он указывает на необходимость уделять внимание формированию подгруппы. Рассмотрим изготовление деталей на многошпиндельном станке, с которого отбирают по одной детали через 15 мин для формирования подгрупп из четырех деталей. Было бы неразумно провести одно измерение на первом шпинделе в 08:00, одно на втором шпинделе в 08:15 и одно на третьем шпинделе в 08:45, поскольку по этим данным трудно выделить изменчивость в пределах шпинделя, между шпинделями, а также изменчивость во времени.

Таким образом, основные контрольные карты среднего ( $\bar{X}$ ) и размаха ( $R$ ) могут быть рассмотрены как вложенный двухфакторный план с выделением изменчивости в пределах подгруппы (общая причина) и изменчивости между подгруппами (особая причина). Это схематически показано на рисунке 7.

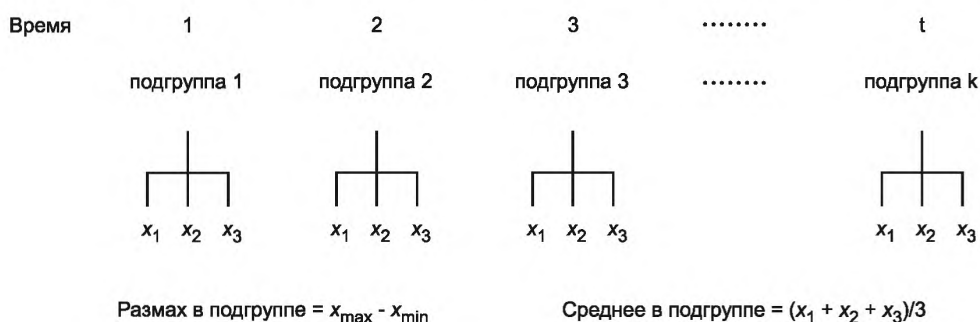


Рисунок 7 — Вложенный двухфакторный план эксперимента – основа  $\bar{X}$  и  $R$ -карт  
(на рисунке размер подгруппы равен 3)

В каждой подгруппе вычисляют среднее и размах. Их графически изображают в соответствии со временем измерений.  $R$ -карта характеризует изменчивость в пределах подгруппы. По  $\bar{X}$ -карте оценивают изменчивость между подгруппами.

Обычно предполагают, что измерения в подгруппе должны быть независимыми друг от друга. Однако на практике это часто не выполняется. Часто в подгруппе измерения влияют друг на друга. Следовательно, данные для контрольных карт часто показывают последовательную корреляцию (автокорреляцию). Анализ подобных ситуаций показывает следующее:

а) в большинстве случаев высокая автокорреляция оказывает минимальное влияние на контрольные границы карты;

б) высокая автокорреляция может исказить контрольные границы, однако контрольная карта может интерпретироваться по отношению к номиналу обычным образом.

Это говорит о том, что в большинстве ситуаций нет необходимости в исследовании влияния автокорреляции на интерпретацию контрольной карты. Следовательно, применение сложных методов, таких как использование вариограмм и коррелограмм для выделения случайной, циклической изменчивости, монотонного ее изменения и наличия корреляции (см. ГОСТ Р ИСО 11648-1 и ГОСТ Р ИСО 11648-2) обычно не требуется.

### 7.2.2 Объем подгруппы

Иногда на объем выборки влияют различные обстоятельства. Если измерения или испытания являются разрушающими или дорогостоящими, или их выполняют для таких параметров процесса, как время или скорость, объем подгруппы может быть небольшим, например  $n = 1$ ,  $n = 2$ . Однако подгруппы большого объема обладают определенными техническими преимуществами:

а) даже если отдельные измерения не подчиняются нормальному распределению, распределение среднего подгруппы стремится к нормальному распределению в соответствии с центральной предельной теоремой. Для объема выборки 5 это обычно выполняется;

б) чем больше объем подгруппы, тем выше возможности контрольной карты по обнаружению изменений среднего процесса. Это показано на рисунке 8.

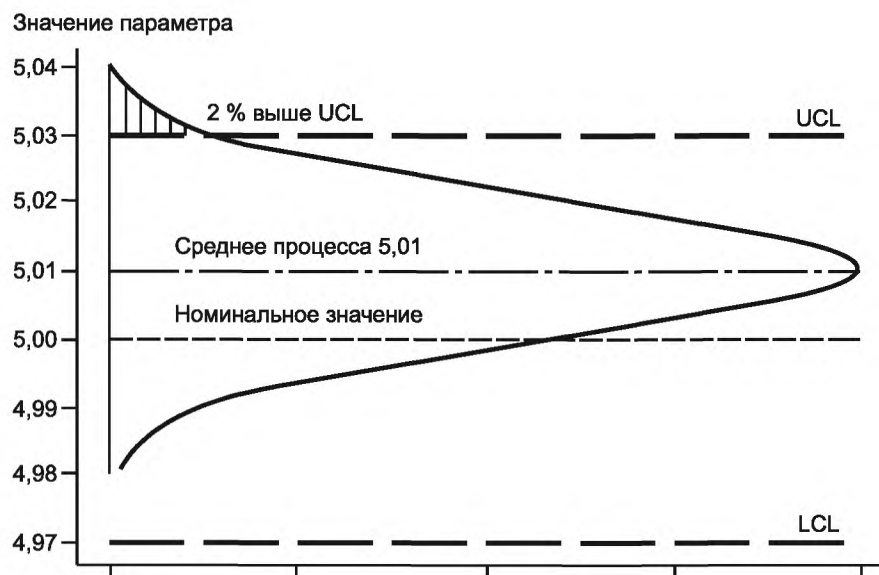


Рисунок 8а) — Контрольные границы для отдельных единиц продукции ( $n = 1$ ) (процесс установлен на уровне +0,01 выше номинального значения)

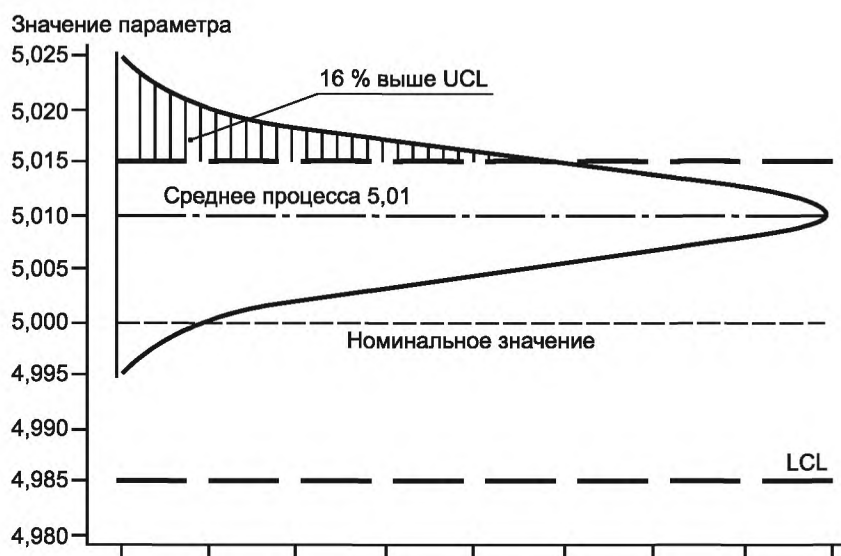


Рисунок 8б) — Контрольные границы для выборочных средних ( $n = 4$ )

Рисунок 8 — Влияние объема подгруппы на возможность обнаружения изменений среднего процесса (номинальное значение процесса 5,00, стандартное отклонение процесса 0,01)

На рисунке 8а) показано, что для объема подгруппы  $n = 1$  изменение среднего процесса на 0,01 в среднем будет обнаружено приблизительно в 2 % случаев, если контрольные границы являются единственным критерием управления процессом. В соответствии с рисунком 8б), если объем подгруппы составляет  $n = 4$ , те же изменения могут быть обнаружены почти в 16 % случаев. При увеличении объема подгруппы изменчивость средних убывает, поскольку

$$\text{Стандартное отклонение среднего} = \frac{\text{Стандартное отклонение наблюдений}}{\sqrt{\text{объем подгруппы}}}.$$



### 7.2.3 Частота отбора выборки

Частоту отбора выборки назначают, учитывая затраты на отбор выборки и значимость своевременного обнаружения изменений процесса. Рекомендуемой частотой отбора выборки является такая, при которой отбирают в среднем шесть подгрупп между изменениями процесса.

## 7.3 Построение стандартной контрольной карты

### 7.3.1 Основные элементы контрольной карты

Контрольные карты для контроля по количественному и альтернативному признаку похожи. Обычно они состоят из пяти линий и серии точек, отражающих результаты наблюдений:

- а) вертикальной оси, на которой откладывают значения выбранной статистики  $X$  наблюдаемой характеристики (например, среднего, размаха, стандартного отклонения, числа несоответствий);
- б) горизонтальной оси, на которой указывают порядковые номера подгрупп;
- в) центральной оси (CL), где CL — среднее  $\bar{X}$ ;
- г) верхней контрольной границы  $UCL = CL + 3s_s$  ( $s_s$  — стандартное отклонение статистики  $X$ );
- д) нижней контрольной границы  $LCL = CL - 3s_s$ ;
- е) точек, представляющих значения статистики  $X$  для подгрупп, последовательно вычисленной по результатам измерений.

Стандартные формулы и табличные значения, необходимые для вычисления стандартных границ, приведены в приложении А.

### 7.3.2 Пример типовой контрольной карты среднего и размаха для количественных данных

В отличие от карт контроля по альтернативному признаку, предназначенных для единственной статистики (см. рисунок 2), стандартные контрольные карты для результатов измерений составляют для двух статистик: среднего или медианы (при контроле изменений характеристики между подгруппами) и стандартного отклонения или размаха (при контроле изменчивости в подгруппе).

**Пример — Контрольные карты среднего и размаха ( $\bar{X}$  и  $R$ ) для данных, приведенных в приложении Б, показаны на рисунке 9.**

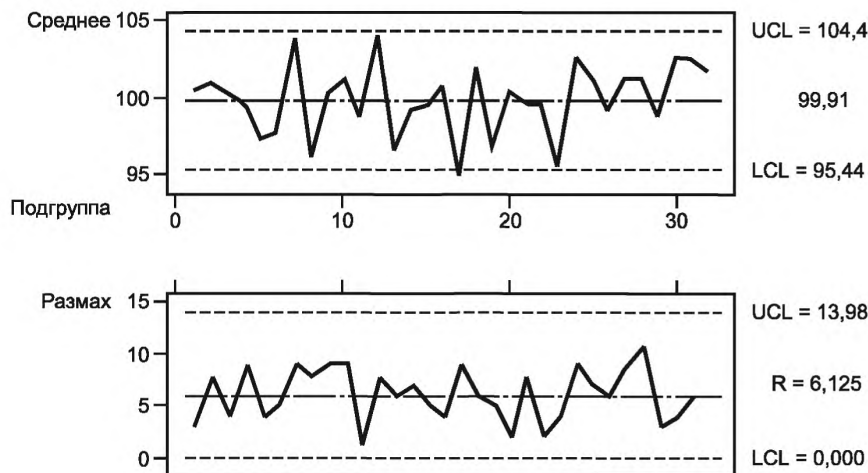


Рисунок 9 — Контрольная карта среднего и размаха

Для построения такой контрольной карты необходимо выполнить следующие вычисления:

первой точки  $X_{\text{bar}}$ -карты:  $\bar{X} = (100 + 99 + 100 + 102)/4 = 100,5$ ;

первой точки  $R$ -карты:  $R_1 = 102 - 99 = 3$ ;

среднего размаха:  $R_{\text{bar}} = \bar{R} = (3 + 8 + 4 + \dots)/32 = 6,112$ ;

среднего:  $X_{\text{bar}} = \bar{X} = (100,5 + 101 + 100,25 + \dots)/32 = 99,92$ ;

верхней контрольной границы размаха:  $UCL_{\text{range}} = D_4 \times \bar{R} = 2,282 \times 6,112 = 13,95$  (где  $D_4 = \text{const}$  для  $n = 4$ , см. приложение А);

нижней контрольной границы размаха:  $LCL_{\text{range}} = D_3 \times \bar{R} = 0$ ;

верхней контрольной границы среднего:  $UCL_{\text{mean}} = \bar{X} + (A_2 \times \bar{R}) = 99,92 + (0,729 \times 6,112) = 104,4$  (где  $A_2 = \text{constant}$  для  $n = 4$ , см. приложение А);

нижней контрольной границы среднего:  $LCL_{\text{mean}} = \bar{X} - (A_2 \times \bar{R}) = 99,92 - (0,729 \times 6,112) = 95,5$ .

### 7.3.3 Обоснование контрольных границ

Существует два различных подхода к установке контрольных границ на функциональных контрольных картах. Первый подход — подход Уолтера Шухарта. При определении контрольных границ к среднему процесса прибавляют и вычитают три стандартных отклонения (для предупреждающих границ — два стандартных отклонения). Этот подход основан на том, что применение контрольных карт экономически приемлемо. Приблизительно такие же контрольные границы могут быть получены прибавлением и вычитанием из среднего процесса стандартного отклонения, умноженного на 3,09 (1,96 для предупреждающих границ). Объяснение различия этих границ приведено в таблице 2. В одном подходе применяют округленные значения разностей, а в другом — округляют произведения стандартных отклонений.

Т а б л и ц а 2 — Два способа вычисления контрольных границ

Контрольные границы		Предупреждающие границы (иногда используемые)	
Формула для вычисления <sup>1)</sup>	Вероятность того, что значения выше или ниже контрольных границ <sup>2)</sup>	Формула для вычисления <sup>1)</sup>	Вероятность того, что наблюдаемые значения выше или ниже контрольных границ <sup>2)</sup>
Среднее $\pm 3$ стандартных отклонения	0,135 %	Среднее $\pm 2$ стандартных отклонения	2,28 %
Среднее $\pm 3,09$ стандартных отклонения	0,1 % (1/1000)	среднее $\pm 1,96$ стандартных отклонения	2,5 % (1/40)
<sup>1)</sup> Среднее и стандартное отклонение процесса для вычисления контрольных границ определяют на основе предыдущих знаний о процессе или пробной работы процесса достаточной продолжительности для проявления основных причин изменчивости процесса. Поскольку контрольная карта предназначена для анализа случайных причин изменчивости процесса, данные, характеризующие особые причины изменчивости, не следует использовать при вычислении контрольных границ. После вычислений центральной линии контрольных границ их не следует пересчитывать. Перерасчет требуется только при появлении существенных изменений номинального значения или случайных причин изменчивости процесса. <sup>2)</sup> Вероятности получены на основе нормированного нормального распределения (см. таблицу 7).			

В таблице 2 показаны различия вариантов вычисления контрольных границ. Подход Шухарта установлен в ГОСТ Р 50779.42.

Использование контрольных границ, расположенных на расстоянии  $\pm 3$  стандартных отклонения от номинального значения для границ действия в случае нормального распределения, обеспечивает разумный баланс между:

- выполнением корректировки, когда для этого нет повода;
- выполнением корректировки, когда это необходимо.

Распределение среднего арифметического для подгруппы, состоящей из пяти или большего количества единиц продукции, даже в случае, когда отдельные значения не подчиняются нормальному распределению, приближенно можно считать нормальным. Однако для меньшего объема подгруппы в контрольных картах среднего, а также для данных контроля по альтернативному признаку, распределение этой статистики может не быть нормальным. В таких случаях иногда используют границы, основанные на вероятностях соответствующего распределения.

## 8 Интерпретация контрольных карт Шухарта

Линии на контрольной карте установлены в соответствии со случайными причинами отклонений статистики. Если указанные на графике точки не соответствуют такой модели процесса, это указывает на наличие особых причин изменчивости процесса. Для выявления потери процессом устойчивого состояния на карте имеются специальные линии. В таблице 3 приведены основные вероятностные характеристики элементов контрольной карты на примере нормального распределения.



Т а б л и ц а 3 — Вероятности, соответствующие критериям решений о выходе процесса из устойчивого состояния

Номер правила	Описание критерия	Вероятность	
		в виде десятичной дроби	в виде простой дроби
1	Точка за пределами верхней или нижней контрольных границ	0,00135	1/741
2	Семь последовательных точек выше или ниже центральной линии контрольной карты	0,00781	1/128
3	Семь последовательных точек, возрастающих или убывающих (включая первую и последнюю)	0,00020	1/5040
4	Любое очевидное неслучайное изменение процесса <sup>1)</sup>		

<sup>1)</sup> Информация основана на знаниях о функционировании процесса.

П р и м е ч а н и е — Иллюстрация правила 1. Если значение выходит за верхнюю контрольную границу, то:

- процесс находится в управляемом состоянии, но появляется необычное значение, соответствующее событию с очень низкой вероятностью появления, а именно, 1/740;
- процесс выходит из управляемого состояния вследствие наличия особой причины, которую необходимо исследовать и устранить.

Для примера, показанного на рисунке 9, среднее в подгруппе 17 соответствует выходу процесса из стабильного состояния. Причину этого необходимо выявить и устранить. После исключения данных этой подгруппы для последующей работы должны быть повторно вычислены новые контрольные границы.

## 9 Выбор вида контрольной карты

### 9.1 Краткий обзор

Существует несколько видов контрольных карт Шухарта, а также контрольные карты кумулятивных сумм (cusum-карты).

Стандартные контрольные карты Шухарта для SPC обычно требуют применения различных карт для каждого параметра процесса или характеристики продукции. Были разработаны универсальные карты (см. [3]) для применения к коротким сериям партий по всем параметрам и характеристикам, имеющим различные номинальные значения и среднюю область значений.

Карты кумулятивных сумм во многих случаях эффективнее контрольных карт Шухарта. Они пригодны для исследования всех форм числовых данных по отношению к номинальному значению на ретроспективной основе, в реальном времени, а также для прогноза. У этой контрольной карты три направления использования: управление, диагностика и прогноз.

### 9.2 Виды контрольных карт Шухарта

Основные виды контрольных карт Шухарта показаны в таблице 4, а основные элементы карты контроля по альтернативному признаку — в таблице 5.

Т а б л и ц а 4 — Основные виды контрольных карт Шухарта

Элементы контрольной карты	Объем подгруппы ( $n$ )					
	$n = 1$		$n \leq 10$		$n \geq 1$	
	X-карта	MR-карта	$\bar{X}$ -карта	R-карта	$\bar{X}$ -карта	s-карта
Точка на карте	$X$	скользящий размах $R$	$\bar{X}$	$R$	$\bar{X}$	$s$
Центральная линия	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{R}}$	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{R}}$	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{s}}$

Окончание таблицы 4

Элементы контрольной карты	Объем подгруппы ( $n$ )					
	$n = 1$		$n \leq 10$		$n \geq 1$	
	$X$ -карта	$MR$ -карта	$\bar{X}$ -карта	$R$ -карта	$\bar{X}$ -карта	$s$ -карта
UCL	$\bar{X} + E_2 \cdot \bar{R}$	$D_4 \bar{R}$	$\bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$	$D_4 \bar{R}$	$\bar{\bar{X}} + A_2 \bar{s}$	$B_4 \cdot \bar{s}$
LCL	$\bar{X} - E_2 \cdot \bar{R}$	$D_3 \bar{R}$	$\bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$	$D_3 \bar{R}$	$\bar{\bar{X}} + A_3 \bar{s}$	$B_3 \cdot \bar{s}$
<p><b>П р и м е ч а н и е 1</b> — Стандартные контрольные карты отдельных значений и скользящего размаха (<math>X</math>-карты и <math>MR</math>-карты) следует применять в тех случаях, когда необходимо выполнить единственное измерение за один раз. Примеры — контроль параметров процесса, таких как температура или давление. Константы <math>E_2</math>, <math>D_3</math> и <math>D_4</math> зависят от объема данных. Альтернативой является использование скользящего среднего и скользящего размаха. Для вычисления контрольных границ применяемое распределение должно быть проверено на нормальность. Картам отдельных значений присуща меньшая чувствительность по сравнению с картой средних арифметических для обнаружения отклонений среднего процесса (см. рисунок 8).</p> <p><b>П р и м е ч а н и е 2</b> — Стандартные карты среднего и размаха являются более простыми при построении карты вручную для объема подгруппы до 10 ед. Однако следует учитывать, что при вычислении размаха используют только два экстремальных значения в подгруппе, и поэтому эффективность карты размаха меньше по сравнению с картой стандартного отклонения при увеличении объема подгруппы. Пример стандартных карт среднего и размаха показан на рисунке 9.</p> <p><b>П р и м е ч а н и е 3</b> — Стандартные карты среднего и стандартного отклонения могут быть использованы вместо карт среднего и размаха для любых объемов подгруппы (более 1). Константы <math>A</math>, <math>B</math> и <math>D</math> зависят от объема подгруппы. Соответствующие таблицы приведены в приложении А.</p>						

Т а б л и ц а 5 — Основные элементы карты контроля по альтернативному признаку (Шухарта)

Элементы контрольной карты	Несоответствия		Несоответствующие единицы продукции	
	Постоянный объем выборки: $c$ -карта	Переменный объем выборки: $u$ -карта	Постоянный объем выборки: $np$ -карта	Постоянный объем выборки: $p$ -карта
Точка на карте	$c$	$u$	$n \cdot p$	$p$
Центральная линия	$c$	$u$	$n \cdot \bar{p}$	$\bar{p}$
UCL	$\bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$	$\bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$	$n \cdot p + 3\sqrt{n \cdot \bar{p}(1-\bar{p})}$	$\bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$
LCL	$\bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$	$\bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$	$n \cdot p - 3\sqrt{n \cdot \bar{p}(1-\bar{p})}$	$\bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$
<p><b>П р и м е ч а н и е 1</b> — Существует четыре вида стандартных карт контроля по альтернативному признаку:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>c</math>-карта, на которой фиксируют количество событий или несоответствий на единицу продукции в выборке постоянного объема;</li> <li>- <math>u</math>-карта, на которой фиксируют количество событий или несоответствий на единицу продукции в выборке переменного объема;</li> <li>- <math>np</math>-карта, на которой фиксируют количество несоответствующих единиц продукции в выборке постоянного объема;</li> <li>- <math>p</math>-карта, на которой фиксируют долю несоответствующих единиц продукции в выборке переменного объема.</li> </ul> <p>При выборе вида контрольной карты следует учитывать, является ли объем выборки (<math>n</math>) постоянным или переменным, и что является наблюдаемой величиной (число несоответствий на единицу продукции или количество несоответствующих единиц продукции). Для простоты вычислений рекомендуется применять постоянный объем выборки. Наблюдение числа несоответствий часто обеспечивает больше технической информации, чем наблюдение количества несоответствующих единиц продукции, однако в этом случае может быть потеряна определенная информация о логистике. Например, если обнаружено 14 несоответствий в выборке из 50 единиц продукции, то по карте неизвестно, сколько единиц продукции являются несоответствующими. С другой стороны, если обнаружено 8 единиц продукции с несколькими несоответствиями, то может быть потеряна информация о некоторых несоответствиях.</p>				

## Окончание таблицы 5

**Примечание 2** — Предпочтительно применение карт контроля по количественному признаку, содержащих результаты измерений. Примером может быть измерение диаметра детали с применением микрометра. Для неколичественных характеристик может быть введена шкала, например от 1 до 10. Это позволяет использовать карту количественных данных, а не карту контроля по альтернативному признаку. Пример — шкала от 1 до 5 для оценки качества ткани.

**Примечание 3** — Эти предпочтения вызваны двумя основными причинами: во-первых, количественные данные на контрольной карте дают больше информации, а во-вторых, для составления карты контроля часто необходимо наличие данных о несоответствиях или несоответствующих единицах продукции, установленных ранее.

**Примечание 4** — Вторым важным решением при использовании карт контроля по альтернативному признаку является решение о применении карт для единственной характеристики (см. рисунок 2), или многомерных контрольных карт. Многомерная контрольная карта облегчает выявление и ранжирование по значимости источников и изменчивости для улучшения воспроизводимости процесса.

**Примечание 5** — Воспроизводимость процесса, представленного на рисунке 2, на основе карты контроля по альтернативному признаку для среднего процесса (центральная линия) первоначально составляла около 10 %, затем менее 1 % после улучшения.

### 9.3 Карта кумулятивных сумм

#### 9.3.1 Основные элементы *cusum*-карты

Кумулятивная сумма представляет собой результат непрерывного суммирования отклонений от некоторого заданного значения. Среднее группы последовательных значений отображают на карте в виде наклона направления изменений кумулятивной суммы. Основные преимущества:

- а) большая чувствительность, чем у контрольных карт Шухарта, в обнаружении небольших изменений среднего процесса;
- б) все изменения среднего и степень этих изменений визуально отражает наклон линии на графике:
  - горизонтальная линия соответствует целевому или нормативному значению;
  - направление линии вниз означает, что среднее меньше, чем нормативное или целевое значение (чем больше наклон, тем больше отклонение);
  - направление линии вверх означает, что среднее больше, чем нормативное или целевое значение (чем больше наклон, тем больше отклонение);
- в) может быть использована ретроспективно в исследовательских целях для управления производственным процессом, а также для прогноза параметров процесса.

#### 9.3.2 Построение *cusum*-карты

Этапы создания *cusum*-карты.

Этап 1. Выбирают целевое, контрольное или предпочтительное значение  $RV$ . Наилучшие результаты дает среднее предыдущих наблюдений.

Этап 2. Результаты заносят в таблицу в установленной (например, хронологической) последовательности. Эти результаты могут представлять собой отдельные значения или выборочные средние для подгрупп или выборок. Вычитают целевое значение из каждого результата.

Этап 3. Последовательно суммируют значения, полученные на этапе 2. Полученные значения суммы последовательно наносят на *cusum*-карту.

Этап 4. Для наилучшего визуального представления рекомендуется выбирать расстояние между точками по горизонтали более 2,5 мм.

Этап 5. Для распознавания изменчивости процесса без излишней чувствительности:

- а) выбирают вертикальный масштаб с ценой деления, равной одной трети среднего изменения результатов (с округлением);
- б) наоборот, при необходимости обнаруживать известное изменение, например  $C$ , выбирают вертикальный масштаб так, чтобы удовлетворяло условию (с округлением):

$$C < \frac{\text{значение для одной единицы продукции по горизонтали}}{\text{значение для одной единицы продукции по вертикали}} < 2C.$$

#### 9.3.3 Пример. Контроль мощности двигателя

Выполнены измерения напряжения на двигателях с мощностью менее одной лошадиной силы. Результаты измерений (40 шт.) в хронологическом порядке приведены в таблице 6. Целевое номинальное значение составляет 10 В. Стандартная контрольная карта Шухарта для приведенных данных показана на рисунке 10а). Поскольку эта карта не дала четкой информации, была построена *cusum*-карта. Она показана на рисунке 10б).

Т а б л и ц а 6 — Результаты измерений напряжения на двигателях

Напряжение, В	Напряжение — 10, В	Кумулятивная сумма столбца 2, В	Напряжение, В	Напряжение — 10, В	Кумулятивная сумма столбца 2, В
9	−1	−1	3	−7	+11
16	+6	+5	9	−1	+10
11	+1	+6	7	−3	+7
12	+2	+8	14	+4	+11
16	+6	+14	2	−8	+3
7	−3	+11	6	−4	−1
13	+3	+14	4	−6	−7
12	+2	+16	12	+2	−5
13	+3	+19	8	−2	−7
11	+1	+20	8	−2	−9
12	+2	+22	12	+2	−7
8	−2	+20	6	−4	−11
8	−2	+18	14	+4	−7
11	+1	+19	13	+3	−4
14	+4	+23	12	+2	−2
8	−2	+21	14	+4	+2
6	−4	+17	13	+3	+5
14	+4	+21	10	0	
4	−6	+15	13	+3	+8
13	+3	+18	13	+3	+11

Напряжение, В

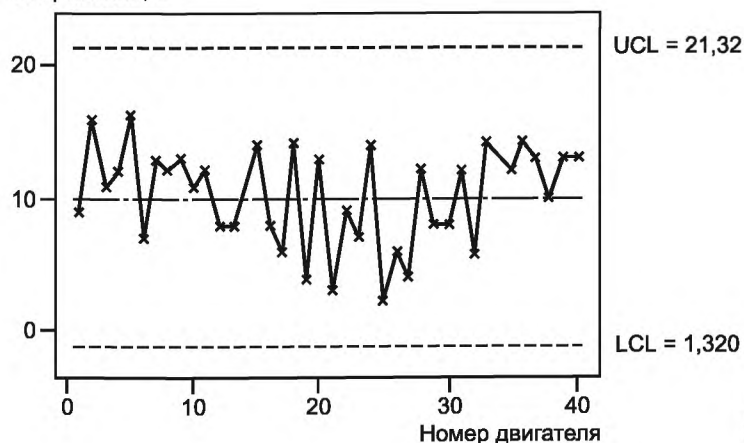


Рисунок 10а) — Стандартная контрольная карта Шухарта для контроля напряжения на двигателе

Кумулятивная сумма

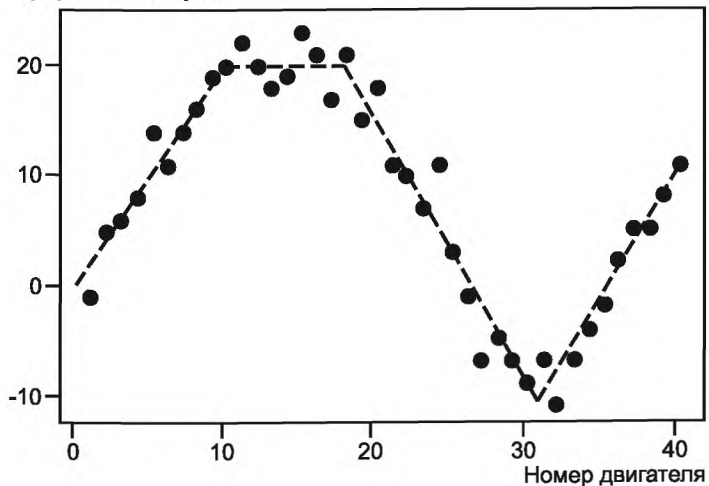


Рисунок 10б) — Cusum-карта для данных таблицы 6

Следует помнить, что на контрольной карте Шухарта не всегда очевидны изменения процесса, которые видны на *cusum*-карте. В данном случае *cusum*-карта указывает на три изменения уровня процесса для 10, 18 и 31-го двигателей.

По *cusum*-карте видно, что:

1) постоянный уровень процесса до 10-го двигателя находится на уровне выше десяти вольт. Оценку уровня процесса определяют следующим образом:

$$\text{Нормативное значение} + \frac{\text{cusum-значение в конце линии} - \text{cusum-значение в начале линии}}{\text{Количество интервалов наблюдений}}$$

поэтому:

$$\text{Начальное среднее} = 10 + \frac{20 - 0}{10} = 12 \text{ (В)}$$

2) постоянный уровень процесса для двигателей с 11-го по 18-й равен нормативному значению 10 В;

3) постоянный уровень процесса для двигателей с 19-го по 31-й приблизительно равен 7,6 В;

4) постоянный уровень процесса для двигателей с 32-го по 40-й приблизительно равен 12,4 В.

Эта информация может быть использована для определения причины отклонений от нормативного значения 10 В.

На основе этих значений может быть построена новая карта. Такую карту называют Манхэттенской картой. Она показана на рисунке 10в).

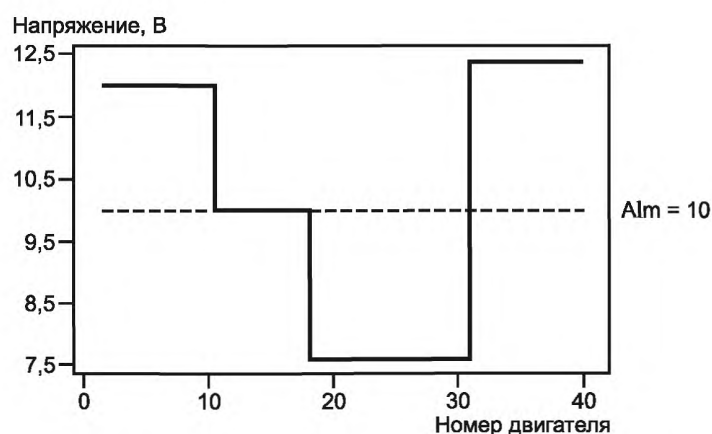


Рисунок 10в) — Манхэттенская карта для данных таблицы 6

**Приложение А**  
**(справочное)**

**Контрольные карты для количественных данных. Формулы и константы**

Т а б л и ц а А.1 — Константы, используемые для вычисления контрольных границ в зависимости от объема подгруппы ( $n$ ) для контрольных карт среднего, медианы, отдельных характеристик и размаха

Объем подгруппы $n$	Среднее $\bar{X}$ $A_2$	Медиана $\tilde{X}$ $A_2$	Характеристика $X$ $E_2$	Размах	
				$D_3$	$D_4$
2	1,88	—	2,66	0	3,27
3	1,02	1,19	1,77	0	2,57
4	0,73	—	1,46	0	2,28
5	0,58	0,69	1,29	0	2,11
6	0,48	—	1,18	0	2,00
7	0,42	0,51	1,11	0,08	1,92
8	0,37	—	1,05	0,14	1,86
9	0,34	0,41	1,01	0,18	1,82
10	0,31	—	0,98	0,22	1,78
<p>П р и м е ч а н и е 1 — Объем подгруппы более 10 не рекомендуется применять для контрольных карт размаха из-за потери информации.</p> <p>П р и м е ч а н и е 2 — Для контрольных карт размаха и скользящего размаха, когда одну выборку отбирают за один раз, объем подгруппы часто составляет 2 или 3.</p> <p>П р и м е ч а н и е 3 — Не приведены значения констант для четных чисел для карты медианы. Для нечетных чисел выбрана середина их значения.</p> <p>П р и м е ч а н и е 4 — Соответствующие формулы приведены в таблице А.2.</p>					

Т а б л и ц а А.2 — Формулы для вычисления контрольных границ контрольных карт среднего, медианы, отдельной характеристики и размаха

Вид контрольной карты	Формулы для контрольных границ
Карта среднего	$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$
	$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$
Карта медианы	$UCL_{\tilde{X}} = \tilde{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$
	$LCL_{\tilde{X}} = \tilde{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$
Карта отдельной характеристики	$UCL_x = \bar{\bar{X}} + E_2 \bar{R}$
	$LCL_x = \bar{\bar{X}} - E_2 \bar{R}$
Карта размахов	$UCL_R = D_4 \bar{R}$
	$LCL_R = D_3 \bar{R}$

Т а б л и ц а А.3 — Константы для вычисления контрольных границ в зависимости от объема подгруппы ( $n$ ) для контрольных карт среднего и стандартного отклонения

Объем подгруппы $n$	Среднее $\bar{X}$ $A_3$	Стандартное отклонение $s$	
		$B_3$	$B_4$
2	2,66	0	3,27
3	1,95	0	2,57
4	1,63	0	2,27
5	1,43	0	2,09
6	1,29	0,03	1,97
7	1,18	0,12	1,88
8	1,10	0,19	1,82
9	1,03	0,24	1,76
10	0,98	0,28	1,72
11	0,93	0,32	1,68
12	0,89	0,35	1,65
13	0,85	0,38	1,62
14	0,82	0,41	1,59
15	0,79	0,43	1,57
16	0,76	0,45	1,55
17	0,74	0,47	1,53
18	0,72	0,48	1,52
19	0,70	0,50	1,50
20	0,68	0,51	1,49
21	0,66	0,52	1,48
22	0,65	0,53	1,47
23	0,63	0,55	1,46
24	0,62	0,56	1,45
25	0,61	0,57	1,44

П р и м е ч а н и е — Формулы, использующие указанные константы, приведены в таблице А.4.

Т а б л и ц а А.4 — Формулы для вычисления контрольных границ контрольных карт среднего и стандартного отклонения

Вид контрольной карты	Формула
Карта среднего	$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{s}$
	$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{s}$
Карта стандартного отклонения	$UCL_s = B_4 \bar{s}$
	$LCL_s = B_3 \bar{s}$

П р и м е ч а н и е —  $\bar{s}$  является выборочным средним отдельных стандартных отклонений подгрупп.

Т а б л и ц а А.5 — Формулы для вычисления центральной линии стандартных контрольных карт количественных данных

Вид контрольной карты	Формула
Среднее	$\bar{\bar{X}} = \frac{(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 + \dots + \bar{X}_k)}{k}$
Медиана	$\bar{\tilde{X}} = \frac{(\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2 + \tilde{X}_3 + \dots + \tilde{X}_k)}{k}$
Отдельная характеристика	$\bar{X} = \frac{(X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_k)}{k}$
Размах	$\bar{R} = \frac{(R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_k)}{k}$
Стандартное отклонение	$\bar{s} = \frac{(s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_k)}{k}$
<p>П р и м е ч а н и е 1 — <math>k</math> — количество подгрупп.</p> <p>П р и м е ч а н и е 2 — <math>m</math> — количество отдельных значений на карте.</p>	



**Приложение Б**  
**(справочное)**

**Результаты измерений массы образцов ткани**

Таблица данных соответствует таблице 1 из [4].

**Т а б л и ц а   Б.1 — Данные измерений**

№ выборки	Масса образца, 10 <sup>-1</sup> г	№ выборки	Масса образца, 10 <sup>-1</sup> г	№ выборки	Масса образца, 10 <sup>-1</sup> г	№ выборки	Масса образца, 10 <sup>-1</sup> г	№ выборки	Масса образца, 10 <sup>-1</sup> г	№ выборки	Масса образца, 10 <sup>-1</sup> г	№ выборки	Масса образца, 10 <sup>-1</sup> г	№ выборки	Масса образца, 10 <sup>-1</sup> г
1	101 99 100 102	5	96 97 100 96	9	104 102 95 100	13	95 94 97 100	17	100 97 91 92	21	100 101 95 103	25	102 100 105 98	29	100 97 100 98
2	106 98 101 99	6	101 96 97 97	10	98 101 99 107	14	102 100 100 95	18	106 100 102 100	22	101 99 99 99	26	99 98 103 97	30	104 103 104 100
3	98 101 102 100	7	109 100 106 101	11	99 98 99 99	15	97 101 102 98	19	97 97 94 99	23	94 96 94 98	27	97 98 106 104	31	105 99 103 103
4	103 104 95 96	8	92 97 100 95	12	109 101 105 102	16	103 101 99 100	20	99 101 100 101	24	99 100 104 108	28	97 101 108 99	32	98 104 102 103

**Библиография**

- [1] BROWN, LOWE and BENHAM. Fundamental statistical process control — Reference manual. Chrysler, Ford and General Motors Corporations
- [2] DOWN LOWE and DAUGHERTY. Measurement system analysis — Reference manual. Chrysler, Ford and General Motors Corporations
- [3] BOTHE DAVIS, R. SPC for short production runs. Northville, Michigan. International Quality Institute, Inc.
- [4] P 50.1.073—2010 Статистические методы. Примеры применения. Часть 2. Анализ данных на соответствие установленным требованиям

---

УДК 658.562.012.7:65.012.122:006.354

ОКС 03.120.30

T59

Ключевые слова: статистический контроль, неустойчивая изменчивость, систематическая изменчивость, статистическая неопределенность, возможности процесса, отбор выборки

---

Редактор *С.Д. Золотова*  
Технический редактор *В.Н. Прусакова*  
Корректор *М.И. Першина*  
Компьютерная верстка *В.И. Грищенко*

Сдано в набор 21.11.2014. Подписано в печать 08.12.2014. Формат 60х84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Гарнитура Ариал. Усл. печ. л. 3,26.  
Уч.-изд. л. 2,65. Тираж 105 экз. Зак. 4928.

---

Издано и отпечатано во ФГУП «СТАНДАРТИНФОРМ», 123995 Москва, Гранатный пер., 4.  
[www.gostinfo.ru](http://www.gostinfo.ru) [info@gostinfo.ru](mailto:info@gostinfo.ru)