

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО  
ПО ТЕХНИЧЕСКОМУ РЕГУЛИРОВАНИЮ И МЕТРОЛОГИИ



НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
СТАНДАРТ  
РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

ГОСТ Р ИСО  
13752—  
2005

Качество воздуха

**ОЦЕНКА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ  
МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ  
В УСЛОВИЯХ ПРИМЕНЕНИЯ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕФЕРЕНТНОГО  
МЕТОДА**

ISO 13752:1998

Air quality — Assessment of uncertainty of a measurement  
method under field conditions  
using a second method as reference  
(IDT)

Издание официальное

БЗ 11—2005/219



Москва  
Стандартинформ  
2006

## Предисловие

Цели и принципы стандартизации в Российской Федерации установлены Федеральным законом от 27 декабря 2002 г. № 184-ФЗ «О техническом регулировании», а правила применения национальных стандартов Российской Федерации — ГОСТ Р 1.0 — 2004 «Стандартизация в Российской Федерации. Основные положения»

### Сведения о стандарте

1 ПОДГОТОВЛЕН Открытым акционерным обществом «Научно-исследовательский центр контроля и диагностики технических систем» (ОАО «НИЦ КД») на основе собственного аутентичного перевода стандарта, указанного в пункте 4

2 ВНЕСЕН Техническим комитетом по стандартизации ТК 457 «Качество воздуха»

3 УТВЕРЖДЕН И ВВЕДЕН В ДЕЙСТВИЕ Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 22 декабря 2005 г. № 321-ст

4 Настоящий стандарт идентичен международному стандарту ИСО 13752:1998 «Качество воздуха. Оценка неопределенности метода измерений в условиях применения с использованием второго метода в качестве референтного» (ISO 13752:1998 «Air quality — Assessment of uncertainty of a measurement method under field conditions using a second method as reference»).

Наименование настоящего стандарта изменено относительно наименования указанного международного стандарта для приведения в соответствие с ГОСТ Р 1.5 — 2004 (подраздел 3.5).

При применении настоящего стандарта рекомендуется использовать вместо ссылочных международных стандартов соответствующие им национальные стандарты, сведения о которых приведены в дополнительном приложении С

### 5 ВВЕДЕН ВПЕРВЫЕ

*Информация об изменениях к настоящему стандарту публикуется в ежегодно издаваемом информационном указателе «Национальные стандарты», а текст изменений и поправок — в ежемесячно издаваемых информационных указателях «Национальные стандарты». В случае пересмотра (замены) или отмены настоящего стандарта соответствующее уведомление будет опубликовано в ежемесячно издаваемом информационном указателе «Национальные стандарты». Соответствующая информация, уведомление и тексты размещаются также в информационной системе общего пользования — на официальном сайте национального органа Российской Федерации по стандартизации в сети Интернет*

© Стандартиформ. 2006

Настоящий стандарт не может быть полностью или частично воспроизведен, тиражирован и распространен в качестве официального издания без разрешения Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии

## Введение

Характеристики методов измерений качества воздуха установлены ИСО 6879. Соответствующие процедуры их определения приведены в ИСО 9169, за исключением точности, в настоящем стандарте рассматриваемой как неопределенность измерений в соответствии с требованиями «Руководства по выражению неопределенности измерений».

Неопределенность измерений в условиях применения рассматривается также в стандартах ИСО 7935:1992 «Выбросы стационарных источников — Определение массовой концентрации диоксида серы — Параметры автоматических методов измерений» и ИСО 10849:1996 «Выбросы стационарных источников — Определение массовой концентрации оксидов азота — Рабочие характеристики автоматических измерительных систем». Однако процедуры, приведенные в этих стандартах, ограничиваются определением либо независимой от концентрации систематической погрешности при допущении независимой от концентрации дисперсии, либо пропорциональной концентрации систематической погрешности при допущении относительно пропорциональной концентрации дисперсии.

## Содержание

1 Область применения . . . . .	1
2 Нормативные ссылки . . . . .	1
3 Обозначения и сокращения . . . . .	1
4 Основные принципы . . . . .	2
5 Требования . . . . .	4
6 Параллельные измерения . . . . .	5
7 Графический анализ дисперсии . . . . .	5
8 Оценка коэффициентов функции линейной регрессии . . . . .	6
9 Оценка неопределенности измерений . . . . .	9
Приложение А (справочное) Образец крупноформатной таблицы для расчета регрессии и функции дисперсии . . . . .	11
Приложение В (справочное) Пример крупноформатной таблицы для расчета регрессии и функции дисперсии . . . . .	13
Приложение С (справочное) Сведения о соответствии национальных стандартов Российской Федерации ссылочным международным (региональным) стандартам . . . . .	15
Библиография . . . . .	15

## Качество воздуха

ОЦЕНКА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ  
В УСЛОВИЯХ ПРИМЕНЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕФЕРЕНТНОГО МЕТОДА

Air quality.

Assessment of uncertainty of a measurement method under field conditions  
using a reference method

Дата введения — 2006—06—01

**1 Область применения**

Настоящий стандарт устанавливает процедуру оценки неопределенности измерений, выполняемых «полевым»<sup>1)</sup> методом, подлежащим проверке (далее — проверяемый метод), по другому (референтному) методу. Используемый референтный метод не обязательно должен быть стандартизован.

Неопределенность измерений оценивают сравнением результатов измерений, полученных одновременно на реальных пробах проверяемым и референтным методами. Оценка неопределенности относится только к диапазону измерений, в котором она была получена.

Настоящая процедура разработана специально для оценки пригодности (валидации) проверяемого метода.

**2 Нормативные ссылки**

В настоящем стандарте использованы нормативные ссылки на следующие стандарты:

ИСО 6879:1995 Качество воздуха — Характеристики и соответствующие им понятия, относящиеся к методам измерений качества воздуха

ИСО 9169:1994 Качество воздуха — Определение характеристик методов измерений

**3 Обозначения и сокращения**

В настоящем стандарте применены следующие обозначения и сокращения<sup>2)</sup>:

$a_0, a_1, a_2$  — коэффициенты функции дисперсии.

ХКВ — характеристика качества воздуха (обычно концентрация).

$b_0, b_1$  — коэффициенты функции линейной регрессии или градуировочной функции.

$F$  —  $F$ -статистика.

$k$  — коэффициент охвата.

$L$  — функция правдоподобия.

$l$  — логарифм функции правдоподобия.

$N, N_1, N_2$  — число пар  $(x_i, y_i)$  и число пар подсовкупностей 1 и 2 соответственно.

$P(y_j)$  — вероятность  $y_j$ .

$r_i$  — остаток при  $x_i$ .

$s, s_i$  — стандартное отклонение как функция ХКВ и при значении ХКВ, равном  $x_i$ , соответственно.

$s'$  — преобразованное стандартное отклонение как функция ХКВ.

$s_{a0}, s_{a1}, s_{a2}$  — стандартное отклонение  $a_0, a_1$  и  $a_2$  соответственно<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> Метод измерений в реальных условиях применения (далее — условия применения).

<sup>2)</sup> Определения применяемых терминов можно найти в [1] и [2].

<sup>3)</sup> Данные обозначения в тексте стандарта не употребляются, приведены для сохранения идентичности ИСО 13752:1998.

- $s_{b_0}, s_{b_1}$  — стандартное отклонение  $b_0$  и  $b_1$  соответственно.  
 $s_x, s_y$  — стандартное отклонение значений  $x_i$  и  $y_i$  соответственно<sup>1)</sup>.  
 $s_{y_{cor}}$  — стандартное отклонение измеренного значения  $y$  после введения поправки на систематическую погрешность.  
 $s_{sy}$  — стандартное отклонение (неопределенность) систематической погрешности.  
 $U$  — расширенная неопределенность (коэффициент охвата  $k = 2$ ) как мера неопределенности измерений.  
 $X$  — переменная величина  $x$ -метода.  
 $x, x_i$  — значение ХКВ и  $i$ -е значение ХКВ соответственно.  
 $x'_i$  — преобразованное значение  $x_i$ .  
 $\bar{x}, \bar{x}_w, \bar{y}$  — среднее и средневзвешенное всех значений  $x_i$  и среднее всех значений  $y_i$  соответственно.  
 $Y$  — переменная величина  $y$ -метода.  
 $y_i$  — результат измерений  $y$ -методом при  $x_i$  или значение выходного сигнала  $y$ -метода при  $x_i$ .  
 $y'_i$  — преобразованное значение  $y_i$ .  
 $\hat{y}$  — оценка  $Y$  при значении ХКВ, равном  $x$ .  
 $\hat{y}_i$  — оценка  $Y$  при значении ХКВ, равном  $x_i$ .  
 $y_{cor}$  — результат измерений, полученный  $y$ -методом после введения поправки на систематическую погрешность.  
 $\Delta y$  — систематическая погрешность (смещение) проверяемого метода при значении ХКВ, равном  $X = x$ .  
 $\varepsilon$  — случайное число из нормального распределения с центральным значением 0 и стандартным отклонением 1<sup>1)</sup>.  
 $w_y$  — весовой коэффициент при  $x_i$ .  
 $e$  — 2,718.

## 4 Основные принципы

На основе параллельных измерений в условиях применения получают  $N$  пар результатов измерений  $[(x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)]$ . Результаты измерений, полученные референтным методом ( $x$ -методом), рассматривают как истинные. Разность результатов измерений в паре приписывают отклонению результата измерений, полученному проверяемым методом ( $y$ -методом).

При выборе модели зависимости между переменными величинами  $X$  и  $Y$  принимают допущение об их линейной зависимости:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x. \quad (1)$$

Коэффициенты функции линейной регрессии  $b_0$  и  $b_1$  оценивают исходя из следующих допущений относительно дисперсии результатов измерений, полученных  $y$ -методом:

- стандартное отклонение проверяемого метода не зависит от  $x$  (т. е. стандартное отклонение является постоянным) и задается формулой

$$s^2 = a_0^2 \text{ или } s = a_0; \quad (2)$$

- стандартное отклонение проверяемого метода пропорционально  $x$  (т. е. коэффициент вариации постоянен) и задается формулой

$$s^2 = a_2^2 x^2 \text{ или } s = a_2 x. \quad (3)$$

**Примечание 1** — Первое допущение рассматривает флуктуации фона или значения коэффициента  $b_0$  (свободного члена — отсекаемого отрезка<sup>2)</sup>) без учета флуктуаций коэффициента  $b_1$  (коэффициента наклона); второе — флуктуации коэффициента наклона без учета флуктуаций фона или свободного члена.

**Примечание 2** — Значения коэффициентов функции линейной регрессии (оценка систематической погрешности) слабо зависят от отклонений, принятых в допущении о стандартном отклонении проверяемого метода. Однако оцененная случайная составляющая неопределенности измерений сильно зависит от данного допущения.

<sup>1)</sup> Данные обозначения в тексте стандарта не употребляются, приведены для сохранения идентичности ИСО 13752:1998.

<sup>2)</sup> См. ИСО 6879.

Функция дисперсии общего вида, используемая в настоящем стандарте, позволяет учитывать не только изменчивость коэффициентов наклона и значений свободных членов, но также статистический шум, стандартное отклонение которого пропорционально квадратному корню из значения  $x$  (приблизительно пропорционально квадратному корню из  $x$ ). Функцию дисперсии общего вида рассчитывают по формуле

$$s^2 = a_0^2 + a_1^2 x + a_2^2 x^2. \quad (4)$$

**Примечание 3** — Коэффициенты возведены в квадрат, т.к. коэффициент в большей мере, чем его квадрат, отражает физический смысл.

**Примечание 4** — Процедура вычисления функции дисперсии общего вида, представленная в ИСО 9169, не может быть использована, т.к. отсутствует возможность проведения измерений в условиях повторяемости.

Значения коэффициентов принятой модели дисперсии общего вида [ $b_0$  и  $b_1$  в формуле (1) и  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$  в формуле (4)] не могут быть рассчитаны. Их подбирают на основе критерия максимального правдоподобия итеративным методом. Блок-схема вычисления коэффициентов функции линейной регрессии методом максимального правдоподобия приведена на рисунке 1. После выбора начальных значений коэффициентов, при использовании допущения о нормальности закона распределения, вычисляют вероятность  $P(y_i)$  в каждой точке, отвечающей результатам измерений ( $x_i$ ,  $y_i$ ) и принадлежащей линии регрессии, по формуле

$$P(y_i) = \frac{1}{s_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{2s_i^2}}. \quad (5)$$

Функцию правдоподобия  $L$ , являющуюся произведением отдельных вероятностей результатов измерений, полученных  $y$ -методом, вычисляют по формуле

$$L = \prod_{i=1}^N \frac{1}{s_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{2s_i^2}}. \quad (6)$$

Варьируя коэффициенты, вычисляют значения функции правдоподобия вплоть до максимального. Соответствующие коэффициенты являются коэффициентами максимального правдоподобия регрессионной модели. Для определения этого значения применяют компьютерную обработку данных.

Неопределенность измерений, соответствующую любому полученному значению ХКВ, оценивают по функции регрессии и функции дисперсии.

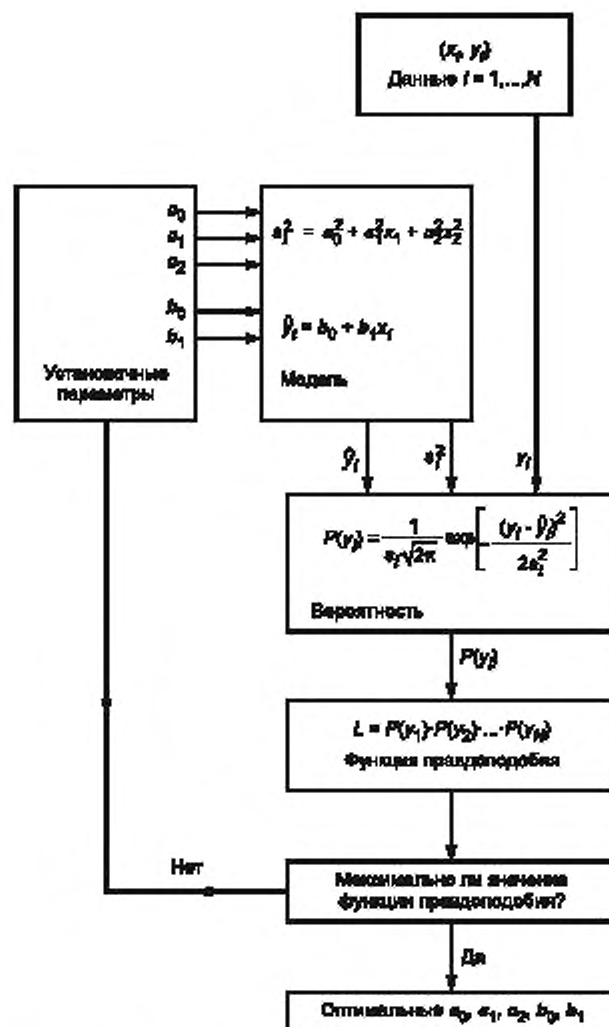


Рисунок 1 — Блок-схема вычисления коэффициентов функции линейной регрессии методом максимального правдоподобия

## 5 Требования

### 5.1 Общие положения

Процедуру, установленную настоящим стандартом, применяют при выполнении следующих условий:

- существует линейная зависимость между сравниваемыми переменными; если зависимость нелинейна, но известно ее математическое выражение, процедура может быть адаптирована;
- погрешности измерений проверяемого метода подчиняются нормальному закону распределения;
- неопределенность измерений, присущая референтному методу, незначительна по сравнению с неопределенностью измерений проверяемого метода; в противном случае она будет ошибочно приписана проверяемому методу, что приведет к завышению неопределенности измерений;



- влияние различий в составе проб воздуха, отобранных двумя методами, незначительно по сравнению с ожидаемой неопределенностью измерений проверяемого метода; в противном случае данная составляющая погрешности будет ошибочно приписана проверяемому методу, что приведет к завышению неопределенности измерений.

Неопределенность коэффициентов, оцененных в соответствии с настоящим стандартом, может быть снижена путем увеличения числа пар измерений. Поэтому рекомендуется проводить по крайней мере 30 пар измерений, если применяют модель дисперсии общего вида, принятую настоящим стандартом.

## 5.2 Проверяемый метод (у-метод)

Выполняют все операции, предусмотренные методом измерений, который подлежит оценке.

## 5.3 Референтный метод (х-метод)

Проверяют допущение о незначительности неопределенности х-метода по сравнению с у-методом с учетом условий проведения измерений (в том числе условий окружающей среды), ожидаемых на месте проведения проверки, например наличия мешающих веществ, температуры и т. д. Проверку допущения о неопределенности х-метода проводят на основе анализа принципа измерений, литературных данных или результатов испытаний в лабораторных условиях или в условиях применения. Ориентируясь на детальное описание х-метода, выполняют соответствующие измерения.

## 5.4 Условия проведения измерений

Условия проведения измерений должны соответствовать условиям, в которых планируют использовать проверяемый метод (продолжительность измерений, диапазон изменений ХКВ, диапазон изменений физических и химических влияющих величин и условия работы). Фиксируют условия, в том числе окружающей среды, на месте проведения измерений.

Средства измерений, используемые в обоих методах, должны быть установлены так, чтобы:

- различия в составе параллельных проб были незначительны;
- средства измерений одного метода не влияли на средства измерений другого метода.

## 5.5 Обработка данных

При использовании модели дисперсии общего вида для нахождения функции максимального соответствия (правдоподобия) путем подбора значений  $a_0, a_1, a_2, b_0$  и  $b_1$  применяют компьютерную обработку данных.

# 6 Параллельные измерения

Проводят параллельные измерения, являющиеся представительными для условий, в которых планируют применение проверяемого метода. Фиксируют результаты параллельных измерений.

# 7 Графический анализ дисперсии

Дисперсия результатов измерений может быть постоянной или увеличиваться при увеличении значения ХКВ. Зависимость дисперсии от значения ХКВ может быть представлена графически путем построения для всех пар результатов измерений  $(x_i, y_i)$  абсолютных разностей  $|r_i|$  в зависимости от  $x_i$ , где  $r_i = y_i - \hat{y}_i$ , а  $\hat{y}_i$  — предсказанное значение, полученное оценкой регрессии обычным методом наименьших квадратов:

- если значения разностей не зависят от  $x_i$ , см. 8.2;
- если значения разностей являются пропорциональными  $x_i$ , см. 8.3;
- если значения разностей не являются ни независимыми, ни пропорциональными  $x_i$ , см. 8.4.

В тех случаях, когда первое или второе условие применимо только для части диапазона измерений, диапазон измерений должен быть соответственно уменьшен<sup>1)</sup>.

Коэффициенты функции регрессии и функции дисперсии в соответствии с 8.2 и 8.3 могут быть рассчитаны (простая модель дисперсии). Коэффициенты в соответствии с 8.4 определяют итеративным методом, что требует многократных расчетов, возможных лишь при использовании компьютера (модель дисперсии общего вида).

Подразделы 8.2 и 8.3 содержат процедуры проверки, позволяющие выяснить, подтверждается или нет допущение относительно принятой модели дисперсии.

<sup>1)</sup> Диапазон измерений может быть разбит на поддиапазоны, в каждом из которых должно быть выполнено конкретное условие из перечисленных.

## 8 Оценка коэффициентов функции линейной регрессии

### 8.1 Общие положения

Принятая линейная зависимость между переменными  $X$  и  $Y$  описывается уравнением линейной регрессии

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x. \quad (7)$$

Если дисперсия результатов измерений относительно линии регрессии не зависит от значения ХКВ (см. 8.2), ее определяют по формуле

$$s^2 = a_0^2. \quad (8)$$

Если дисперсия относительно линии регрессии пропорциональна значению ХКВ (см. 8.3), ее определяют по формуле

$$s^2 = a_2^2 x^2. \quad (9)$$

В общем случае, если дисперсия относительно линии регрессии является монотонной функцией значения ХКВ (см. 8.4), ее определяют по формуле

$$s^2 = a_0^2 + a_1^2 x + a_2^2 x^2. \quad (10)$$

Выбирают одну из указанных выше моделей дисперсии.

### 8.2 Стандартное отклонение постоянно

Коэффициенты функции линейной регрессии  $b_1$  и  $b_0$  вычисляют по формулам:

$$b_1 = \frac{\sum_i x_i y_i - \frac{\sum_i x_i \sum_i y_i}{N}}{\sum_i x_i^2 - \frac{\left(\sum_i x_i\right)^2}{N}}; \quad (11)$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}. \quad (12)$$

Проверяют, подтверждается или нет допущение относительно постоянства дисперсии:

- выбирают  $N_1$  пар результатов измерений вблизи верхнего предела диапазона измерений и  $N_2$  пар вблизи нижнего предела при условии  $N_1 = N_2 = N/3$ ;
- не используют среднюю часть диапазона измерений;
- рассчитывают статистику  $F$  по формуле

$$F = \frac{\left( \sum_{i=1}^{N_1} (y_i - \hat{y}_i)^2 \right) / (N_1 - 1)}{\left( \sum_{j=1}^{N_2} (y_j - \hat{y}_j)^2 \right) / (N_2 - 1)}; \quad (13)$$

- если  $F$  не превышает табулированное значение  $F_{N_1-1, N_2-1, 1-\alpha}$  для  $F$ -распределения в случае одностороннего критерия для уровня значимости  $\alpha = 0,05$ , принятое за критическое значение, дисперсию считают постоянной;

- если  $F$  превышает табулированное значение  $F$ , см. 8.3 или 8.4.

Дисперсию  $s^2$  вычисляют по формуле

$$s^2 = a_0^2 = \frac{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - 2}. \quad (14)$$

Стандартные отклонения  $s_{b_0}$  и  $s_{b_1}$  коэффициентов  $b_0$  и  $b_1$  вычисляют по формулам:

$$s_{b_0} = s_{b_1} \sqrt{\frac{\sum_i x_i^2}{N}}; \quad (15)$$

$$s_{b_1} = \frac{s}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}}. \quad (16)$$

### 8.3 Коэффициент вариации постоянен

Для получения линейного соотношения с постоянной дисперсией исходный набор данных  $(x_i, y_i)$  преобразуют в новый набор данных  $(x'_i, y'_i)$  по формулам:

$$y'_i = \frac{y_i}{x_i}; \quad (17)$$

$$x'_i = \frac{1}{x_i}. \quad (18)$$

Коэффициенты функции линейной регрессии  $b'_1$  и  $b'_0$  вычисляют по формулам:

$$b'_1 = \frac{\sum_i x'_i y'_i - \frac{\sum_i x'_i \sum_i y'_i}{N}}{\sum_i (x'_i)^2 - \frac{\left(\sum_i x'_i\right)^2}{N}}; \quad (19)$$

$$b'_0 = \bar{y}' - b'_1 \bar{x}'. \quad (20)$$

Проверяют, подтверждается или нет допущение относительно постоянства дисперсии для преобразованных переменных:

- выбирают  $N_1$  пар результатов измерений в области верхней границы диапазона измерений и  $N_2$  пар в области нижней границы с условием  $N_1 = N_2 = N/3$ ;
- не используют среднюю часть диапазона;
- статистику  $F$  вычисляют по формуле

$$F = \frac{\left( \sum_{i=1}^{N_1} (y'_i - \hat{y}'_i)^2 \right) / (N_1 - 1)}{\left( \sum_{i=1}^{N_2} (y'_i - \hat{y}'_i)^2 \right) / (N_2 - 1)}; \quad (21)$$

- если  $F$  не превышает табулированное значение  $F_{N_1-1, N_2-1, 1-\alpha}$  для  $F$ -распределения в случае одностороннего критерия для уровня значимости  $\alpha = 0,05$ , принятое за критическое значение, дисперсию считают постоянной;

- если  $F$  превышает табулированное значение  $F$ , см. 8.2 или 8.4.

Функцию дисперсии  $s'^2$  вычисляют по формуле

$$s'^2 = \frac{\sum_i (y'_i - \hat{y}'_i)^2}{N - 2}. \quad (22)$$

Проводят обратное преобразование полученных значений по формулам:

$$b_0 = b'_1; \quad (23)$$

$$b_1 = b'_0; \quad (24)$$

$$s^2 = a_2^2 x^2 = s'^2 x^2. \quad (25)$$

Стандартные отклонения  $s_{b_0}$  и  $s_{b_1}$  коэффициентов  $b_0$  и  $b_1$  вычисляют по формулам:

$$s_{b_0} = \frac{\sum_i x'_i}{\sum_i (x'_i)^2} \sqrt{\frac{s'^2}{N} + s_{b_1}^2}; \quad (26)$$

$$s_{b_1} = s' \sqrt{\frac{\sum_i (x'_i)^2}{N \sum_i (x'_i - \bar{x}')^2}}. \quad (27)$$

#### 8.4 Модель дисперсии общего вида

Выбирают начальные значения коэффициентов модели  $b_0$  и  $b_1$  [формула (7)] и  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  [формула (10)], где  $a_0 \neq 0$ .

Для каждой пары результатов измерений  $(x_i, y_i)$  вычисляют  $\hat{y}_i$  и  $s_i^2$ :

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i; \quad (28)$$

$$s_i^2 = a_0^2 + a_1^2 x_i + a_2^2 x_i^2. \quad (29)$$

Логарифм функции правдоподобия  $l$  вычисляют по формуле

$$l = \sum_{i=1}^N \left( -\ln(s_i) - \frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{2s_i^2} \right). \quad (30)$$

Находят максимальное значение  $l$  путем многократных вычислений  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$  с использованием процедуры оптимизации расчетов, например градиентного метода. Поскольку в уравнения входят квадраты коэффициентов  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$ , их значения могут быть положительными и отрицательными. Сохраняют положительные значения:

$$a_0 = |a_0|; \quad (31a)$$

$$a_1 = |a_1|; \quad (31b)$$

$$a_2 = |a_2|. \quad (31c)$$

Используют значения коэффициентов  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$ , соответствующие максимальному  $l$ .

Стандартные отклонения  $s_{b_0}$  и  $s_{b_1}$  коэффициентов  $b_0$  и  $b_1$  вычисляют по формулам:

$$s_{b_0} = \sqrt{\frac{\sum_i \omega_i x_i^2}{\sum_i \omega_i \sum_i \omega_i (x_i - \bar{x}_a)^2}}; \quad (32)$$

$$s_{b_1} = \frac{1}{\sqrt{\sum_i \omega_i (x_i - \bar{x}_m)^2}}, \quad (33)$$

где

$$\omega_i = \frac{1}{s_i^2}; \quad (34)$$

$$\bar{x}_m = \frac{\sum_i \omega_i x_i}{\sum_i \omega_i}. \quad (35)$$

Образец крупноформатной таблицы для расчета коэффициентов функции регрессии и функции дисперсии приведен в приложении А, а соответствующий пример крупноформатной таблицы — в приложении В.

#### Примечания

1 Члены  $a_1^2 x$  и/или  $a_2^2 x^2$  в выражении для функции дисперсии могут быть незначительны. Это проверяют, полагая равными нулю коэффициенты  $a_1$  и/или  $a_2$  и повторяя процедуру расчета соответствующего максимума  $l$ . Если абсолютная разность двух значений  $l$  меньше 2, существенной разницы между моделями нет. Сохраняют более простую модель.

2 Обычно функция дисперсии имеет вид  $s^2 = a_0^2 + a_2^2 x^2$  ( $a_1 = 0$ ). Эта функция отражает стремление дисперсии к константе в области нижней границы диапазона измерений и пропорциональность дисперсии значению ХКВ в области верхней границы диапазона измерений. Три члена в выражение для функции дисперсии вводят только при большом числе пар измерений.

3 Если зависимость  $y = f(x)$  является нелинейной, но ее математический вид известен, формула (28) может быть заменена соответствующей математической функцией, а коэффициенты регрессии определены аналогично методом максимального правдоподобия.

## 9 Оценка неопределенности измерений

Значения коэффициентов  $b_0$  и  $b_1$  существенно отличаются от идеальных значений 0 и 1 соответственно, если:

$$|b_0| - 2s_{b_0} > 0 \quad (36)$$

и

$$|b_1 - 1| - 2s_{b_1} > 0. \quad (37)$$

Если формулы (36) и (37) показывают значимость поправок, систематическая погрешность при  $X = x$  может быть рассчитана в пределах диапазона измерений по формуле

$$\Delta y = b_0 + (b_1 - 1)x. \quad (38)$$

В соответствии с процедурами, указанными в [3], систематическая погрешность, возникающая в результате выявленного эффекта, может быть компенсирована путем введения поправки. Поправки могут быть введены, только если значения влияющих переменных, ответственных за эту систематическую погрешность, представительные. Однако неопределенность поправок, приравниваемая к неопределенности систематической погрешности, остается.

$$s_{\Delta y}^2 = s_{b_0}^2 - s_{b_1}^2 (x^2 - 2x\bar{x}_m), \quad (39)$$

где  $\bar{x}_m$ :

а) при модели дисперсии 8.2:

$$\bar{x}_m = \bar{x}; \quad (40)$$

б) при модели дисперсии 8.3:

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_i \frac{1}{x_i}}{\sum_i \frac{1}{x_i^2}}; \quad (41)$$

с) при модели дисперсии 8.4: см. формулы (34) и (35).

При  $X = x$  вычисляют стандартное отклонение результата измерений в условиях применения на основе функции дисперсии по формуле

$$s^2 = a_0^2 + a_1^2 x + a_2^2 x^2. \quad (42)$$

Предполагая, что может быть введена поправка на систематическую погрешность  $\Delta y$ , вычисляют стандартное отклонение исправленного значения  $y_{\text{cor}}$  по формуле

$$\text{var}(y_{\text{cor}}) = \text{var}(y) + \text{var}(\Delta y), \quad (43a)$$

т. е.

$$s_{y_{\text{cor}}}^2 = s^2 + s_{\Delta y}^2. \quad (43b)$$

Неопределенность единичного результата измерений при  $X = x$  с коэффициентом охвата  $k = 2$  определяют по формуле

$$U = 2\sqrt{s^2 + s_{\Delta y}^2}. \quad (44)$$

Коэффициент охвата  $k = 2$  соответствует коэффициенту Стьюдента для доверительного интервала 95 % и нормального распределения.

В [3] рекомендуется всегда вводить поправку на систематическую погрешность. Обычно в инструкциях по оценке неопределенности измерений не приводят способы определения и введения поправок на систематические погрешности. Если введение поправки на систематические погрешности не является частью  $y$ -метода, эти погрешности включают в неопределенность измерений. Применяя согласно [3] принцип выражения погрешностей в показателях дисперсии, неопределенность измерений вычисляют по формуле

$$U = 2\sqrt{s^2 + (\Delta y)^2}. \quad (45)$$

Числовые значения неопределенности измерений всегда должны сопровождаться записью условий, в том числе условий окружающей среды, в которых они были получены.

**Приложение А**  
**(справочное)**

**Образец крупноформатной таблицы для расчета регрессии и функции дисперсии**

В настоящем приложении приведен пример расчета коэффициентов функции регрессии и функции дисперсии с помощью программы табличных вычислений Microsoft Excel ® Версия 5.0<sup>1)</sup>. Вводят формулы из таблицы А.1 в соответствующие ячейки пустой формы таблицы А.2.

**Т а б л и ц а А.1** — Формулы для введения в пустую форму

Ячейка	Содержание
E5	=C5
E6	=C6
E7	=C7
E8	=C8
E9	=C9
E12	=SUM(G19:INDIRECT(ADDRESS(J3+18,7)))
F5	=SQRT((J5+J4^2)/(J5*J7))
F6	=SQRT(1/(J5*J7))
J3	=COUNT(B19:B2018)
J4	=SUMPRODUCT((B19:INDIRECT(J8))/(F19:INDIRECT(J10)))/J7
J5	=SUMPRODUCT(((B19:INDIRECT(J8))-J4)^2/(F19:INDIRECT(J10)))/J7
J6	=SUMPRODUCT((E19:INDIRECT(J9))^2/(F19:INDIRECT(J10)))/J7
J7	=SUMPRODUCT(1/(F19:INDIRECT(J10)))
J8	=ADDRESS(J3+18,2)
J9	=ADDRESS(J3+18,5)
J10	=ADDRESS(J3+18,6)
D19	=IF(ISNUMBER(C19), \$E\$5+\$E\$6*B19, '-')
E19	=IF(ISNUMBER(C19), C19-D19, '-')
F19	=IF(ISNUMBER(C19), \$E\$7^2+\$E\$8^2*B19+\$E\$9^2*B19^2, '-')
G19	=IF(ISNUMBER(C19), -(E19^2/F19)/2-LN(2.5066*SQRT(F19)), '-')

<sup>1)</sup> Excel® — торговое наименование программы, предоставляемой Microsoft. Возможно использование других программ, приводящее к получению аналогичных результатов.

Таблица А.2 — Незаполненная форма круглоформатной таблицы

1	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	И	Ж	К	
2	Версия 1.2											
3	Выводимые параметры											
4	Число параметров											
5	Выводимые параметры х											
6	Выводимые параметры y											
7	Степень полиномиальной регрессии											
8	Сумма квадратов											
9	Адрес выходов											
10	Матрица регрессии											
11	$\Delta y = \Delta x + \Delta z$											
12	$\Delta y = \Delta x + \Delta z + \Delta w$											
13	$\Delta y = \Delta x + \Delta z + \Delta w + \Delta v$											
14	Матрица регрессии											
15	1) Убедиться в том, что установленные параметры программы «Формат» (форматные параметры)											
16	2) Проверить, что параметры программы «Формат» (форматные параметры) соответствуют параметрам программы «Формат» (форматные параметры)											
17	3) Проверить, что параметры программы «Формат» (форматные параметры) соответствуют параметрам программы «Формат» (форматные параметры)											
18	4) Проверить, что параметры программы «Формат» (форматные параметры) соответствуют параметрам программы «Формат» (форматные параметры)											
19	5) Проверить, что параметры программы «Формат» (форматные параметры) соответствуют параметрам программы «Формат» (форматные параметры)											
20	6) Проверить, что параметры программы «Формат» (форматные параметры) соответствуют параметрам программы «Формат» (форматные параметры)											
21	7) Проверить, что параметры программы «Формат» (форматные параметры) соответствуют параметрам программы «Формат» (форматные параметры)											
22	8) Проверить, что параметры программы «Формат» (форматные параметры) соответствуют параметрам программы «Формат» (форматные параметры)											
23	9) Проверить, что параметры программы «Формат» (форматные параметры) соответствуют параметрам программы «Формат» (форматные параметры)											
24	10) Проверить, что параметры программы «Формат» (форматные параметры) соответствуют параметрам программы «Формат» (форматные параметры)											
25	11) Проверить, что параметры программы «Формат» (форматные параметры) соответствуют параметрам программы «Формат» (форматные параметры)											
26	12) Проверить, что параметры программы «Формат» (форматные параметры) соответствуют параметрам программы «Формат» (форматные параметры)											
27	13) Проверить, что параметры программы «Формат» (форматные параметры) соответствуют параметрам программы «Формат» (форматные параметры)											
28	14) Проверить, что параметры программы «Формат» (форматные параметры) соответствуют параметрам программы «Формат» (форматные параметры)											
29	15) Проверить, что параметры программы «Формат» (форматные параметры) соответствуют параметрам программы «Формат» (форматные параметры)											
30	16) Проверить, что параметры программы «Формат» (форматные параметры) соответствуют параметрам программы «Формат» (форматные параметры)											



Приложение В  
(справочное)

Пример крупноформатной таблицы для расчета регрессии и функции дисперсии

Solver parameters	
Set target cell:	<input type="text" value="\$E\$12"/>
Equal to:	<input checked="" type="radio"/> Max <input type="radio"/> Min <input type="radio"/> Value Of <input type="text" value="0"/>
By changing cells	<input type="text" value="\$E\$5:\$E\$9"/> <input type="button" value="Guess"/>
Subject to the constraints	<input type="button" value="Add..."/>
<input type="text" value="\$E\$7=0.0000001"/>	<input type="button" value="Change..."/>
<input type="text" value="\$E\$8=0"/>	<input type="button" value="Delete"/>
<input type="button" value="Solve"/> <input type="button" value="Close"/> <input type="button" value="Options..."/>	
<input type="button" value="Reset all"/> <input type="button" value="Help"/>	

Параметры программы расчета	
Установить значение ячейки	<input type="text" value="\$E\$12"/>
Равно:	<input checked="" type="radio"/> Макс <input type="radio"/> Мин <input type="radio"/> Значение <input type="text" value="0"/>
Путем замены ячеек	<input type="text" value="\$E\$5:\$E\$9"/> <input type="button" value="Предположение"/>
Ограничения	<input type="button" value="Добавить..."/>
<input type="text" value="\$E\$7=0.0000001"/>	<input type="button" value="Изменить..."/>
<input type="text" value="\$E\$8=0"/>	<input type="button" value="Удалить"/>
<input type="button" value="Решить"/> <input type="button" value="Закрыть"/> <input type="button" value="Опции"/>	
<input type="button" value="Удалить все"/> <input type="button" value="Помощь"/>	

Рисунок В.1 — Пример окна параметров программы-решателя<sup>1)</sup><sup>1)</sup> Программа-решатель на русском языке приведена для удобства пользователей настоящего стандарта.

Таблица В.1 — Пример крупноформатной таблицы

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Таблица В.1.2										
Результаты расчетов по формулам										
Сторонние значения		Входные данные		Выходные данные		Исходные данные				
1		2		3		4				
5		6		7		8				
9		10		11		12				
13		14		15		16				
17		18		19		20				
21		22		23		24				
25		26		27		28				
29		30		31		32				
33		34		35		36				
37		38		39		40				
41		42		43		44				
45		46		47		48				
49		50		51		52				
53		54		55		56				
57		58		59		60				
61		62		63		64				
65		66		67		68				
69		70		71		72				
73		74		75		76				
77		78		79		80				
81		82		83		84				
85		86		87		88				
89		90		91		92				
93		94		95		96				
97		98		99		100				
101		102		103		104				
105		106		107		108				
109		110		111		112				
113		114		115		116				
117		118		119		120				
121		122		123		124				
125		126		127		128				
129		130		131		132				
133		134		135		136				
137		138		139		140				
141		142		143		144				
145		146		147		148				
149		150		151		152				
153		154		155		156				
157		158		159		160				
161		162		163		164				
165		166		167		168				
169		170		171		172				
173		174		175		176				
177		178		179		180				
181		182		183		184				
185		186		187		188				
189		190		191		192				
193		194		195		196				
197		198		199		200				
201		202		203		204				
205		206		207		208				
209		210		211		212				
213		214		215		216				
217		218		219		220				
221		222		223		224				
225		226		227		228				
229		230		231		232				
233		234		235		236				
237		238		239		240				
241		242		243		244				
245		246		247		248				
249		250		251		252				
253		254		255		256				
257		258		259		260				
261		262		263		264				
265		266		267		268				
269		270		271		272				
273		274		275		276				
277		278		279		280				
281		282		283		284				
285		286		287		288				
289		290		291		292				
293		294		295		296				
297		298		299		300				
301		302		303		304				
305		306		307		308				
309		310		311		312				
313		314		315		316				
317		318		319		320				
321		322		323		324				
325		326		327		328				
329		330		331		332				
333		334		335		336				
337		338		339		340				
341		342		343		344				
345		346		347		348				
349		350		351		352				
353		354		355		356				
357		358		359		360				
361		362		363		364				
365		366		367		368				
369		370		371		372				
373		374		375		376				
377		378		379		380				
381		382		383		384				
385		386		387		388				
389		390		391		392				
393		394		395		396				
397		398		399		400				
401		402		403		404				
405		406		407		408				
409		410		411		412				
413		414		415		416				
417		418		419		420				
421		422		423		424				
425		426		427		428				
429		430		431		432				
433		434		435		436				
437		438		439		440				
441		442		443		444				
445		446		447		448				
449		450		451		452				
453		454		455		456				
457		458		459		460				
461		462		463		464				
465		466		467		468				
469		470		471		472				
473		474		475		476				
477		478		479		480				
481		482		483		484				
485		486		487		488				
489		490		491		492				
493		494		495		496				
497		498		499		500				
501		502		503		504				
505		506		507		508				
509		510		511		512				
513		514		515		516				
517		518		519		520				
521		522		523		524				
525		526		527		528				
529		530		531		532				
533		534		535		536				
537		538		539		540				
541		542		543		544				
545		546		547		548				
549		550		551		552				
553		554		555		556				
557		558		559		560				
561		562		563		564				
565		566		567		568				
569		570		571		572				
573		574		575		576				
577		578		579		580				
581		582		583		584				
585		586		587		588				
589		590		591		592				
593		594		595		596				
597		598		599		600				
601		602		603		604				
605		606		607		608				
609		610		611		612				
613		614		615		616				
617		618		619		620				
621		622		623		624				
625		626		627		628				
629		630		631		632				
633		634		635		636				
637		638		639		640				
641		642		643		644				
645		646		647		648				
649		650		651		652				
653		654		655		656				
657		658		659		660				
661		662		663		664				
665		666		667		668				
669		670		671		672				
673		674		675		676				
677		678		679		680				
681		682		683		684				
685		686		687		688				
689		690		691		692				
693		694		695		696				
697		698		699		700				
701		702		703		704				
705		706		707		708				
709		710		711		712				
713		714		715		716				
717		718		719		720				
721		722		723		724				
725		726		727		728				
729		730		731		732				
733		734		735		736				
737		738		739		740				
741		742		743		744				
745		746		747		748				
749		750		751		752				
753		754		755		756				
757		758		759		760				
761		762		763		764				
765		766		767		768				
769		770		771		772				
773		774		775		776				
777		778		779		780				
781		782		783		784				
785		786		787		788				
789		790		791		792				
793		794		795		796				
797		798		799		800				
801		802		803		804				
805		806		807		808				
809		810		811		812				
813		814		815		816				
817		818		819		820				
821		822		823		824				
825		826		827		828				
829		830		831		832				
833		834		835		836				
837		838		839		840				
841		842		843		844				
845		846		847		848				
849		850		851		852				
853		854		855		856				
857		858		859		860				
861		862		863		864				
865		866		867		868				
869		870		871		872				
873		874		875		876				
877		878		879		880				
881		882		883		884				
885		886		887		888				
889		890		891		892				
893		894		895		896				
897		898		899		900				
901		902		903		904				
905		906		907		908				
909		910		911		912				
913		914		915		916				
917		918		919		920				
921		922		923		924				
925		926		927		928				
929		930		931		932				
933		934		935		936				
937		938		939		940				
941		942		943		944				
945		946		947		948				
949		950		951		952				
953		954		955		956				
957		958		959		960				
961		962		963		964				
965		966		967		968				
969		970		971		972				
973		974		975		976				
977		978		979		980				
981		982		983		984				

**Приложение С**  
**(справочное)**

**Сведения о соответствии национальных стандартов Российской Федерации ссылочным  
международным (региональным) стандартам**

Обозначение ссылочного международного стандарта	Обозначение и наименование соответствующего национального стандарта Российской Федерации
ИСО 6879:1995	*
ИСО 9169:1994	*
ИСО 3534-1:1993	ГОСТ Р 50779.10—2000 (ИСО 3534-1—93) Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения
ИСО 4225:1994	*
ИСО 7935:1992	*
* Соответствующий национальный стандарт отсутствует. До его утверждения рекомендуется использовать перевод на русский язык данного международного стандарта. Перевод данного международного стандарта находится в Федеральном информационном фонде технических регламентов и стандартов.	

**Библиография**

- [1] ИСО 3534-1:1993 Статистика — Словарь и обозначения — Часть 1: Вероятность и общие статистические термины
- [2] ИСО 4225:1994 Качество воздуха — Общие аспекты (положения) — Словарь
- [3] Guide to expression of uncertainty in measurement, first<sup>1)</sup> edition, 1993 International organization for Standardization, Geneva, Switzerland
- ИСО 7935:1992 Выбросы стационарных источников — Определение массовой концентрации диоксида серы — Параметры автоматических методов измерений
- ИСО 10849:1996 Выбросы стационарных источников — Определение массовой концентрации оксидов азота — Рабочие характеристики автоматических измерительных систем

<sup>1)</sup>Руководство по выражению неопределенности измерения: Аутентичный перевод с англ. Под ред. проф. Славева В.А. — СПб.: Изд-во ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, 1999.

Ключевые слова: качество воздуха, метод измерений, референтный метод, параллельные измерения, оценка неопределенности измерений

Редактор Л.В. Афанасенко  
Технический редактор Н.С. Гришанова  
Корректор Т.И. Каноненко  
Компьютерная верстка В.И. Грищенко

Сдано в набор 20.01.2006. Подписано в печать 09.03.2006. Формат 60х84<sup>1/8</sup>. Бумага офсетная. Гарнитура Ариал.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 2,32. Уч.-изд. л. 1,45. Тираж 300 экз. Зак. 95. С 2441.

ФГУП «Стандартинформ», 123995 Москва, Гранатный пер., 4.  
www.gostinfo.ru info@gostinfo.ru  
Набрано во ФГУП «Стандартинформ» на ПЭВМ  
Отпечатано в филиале ФГУП «Стандартинформ» — тип. «Московский печатник», 105062 Москва, Лялин пер., 6