Р 50.1.033—2001

Р Е К О М Е Н Д А Ц И И   П О   С Т А Н Д А Р Т И З А Ц И И

Прикладная статистика

ПРАВИЛА ПРОВЕРКИ СОГЛАСИЯ ОПЫТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С ТЕОРЕТИЧЕСКИМ

Ч а с т ь 1

Критерии типа хи-квадрат

Издание официальное

ГОССТАНДАРТ РОССИИ
М о с к в а

Предисловие

1 РАЗРАБОТАНЫ Новосибирским государственным техническим университетом, доработаны с участием Технического комитета по стандартизации ТК 125 «Стандартизация статистических методов управления качеством»

ВНЕСЕНЫ Техническим комитетом по стандартизации ТК 125 «Стандартизация статистических методов управления качеством»

2 ПРИНЯТЫ И ВВЕДЕНЫ В ДЕЙСТВИЕ Постановлением Госстандарта России от 14 декабря 2001 г. № 525-ст

3 ВВЕДЕНЫ ВПЕРВЫЕ

4 ПЕРЕИЗДАНИЕ. Октябрь 2006 г.

© ИПК Издательство стандартов, 2002
© Стандартинформ, 2006

Настоящие рекомендации не могут быть полностью или частично воспроизведены, тиражированы и распространены в качестве официального издания без разрешения Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии

Содержание

Введение

Необходимость разработки настоящих рекомендаций вызвана следующими причинами.

Во-первых, в нормативных документах по стандартизации, устанавливающих правила проверки опытного распределения с теоретическим, нечетко определены правила применения критериев согласия типа χ^2 при проверке сложных гипотез. Некорректное использование оценок параметров по точечным (негруппированным) наблюдениям зачастую приводит к неоправданному отклонению проверяемой гипотезы.

Во-вторых, способы группирования наблюдений (способы разбиения области определения случайной величины на интервалы) при применении критериев типа χ^2 и выбор числа интервалов группирования не учитывают асимптотических свойств этих критериев. Неоднозначность процедуры группирования, неоптимальный выбор числа интервалов отражаются на мощности применяемого критерия, его способности различать близкие гипотезы, что, как правило, приводит к неоправданному принятию проверяемой гипотезы.

Настоящие рекомендации, с одной стороны, облегчают практическое применение критериев согласия типа χ^2, обеспечивают корректность статистических выводов, с другой стороны, содержат новые сведения из рассматриваемого раздела математической статистики.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ

Прикладная статистика

ПРАВИЛА ПРОВЕРКИ СОГЛАСИЯ ОПЫТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С ТЕОРЕТИЧЕСКИМ

Часть I

Критерии типа хи-квадрат

Applied statistics. Rules of check of experimental and theoretical distribution of the consent
Part I. Goodness-of-fit tests of a type chi-square

Дата введения 2002—07—01

1 Область применения

Настоящие рекомендации содержат правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим законом распределения непрерывной случайной величины и могут быть применены при разработке правил и рекомендаций по стандартизации, метрологии, распространяющихся на методы статистического анализа.

Настоящие рекомендации могут быть также использованы в качестве практического руководства по применению критериев согласия типа χ^2 при статистической обработке результатов наблюдений, измерений, контроля и испытаний продукции.

2 Теоретические основы рекомендаций

2.1 Общие положения

Число моделей непрерывных законов распределений, используемых в задачах статистического анализа (при контроле качества, исследованиях надежности и т. д.), немногим превышает 100, а для описания наблюдаемых случайных величин в прикладных исследованиях в основном применяют порядка 30 параметрических законов и семейств распределений.

Это не покрывает многообразия случайных величин, встречаемых на практике. Корректное применение критериев согласия часто приводит (и должно приводить) к отклонению гипотез о принадлежности выборки удобному и привычному закону распределения, например нормальному, так как законы реальных случайных величин, являющиеся следствием многочисленных причин, сложнее тех моделей, которые обычно используют для их описания. Следовательно и модели должны быть более сложными.

Целью первичной обработки экспериментальных наблюдений обычно является установление закона распределения, наиболее хорошо описывающего случайную величину, выборку которой наблюдают. Насколько хорошо наблюдаемая выборка описывается теоретическим законом, проверяют с использованием различных критериев согласия. Целью проверки гипотезы о согласии опытного распределения с теоретическим является стремление удостовериться в том, что данная модель теоретического закона не противоречит наблюдаемым данным и использование ее не приведет к существенным ошибкам при вероятностных расчетах. Некорректное использование критериев согласия может приводить к необоснованному принятию (чаще всего) или необоснованному отклонению проверяемой гипотезы.

Издание официальное

Различают простые и сложные гипотезы о согласии. Простая проверяемая гипотеза имеет вид: $H_0 : f(x, \theta) = f(x, \theta_0)$, где $f(\cdot)$ — функция плотности; θ_0 — известный скалярный или векторный параметр теоретического распределения, с которым проверяют согласие. Сложная гипотеза имеет вид $H_0 : f(x) \in \{f(x, \theta), \theta \in \Theta\}$, где Θ — пространство параметров и оценку $\hat{\theta}$ скалярного или векторного параметра вычисляют по той же самой выборке, по которой проверяют гипотезу о согласии.

Схема процедуры проверки гипотезы следующая. В соответствии с применяемым критерием согласия вычисляют значение S^* статистики S как некоторой функции от выборки и теоретического закона распределения с плотностью $f(x, \theta_0)$ [или $f(x, \hat{\theta})$ при сложной гипотезе]. Для используемых на практике критериев асимптотические (предельные) распределения $g(s \mid H_0)$ соответствующих статистик при условии истинности гипотезы H_0 обычно известны. В общем случае для простых и сложных гипотез эти распределения различаются. Далее в принятой практике статистического анализа обычно полученное значение статистики S^* сравнивают с критическим значением S_α при заданном уровне значимости α. Нулевую гипотезу отвергают, если $S^* > S_\alpha$ (рисунок 1). Критическое значение S_α, определяемое в случае одномерной статистики из уравнения

$$\alpha = \int_{S_\alpha}^{\infty} g(s|H_0)ds,$$

обычно берут из соответствующей статистической таблицы или вычисляют.

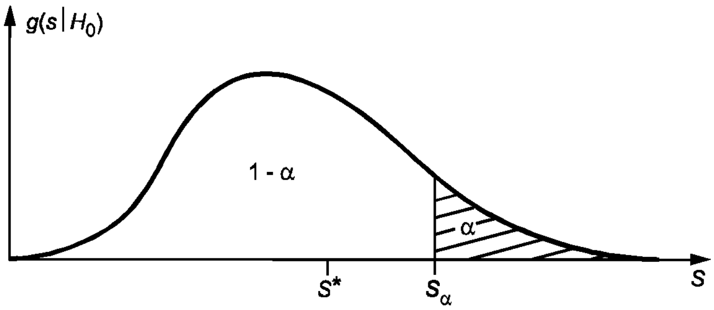

Рисунок 1 — Плотность распределения статистики при истинной гипотезе H_0

Больше информации о степени согласия можно почерпнуть из «достигаемого уровня значимости»: вероятности возможного превышения полученного значения статистики при истинности нулевой гипотезы $P\{S > S^*\} = \int_{S^*}^{\infty} g(s|H_0)ds$. Именно эта вероятность позволяет судить о том, насколько хорошо выборка согласуется с теоретическим распределением, так как по существу представляет собой вероятность истинности нулевой гипотезы (рисунок 2). Гипотезу о согласии не отвергают, если $P\{S > S^*\} > \alpha$.

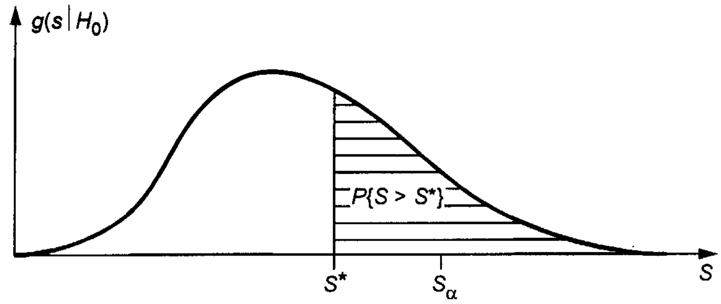

Рисунок 2 — Плотность распределения статистики при истинной гипотезе H_0

Задачи оценивания параметров и проверки гипотез опираются на выборки независимых случайных величин. Случайность самой выборки предопределяет, что возможны и ошибки в результатах статистических выводов. С результатами проверки гипотез связывают ошибки двух видов, ошибка 1-го рода состоит в том, что отклоняют гипотезу H_0, когда она верна; ошибка 2-го рода состоит в том, что принимают гипотезу H_0, в то время как справедлива альтернативная (конкурирующая) гипотеза H_1. Величина α задает вероятность ошибки 1-го рода. Обычно в критериях согласия не рассматривают конкретную альтернативу, и тогда конкурирующая гипотеза имеет вид $H_1: f(x, \theta) \neq f(x, \theta_0)$. Если гипотеза H_1 задана и имеет, например, вид $H_1: f(x, \theta) = f_1(x, \theta_1)$, то выбор значения α определяет для используемого критерия проверки гипотез и вероятность ошибки 2-го рода β. На рисунке 3 $g(s|H_0)$ отображает плотность распределения статистики S при истинности гипотезы H_0, а $g(s|H_1)$ — плотность распределения статистики S при справедливости гипотезы H_1.

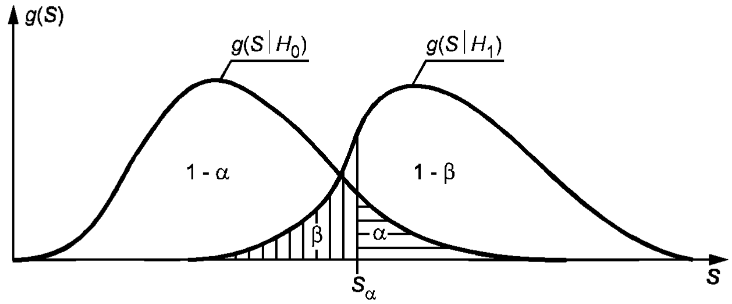

Рисунок 3 — Плотности распределения статистик при справедливости гипотез H_0 и H_1

Мощность критерия представляет собой значение $1-\beta$, где β — вероятность ошибки 2-го рода. Очевидно, что чем выше мощность используемого критерия при заданном значении α, тем лучше он различает гипотезы H_0 и H_1. Особенно важно, чтобы используемый критерий хорошо различал близкие альтернативы. Графически требование максимальной мощности критерия означает, что на рисунке 3 плотности $g(s|H_0)$ и $g(s|H_1)$ должны быть максимально «раздвинуты».

2.2 Критерии типа χ^2 при простых гипотезах

Предполагают, что $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_N$ — выборка значений наблюдаемой случайной величины объема N. Процедура проверки гипотез с использованием критериев типа χ^2 предусматривает группирование наблюдений. Область определения случайной величины разбивают на k непересекающихся интервалов граничными точками

$$x_0 < x_1 < \ldots < x_{k-1} < x_k,$$

где x_0 — нижняя грань области определения случайной величины; x_k — верхняя грань. В соответствии с заданным разбиением подсчитывают число n_i выборочных значений, попавших в i-й интервал, и вероятности попадания в интервал $P_i(\theta) = \int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x, \theta)dx$, соответствующие теоретическому закону с функцией плотности $f(x, \theta)$. При проверке простой гипотезы известны как вид функции плотности, так и все параметры закона (известен скалярный или векторный параметр θ). При этом $\sum_{i=1}^{k} n_i = N$, $\sum_{i=1}^{k} P_i(\theta) = 1$. В основе статистик, используемых в критериях согласия χ^2, лежит измерение отклонений n_i/N от $P_i(\theta)$.

К критериям такого рода, в частности, относят критерий χ^2 Пирсона, критерий отношения правдоподобия [1] и критерии типа χ^2 [2]—[5].

Статистику критерия согласия χ^2 Пирсона S_{χ^2} вычисляют по формуле

$$S_{\chi^2} = N \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i / N - P_i(\theta))^2}{P_i(\theta)}. \qquad (1)$$

В случае проверки простой гипотезы в пределе при $N \to \infty$ эта статистика подчиняется χ_r^2-распределению с $r = k—1$ степенями свободы, если верна нулевая гипотеза. Плотность χ_r^2-распределения $g(s)$ описывается формулой

$$g(s) = \frac{1}{2^{r/2}\Gamma(r/2)} s^{r/2-1} e^{-S/2} . \tag{2}$$

Если верна конкурирующая гипотеза H_1 и выборка соответствует распределению с плотностью $f_1(x, \theta_1)$ и параметром θ_1, то эта же статистика в пределе подчиняется нецентральному χ_r^2-распределению с тем же числом степеней свободы $r = k—1$ и параметром нецентральности

$$\nu = N \sum_{i=1}^{k} \frac{(P_i^1(\theta_1) - P_i(\theta))^2}{P_i(\theta)} , \tag{3}$$

где $P_i^1(\theta_1)$ — вероятность попадания в интервал при справедливой гипотезе H_1. Плотность нецентрального χ_r^2-распределения $g(s, \nu)$ имеет вид [1]

$$g(s, \nu) = \frac{e^{-(s+\nu)/2} s^{(r-2)/2}}{2^{r/2}\Gamma[(r-1)/2]\Gamma(1/2)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\nu^k s^k}{(2k)!} B\left\{\frac{1}{2}(r-1), \frac{1}{2}+k\right\}, \tag{4}$$

где $B(\alpha, \beta) = \Gamma(\alpha)\Gamma(\beta) / \Gamma(\alpha+\beta)$ — бета-функция.

При заданном уровне значимости α нулевая гипотеза о согласии не должна быть отвергнута, если

$$P\left\{S_{\chi^2} > S_{\chi^2}^*\right\} = \frac{1}{2^{r/2}\Gamma(r/2)} \int_{S_{\chi^2}^*}^{\infty} s^{r/2-1} e^{-s/2} ds > \alpha , \tag{5}$$

где $S_{\chi^2}^*$ — вычисленное в соответствии с формулой (1) значение статистики. Статистика критерия отношения правдоподобия $S_{\text{оп}}$ [1]

$$S_{\text{оп}} = -2\ln l = -2\sum_{i=1}^{k} n_i \ln\left(\frac{P_i(\theta)}{n_i / N}\right) \tag{6}$$

при верной нулевой гипотезе также асимптотически распределена как χ_r^2 с $r = k—1$ степенями свободы. Если верна конкурирующая гипотеза H_1 и выборка соответствует распределению с плотностью $f_1(x, \theta_1)$ и параметром θ_1, мерой близости сравниваемых законов является величина

$$\nu = 2N \sum_{i=1}^{k} P_i^1(\theta_1) \ln\left(\frac{P_i^1(\theta_1)}{P_i(\theta)}\right). \tag{7}$$

2.3 Критерии типа χ^2 при сложных гипотезах

При справедливости H_0 в случае проверки сложной гипотезы и при условии, что оценки параметров найдены в результате минимизации статистики S_{χ^2} по этой же самой выборке, статистика S_{χ^2} асимптотически распределена как χ_r^2 с числом степеней свободы $r = k—m—1$, где m — число оцененных параметров. Статистика S_{χ^2} имеет это же распределение, если в качестве метода оценивания выбирают метод максимального правдоподобия и оценки вычисляют по сгруппированным данным в результате максимизации по θ функции правдоподобия

$$L(\theta) = \gamma \prod_{i=1}^{k} P_i^{n_i}(\theta) , \tag{8}$$

где γ — некоторая константа и $P_i(\theta) = \int\limits_{x_{i-1}}^{x_i} f(x,\ \theta)dx$ — вероятность попадания наблюдения в i-й интервал значений, зависящая от θ.

При вычислении оценок максимального правдоподобия (ОМП) по негруппированным данным эта же статистика распределена как сумма независимых слагаемых $\chi^2_{k-m-1} + \sum\limits_{j=1}^{m}\lambda_j\xi_j^2$, где $\xi_1, \dots, \xi_m$ — стандартные нормальные случайные величины, независимые одна от другой и от χ^2_{k-m-1}, а $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ — некоторые числа между 0 и 1 [2], [6], [7], представляющие собой корни уравнения

$$\left|(1-\lambda)\mathbf{J}(\theta) - \mathbf{J}_\Gamma(\theta)\right| = 0 .$$

В данном уравнении $\mathbf{J}(\theta)$ — информационная матрица Фишера по негруппированным наблюдениям с элементами, определяемыми соотношением

$$J(\theta_l,\ \theta_j) = \int\left(\frac{\partial f(x,\ \theta)}{\partial\theta_l}\ \frac{\partial f(x,\ \theta)}{\partial\theta_j}\right) f(x,\ \theta)dx\,, \tag{9}$$

а $\mathbf{J}_\Gamma(\theta)$ — информационная матрица по группированным наблюдениям

$$\mathbf{J}_\Gamma(\theta) = \sum_{i=1}^{k}\frac{\nabla P_i(\theta)\nabla^{\mathrm{T}}P_i(\theta)}{P_i(\theta)}\,. \tag{10}$$

Функция распределения статистики лежит между χ^2_{k-1}- и χ^2_{k-m-1}-распределениями. В этом случае, принимая нулевую гипотезу, следует удостовериться, что статистика S_{χ^2} не превышает критических значений $\chi^2_{k-m-1,\alpha}$ и $\chi^2_{k-1,\alpha}$, где α — задаваемый уровень значимости. И если $\chi^2_{k-m-1,\alpha} < S^*_{\chi^2} < \chi^2_{k-1,\alpha}$, то, принимая или отклоняя гипотезу о согласии, можно с одинаковым риском совершить ошибку.

Вышеизложенное относится и к критерию отношения правдоподобия.

Влияние способа группирования на распределения статистик при использовании оценок максимального правдоподобия по негруппированным данным — по 2.7.

2.4 Статистика типа χ^2 Никулина

В работах [2]—[5] предложено видоизменение стандартной статистики S_{χ^2}, при котором предельное распределение есть обычное χ^2_{k-1}-распределение (число степеней свободы не зависит от числа оцениваемых параметров). Неизвестные параметры распределения $F(x,\ \theta)$ в этом случае следует оценивать по негруппированным данным методом максимального правдоподобия. При этом вектор $\mathbf{P} = (P_1, \dots, P_k)^{\mathrm{T}}$ предполагают заданным, и граничные точки интервалов определяют по соотношениям $x_i(\theta) = F^{-1}(P_1 + \ldots + P_i)$, $i = \overline{1,\ (k-1)}$. Предложенная статистика имеет вид [3]

$$Y_N^2(\theta) = S_{\chi^2} + N^{-1}a^{\mathrm{T}}(\theta)\Lambda(\theta)a(\theta)\,, \tag{11}$$

где S_{χ^2} вычислена по формуле (1); матрица $\Lambda(\theta) = \left\| J(\theta_l,\ \theta_j) - \sum\limits_{i=1}^{k}\frac{w_{\theta_l i}w_{\theta_j i}}{P_i}\right\|^{-1}$, элементы и размерность которой определяются оцениваемыми компонентами вектора параметров θ; $J(\theta_l,\ \theta_j)$ — элементы информационной матрицы $\mathbf{J}(\theta)$ по негруппированным данным (9); $a_{\theta_l} = w_{\theta_l 1}n_1 / P_1 + \ldots + w_{\theta_l k}n_k / P_k$ — элементы вектора $a(\theta)$ и

$$w_{\theta_l i} = -f\left[x_i(\theta),\ \theta\right]\frac{\partial x_i(\theta)}{\partial\theta_l} + f\left[x_{i-1}(\theta),\ \theta\right]\frac{\partial x_{i-1}(\theta)}{\partial\theta_l}\,. \tag{12}$$

Для распределений, которые полностью определяются только параметрами сдвига и масштаба, справедливо соотношение

$$\left\| \sum_{i=1}^{k} \frac{w_{\theta_l i} w_{\theta_j i}}{P_i} \right\| = \sum_{i=1}^{k} \frac{\nabla^{\mathrm{T}} P_i(\theta) \nabla P_i(\theta)}{P_i(\theta)} = \mathbf{J}_{\Gamma}(\theta) \qquad (13)$$

и, следовательно,

$$\mathbf{\Lambda}(\theta) = \left[\mathbf{J}(\theta) - \mathbf{J}_{\Gamma}(\theta)\right]^{-1}. \qquad (14)$$

Действительно, для законов с параметрами сдвига θ_1 и масштаба θ_2 с функцией распределения $F((x-\theta_1)/\theta_2)$ и плотностью $\frac{1}{\theta_2} f((x-\theta_1)/\theta_2)$ элементы информационной матрицы $\mathbf{J}_{\Gamma}(\theta)$ имеют вид:

$$J_{\Gamma}(\theta_1,\ \theta_1) = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\theta_2^2 P_i(\theta)} \left(-f(t_i) + f(t_{i-1})\right)^2;$$

$$J_{\Gamma}(\theta_2,\ \theta_2) = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\theta_2^2 P_i(\theta)} \left(-t_i f(t_i) + t_{i-1} f(t_{i-1})\right)^2;$$

$$J_{\Gamma}(\theta_1,\ \theta_2) = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\theta_2^2 P_i(\theta)} \left(-f(t_i) + f(t_{i-1})\right)\left(-t_i f(t_i) + t_{i-1} f(t_{i-1})\right),$$

где $t_i = (x_i - \theta_1) / \theta_2$. Тогда

$$w_{\theta_1 i} = \frac{1}{\theta_2}\left(-f(t_i) + f(t_{i-1})\right);$$

$$w_{\theta_2 i} = \frac{1}{\theta_2}\left(-t_i f(t_i) + t_{i-1} f(t_{i-1})\right).$$

Если проверяемая гипотеза H_0 о принадлежности наблюдаемого закона параметрическому семейству $f(x,\ \theta)$ неверна и справедлива конкурирующая гипотеза H_1, которой соответствует распределение с плотностью $f_1(x,\ \theta) = f(x,\ \theta) + \delta(x, \theta) / \sqrt{N}$, статистика $Y_N^2(\theta)$ в пределе подчиняется нецентральному χ_{k-1}^2-распределению с параметром нецентральности [3]

$$\nu(\theta) = \sum_{i=1}^{k} \frac{c_i^2(\theta)}{P_i(\theta)} + d^{\mathrm{T}}(\theta)\mathbf{\Lambda}(\theta) d(\theta), \qquad (15)$$

где $c_i(\theta) = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \delta(x,\ \theta) dx$, $d_{\theta_l} = w_{\theta_l 1} c_1(\theta) / P_1 + \ldots + w_{\theta_l k} c_k(\theta) / P_k$ — элементы вектора $d(\theta)$, соответствующие оцениваемым компонентам вектора θ, а размерность вектора равна числу оцениваемых параметров.

2.5 Связь мощности критериев со способом группирования наблюдений

Очевидно, что группирование наблюдений приводит к потере информации, и эти потери зависят от выбора способа группирования данных. Следуя рекомендациям различных литературных источников, на практике обычно строят интервалы равной длины или, в лучшем случае, интервалы равной вероятности. Потери информации о законе распределения в этих ситуациях различны, различна и способность критериев распознавать близкие гипотезы.

Мерой внутренней близости распределений случайных величин служит фишеровская информация, что связано с мощностью различения между близкими значениями параметра. Так как в любой статистике не больше информации, чем в исходной выборке, то мощность различения с помощью статистики не больше, чем с помощью всей выборки. Следовательно, если нужно выбирать между несколькими статистиками, следует предпочесть ту, для которой потери фишеровской информации минимальны [8].

Предполагают, что конкурирующей гипотезе H_1 соответствует распределение того же типа, что и H_0, но с параметром θ_1. Можно показать, разлагая $P_i(\theta_1)$ в соотношении (3) в ряд Тейлора при малых $\delta\theta = \theta_1 - \theta$ и пренебрегая членами высшего порядка, что

$$\nu \approx N \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[P_i(\theta) + \nabla^{\mathrm{T}} P_i(\theta)\delta\theta - P_i(\theta)\right]^2}{P_i(\theta)} = N \sum_{i=1}^{k} \frac{\delta\theta^{\mathrm{T}} \nabla P_i(\theta) \nabla^{\mathrm{T}} P_i(\theta)\delta\theta}{P_i(\theta)} =$$

$$= N\delta\theta^{\mathrm{T}} \left(\sum_{i=1}^{k} \frac{\nabla P_i(\theta) \nabla^{\mathrm{T}} P_i(\theta)}{P_i(\theta)} \right) \delta\theta = N\delta\theta^{\mathrm{T}} \mathbf{J}_{\Gamma}(\theta)\delta\theta, \quad (16)$$

где

$$\mathbf{J}_{\Gamma}(\theta) = \sum_{i=1}^{k} \frac{\nabla P_i(\theta) \nabla^{\mathrm{T}} P_i(\theta)}{P_i(\theta)}$$

— информационная матрица Фишера по группированным данным. Мощность критерия χ^2 Пирсона представляет собой неубывающую функцию от ν. Матрица потерь информации, вызванных группированием, $\Delta\mathbf{J} = \mathbf{J}(\theta) - \mathbf{J}_{\Gamma}(\theta)$, где $\mathbf{J}(\theta)$ — информационная матрица Фишера по негруппированным наблюдениям, является неотрицательно определенной, и, следовательно, $\delta\theta^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{J}\delta\theta \geq 0$. Так как $\delta\theta^{\mathrm{T}}\mathbf{J}_{\Gamma}(\theta)\delta\theta = \delta\theta^{\mathrm{T}}\mathbf{J}(\theta)\delta\theta - \delta\theta^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{J}\delta\theta$, то очевидно, что с ростом потерь информации падает и мощность критерия при близких конкурирующих гипотезах.

Аналогично с ростом правой части соотношения (7) увеличивается мощность критерия отношения правдоподобия. Действуя как и в предыдущем случае и пренебрегая членами высшего порядка, можно будет иметь

$$\nu \approx 2N \sum_{i=1}^{k} \left(P_i(\theta) + \nabla^{\mathrm{T}} P_i(\theta)\delta\theta \right) \ln\left(1 - \frac{\nabla^{\mathrm{T}} P_i(\theta)\delta\theta}{P_i(\theta)} \right).$$

Далее, раскладывая $\ln(1+x)$ по формуле Тейлора и вновь пренебрегая членами выше 2-го порядка, можно получить

$$\nu \approx 2N \sum_{i=1}^{k} \left(P_i(\theta) + \delta\theta^{\mathrm{T}} \nabla P_i(\theta) \right) \left[\frac{\nabla^{\mathrm{T}} P_i(\theta)\delta\theta}{P_i(\theta)} - \frac{\delta\theta^{\mathrm{T}} \nabla P_i(\theta) \nabla^{\mathrm{T}} P_i(\theta)\delta\theta}{2P_i^2(\theta)} \right] \approx$$

$$\approx 2N \sum_{i=1}^{k} \left(\delta\theta^{\mathrm{T}} \nabla P_i(\theta) + \frac{\delta\theta^{\mathrm{T}} \nabla P_i(\theta) \nabla^{\mathrm{T}} P_i(\theta)\delta\theta}{2P_i(\theta)} \right) = N\delta\theta^{\mathrm{T}} \left[\sum_{i=1}^{k} \frac{\nabla P_i(\theta) \nabla^{\mathrm{T}} P_i(\theta)}{P_i(\theta)} \right] \delta\theta = N\delta\theta^{\mathrm{T}} \mathbf{J}_{\Gamma}(\theta)\delta\theta. \quad (17)$$

Это соотношение аналогично соотношению (16).

Выражение (14) показывает, что свойства критерия, задаваемого статистикой (11), также зависят от потерь информации при группировании.

2.6 Асимптотически оптимальное группирование

На основании соотношений (16), (17) можно утверждать, что чем меньше потери информации, связанные с группированием наблюдений, тем выше мощность соответствующих критериев согласия при близких конкурирующих гипотезах.

Потери от группирования можно уменьшить, решая задачу асимптотически оптимального группирования и подбирая граничные точки так, чтобы $\mathbf{J}_{\Gamma}(\theta)$ стремилась к информационной матрице по негруппированным данным $\mathbf{J}(\theta)$. В случае скалярного параметра эта задача сводится к максимизации количества информации Фишера о параметре по группированной выборке

$$\max_{x_0 < x_1 < \ldots < x_{k-1} < x_k} \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{\partial \ln P_i(\theta)}{\partial\theta} \right)^2 P_i(\theta). \quad (18)$$

А в случае вектора параметров в качестве критериев оптимальности могут быть выбраны различные функционалы от информационной матрицы Фишера. Наиболее естественно максимизировать определитель информационной матрицы, т. е. решать задачу

$$\max_{x_0 < x_1 < \ldots < x_{k-1} < x_k} \det \mathbf{J}_\Gamma(\theta) . \qquad (19)$$

Применяя на практике критерии типа χ^2, наиболее часто используют интервалы равной длины или, в лучшем случае, интервалы равной вероятности. Выбор равновероятного группирования обоснован определенностью этой процедуры разбиения и ее оптимальностью при отсутствии конкретных альтернатив [9]. Однако при использовании и равновероятного и равномерного группирования мощность как критерия χ^2 Пирсона, так и критерия отношения правдоподобия обычно много ниже максимально возможной.

В общем случае информационная матрица Фишера зависит не только от граничных точек x_i, но и от параметров исследуемого распределения. Однако для достаточно широкого ряда распределений при решении задач асимптотически оптимального группирования граничные точки интервалов удается получить в виде, инвариантном относительно параметров распределений, и на их основе формировать таблицы асимптотически оптимального группирования.

Применение асимптотически оптимального группирования в критериях согласия типа χ^2 впервые было предложено в работе [10]. Совокупность таблиц асимптотически оптимального группирования, построенная в результате решения задач (18) и (19) в [11]—[16] для распределений экспоненциального, полунормального, Рэлея, Максвелла, модуля многомерного нормального вектора, Парето, Эрланга, Лапласа, нормального, логарифмически нормальных (ln и lg), Коши, Вейбулла, распределений минимального и максимального значения, двойного показательного, гамма-распределения, представлена в приложении А. Таблицы А.1—А.58 могут быть использованы как при проверке гипотез, так и при оценивании. Полученные таблицы используют в программной системе [17] при проверке согласия по критериям χ^2 Пирсона и отношения правдоподобия, а также при вычислении робастных оценок.

Для многих законов распределений граничные точки интервалов не могут быть выражены в виде, инвариантном относительно параметров распределений, т. е. они остаются функциями этих параметров. Это касается, например, таких законов, как гамма- и бета-распределения [11], [15], экспоненциального семейства распределений. В этом случае формирование таблиц асимтотически оптимального группирования теряет смысл. Однако возможно решение задачи асимптотически оптимального группирования при конкретных значениях параметров в процессе проверки гипотез о согласии, как это реализуется в таких ситуациях в программной системе [17].

Положительный эффект применения асимптотически оптимального группирования на результатах статистического анализа проявляется при малых отклонениях выборки от предположений.

При проверке простых гипотез и использовании асимптотически оптимального группирования критерии χ^2 Пирсона и отношения правдоподобия оказываются мощнее непараметрических критериев Колмогорова, Смирнова, ω^2 и Ω^2 Мизеса против близких конкурирующих гипотез, лучше улавливают малые отклонения от предположений в наблюдаемых данных [18], [19].

2.7 Характер влияния способов группирования и метода оценивания на распределения статистик типа χ^2

Вычисленные по конкретной выборке значения статистик типа χ^2 очень сильно зависят от того, как сгруппированы данные. При выборе интервалов группирования одним способом нулевая гипотеза H_0 о согласии может быть отвергнута, другим — принята. При практическом использовании критериев согласия выбирают либо интервалы равной длины, либо интервалы равной вероятности (равной частоты), либо асимптотически оптимальные интервалы [10], [16]—[20]. Использование интервалов равной вероятности было предложено еще в работе [21]. Разбиение области определения случайной величины (размаха выборки) на интервалы равной длины неоднозначно. Более определенными способами являются равновероятное и асимптотически оптимальное группирование. При асимптотически оптимальном группировании мощность этих критериев для близких альтернатив максимальна [10], [18]—[20].

Для статистики χ^2 Пирсона, вычисляемой в соответствии с формулой (1), при справедливой простой гипотезе H_0 предельное распределение $g(S|H_0)$ есть χ^2_r-распределение с числом степеней свободы $r = k—1$. При сложной гипотезе, если по выборке оценивали m параметров закона, статистика подчиняется χ^2_r-распределению с $r = k—m—1$ степеней свободы. При справедливой альтернативной гипотезе H_1 предельное распределение $g(S|H_1)$ представляет собой нецентральное χ^2_r-распределение с тем же числом степеней свободы и параметром нецентральности, определяемым соотношением (3).

В случае проверки сложных гипотез и оценивании по выборке параметров распределений использование в качестве предельных χ^2_{k-m-1}-распределений справедливо лишь при определении оценок параметров по сгруппированным данным [1].

Все вышеизложенное относится и к критерию отношения правдоподобия, статистика которого определяется формулой (6).

Выбор способа группирования, в том числе равновероятного или асимптотически оптимального, отражается на предельных распределениях статистик $g(S|H_1)$ (при верной конкурирующей гипотезе). При использовании асимптотически оптимального группирования распределения $g(S|H_0)$ и $g(S|H_1)$ максимально «сдвинуты» относительно друг друга [18]—[20]. Это справедливо как при проверке простых, так и при проверке сложных гипотез.

В случае проверки простых гипотез распределения $g(S|H_0)$ статистик критериев χ^2 Пирсона и отношения правдоподобия при любом разумном способе группирования [равновероятном (РВГ), асимптотически оптимальном (АОГ), равной длины] хорошо согласуются с соответствующим χ^2_{k-1}-распределением [22], [23].

При проверке сложных гипотез предельные распределения статистик критериев χ^2 Пирсона и отношения правдоподобия могут зависеть не только от числа оцененных параметров, но и от способа группирования, вида наблюдаемого закона распределения $f(x, \theta)$, метода оценивания и типа оцениваемого параметра.

В частности, при проверке сложных гипотез и использовании ОМП по негруппированным наблюдениям распределения $g(S|H_0)$ статистик данных критериев существенно зависят от способа группирования.

В работах [22], [23] методами статистического моделирования были проведены исследования законов распределения статистик типа χ^2 при простых и различных сложных гипотезах, при справедливости гипотезы H_0 и справедливости конкурирующей гипотезы H_1, при равновероятном и асимптотически оптимальном группировании.

Например, на рисунках 4—7 сопоставлены полученные в результате моделирования эмпирические распределения статистик (при вычислении ОМП по негруппированным наблюдениям) с соответствующими χ^2_{k-m-1}-распределениями. Цифрой «1» на указанных рисунках отмечено распределение статистики при асимптотически оптимальном группировании, «2» — при равновероятном группировании. На рисунках 4—6 в качестве примера представлены распределения статистики S_{χ^2} при справедливой гипотезе H_0 для пяти интервалов группирования и оценивании по негруппированным данным параметров закона.

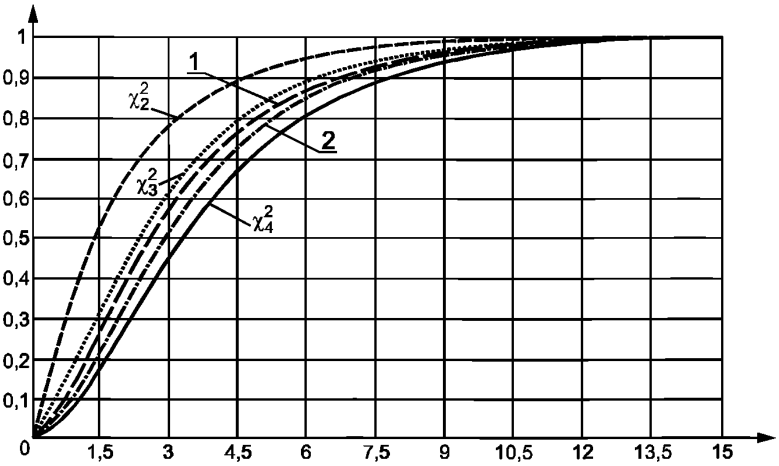

Рисунок 4 — Распределение статистики S_{χ^2} при пяти интервалах группирования и оценивании масштабного параметра нормального распределения

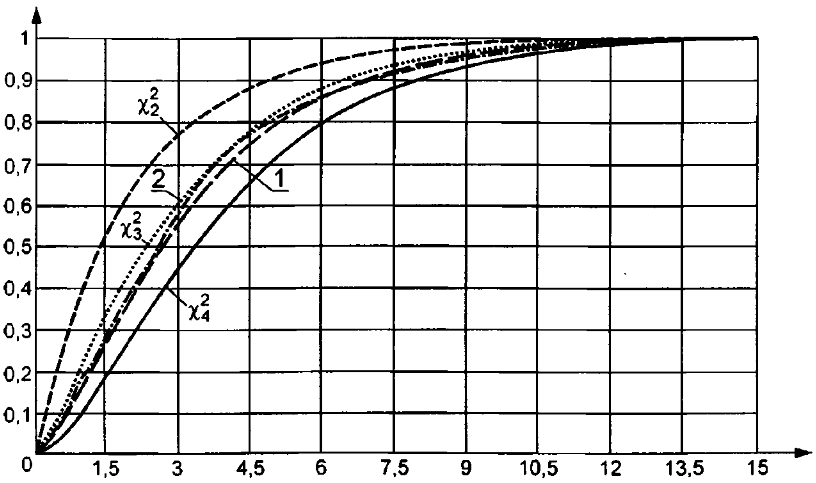

Рисунок 5 — Распределение статистики S_{χ^2} при пяти интервалах группирования и оценивании параметра сдвига нормального распределения

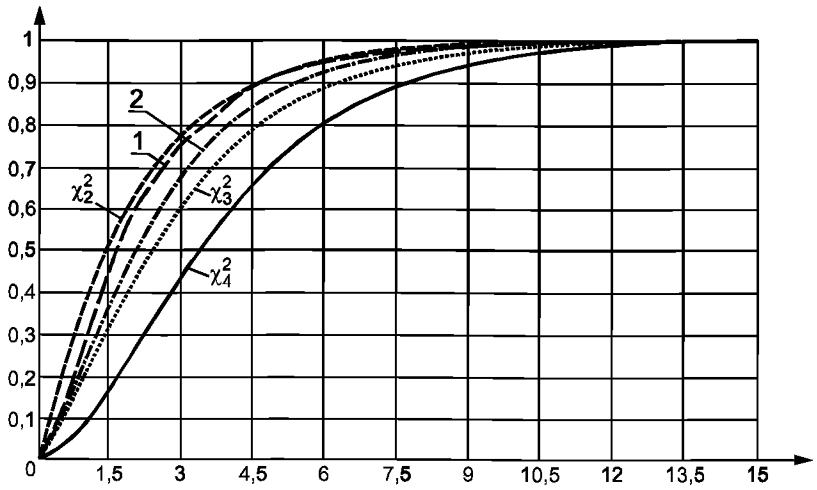

Рисунок 6 — Распределение статистики S_{χ^2} при пяти интервалах группирования и оценивании двух параметров нормального распределения

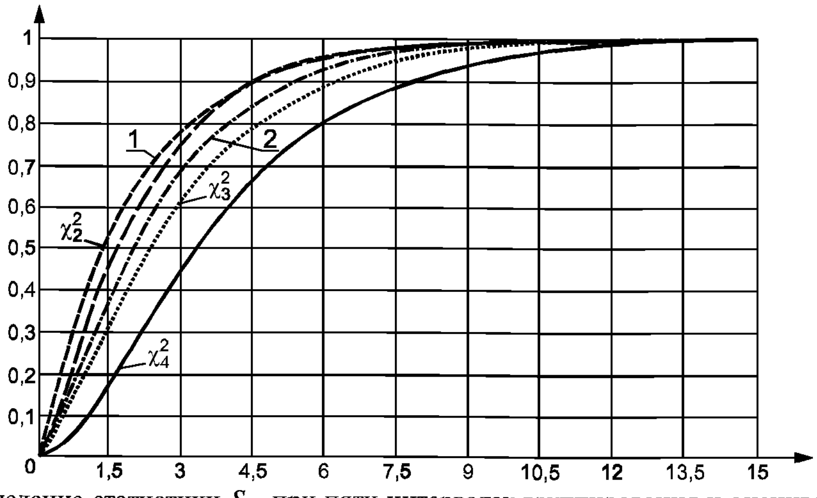

Рисунок 7 — Распределение статистики $S_{оп}$ при пяти интервалах группирования и оценивании двух параметров нормального распределения

Для сравнения на рисунке 7 представлены распределения статистики $S_{оп}$ при пяти интервалах группирования и оценивании обоих параметров нормального распределения при асимптотически оптимальном и равновероятном группировании.

Результаты моделирования и анализа показали [22], [23], что распределения статистик критериев χ^2 Пирсона и отношения правдоподобия при проверке сложных гипотез и вычислении оценок по негруппированным данным существенно различаются при разных способах группирования. При этом эмпирический закон распределения статистики при асимптотически оптимальном группировании ближе к χ^2_{k-m-1}-распределению, чем при равновероятном группировании. Более того, распределения статистик зависят не только от числа оцененных по выборке параметров, но и от того, какой параметр оценивали. Например, оценивание параметра сдвига приводит к более значительному изменению распределения статистики, чем оценивание масштабного параметра. Распределения статистик зависят и от вида наблюдаемого закона. Но эта зависимость не проявляется так резко, как в случае применения для проверки сложных гипотез непараметрических критериев, например типа Колмогорова.

Эмпирические распределения статистики отношения правдоподобия оказываются ближе к χ^2_{k-m-1}-распределению, чем соответствующие эмпирические распределения статистики χ^2 Пирсона.

χ^2_r -распределение с числом степеней свободы r является частным случаем гамма-распределения с основным параметром, равным $r/2$, и с масштабным — 0,5. Оценивание одного из параметров учитывается уменьшением числа степеней свободы на 1. Так, если измерять изменение предельного закона «в степенях свободы», то оказывается, что оценивание по негруппированным наблюдениям даже параметра сдвига обычно приводит к изменению «числа степеней» на значение, меньшее 1, еще к меньшему изменению в степенях свободы приводит оценивание масштабного параметра. При оценивании по негруппированным наблюдениям двух параметров закона различие между χ^2_r-распределением и действительным распределением статистики еще более значимо. Таким образом, при вычислении оценок параметров по негруппированным наблюдениям использование в критериях согласия χ^2_{k-m-1}-распределения чревато занижением вероятности вида $P\{S>S^*\}$ и определенным риском отвергнуть верную гипотезу H_0. Занижение $P\{S>S^*\}$ более существенно при малом числе интервалов группирования. В целом этот риск существенно меньше в случае применения асимптотически оптимального группирования.

Полученные в результате моделирования эмпирические законы распределения статистик рассматриваемых критериев практически всегда с достаточно высокой точностью описываются гамма-распределением.

Использование в критериях согласия χ^2_{k-m-1}-распределения для вычисления вероятности вида $P\{S>S^*\}$ связано с риском отвергнуть верную гипотезу H_0. В случае применения асимптотически оптимального группирования этот риск существенно меньше. В качестве примера в таблице 1 приведены значения вероятностей $P\{S>S^*\}$ для различных значений статистики S^*, вычисленные по χ^2_4-распределению в соответствии с «действительными» распределениями статистик при семи интервалах группирования и оценивании двух параметров нормального распределения. Эти данные вместе с другими результатами позволяют судить о том, что в случае применения асимптотически оптимального группирования и использования χ^2_{k-m-1}-распределения ошибки при вычислении вероятности $P\{S>S^*\}$ практически незначимы.

Таблица 1 — Значения вероятностей вида $P\{S>S^*\}$

Значение S^*	χ_4^2-распределение	Распределение статистики $S_{оп}$		Распределение статистики S_{χ^2}	
		При АОГ	При РВГ	При АОГ	При РВГ
3	0,5578	0,5876	0,6293	0,5914	0,6304
4	0,4060	0,4303	0,4700	0,4356	0,4716
5	0,2873	0,3049	0,3384	0,3108	0,3403
6	0,1991	0,2108	0,2370	0,2165	0,2389
7	0,1359	0,1430	0,1626	0,1481	0,1643
8	0,0916	0,0956	0,1096	0,0999	0,1111
9	0,0611	0,0632	0,0729	0,0666	0,0741
10	0,0404	0,0413	0,0480	0,0440	0,0489
11	0,0266	0,0268	0,0313	0,0288	0,0320
12	0,0173	0,0173	0,0202	0,0187	0,0207
13	0,0113	0,0110	0,0130	0,0120	0,0133

Исследование распределений статистик при вычислении ОМП по негруппированным данным и дальнейшем увеличении числа интервалов показало возрастающую близость распределений статистик к χ^2_{k-m-1}-распределениям. Следовательно, при использовании χ^2_{k-m-1}-распределения для вычисления вероятностей вида $P\{S>S^*\}$ с ростом числа интервалов (при достаточном объеме выборки) ошибки будут снижаться.

Как отражается способ группирования на предельных распределениях статистики S_{χ^2} при справедливости альтернативной гипотезы H_1 показано на рисунках 8, 9, где приведены полученные в результате моделирования функции распределения $G(S|H_1)$ при использовании асимптотически оптимального (АОГ) и равновероятного (РВГ) группирования, когда гипотеза H_0 соответствует нормальному закону распределения, а гипотеза H_1 — логистическому. Эти два закона достаточно близки и трудноразличимы с помощью критериев согласия. На рисунке 8 приведены эмпирические распределения статистики при простой гипотезе H_0, а на рисунке 9 — при сложной. Число интервалов группирования — 7. Из рисунков 8, 9 видно, насколько выше мощность критерия при асимптотически оптимальном группировании по сравнению равновероятным.

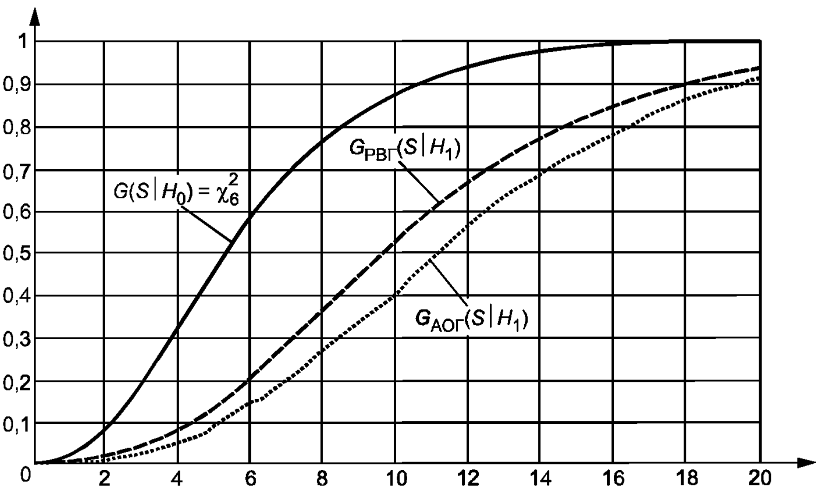

Рисунок 8 — Распределение статистики S_{χ^2} при проверке простой гипотезы H_0

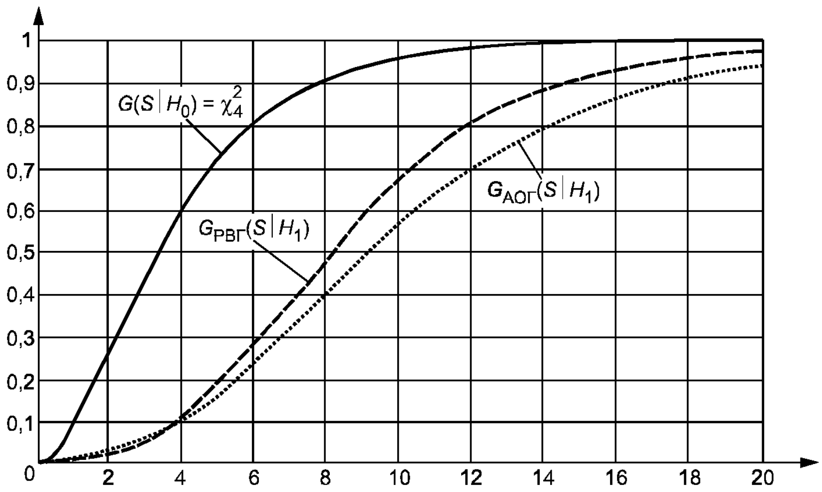

Рисунок 9 — Распределение статистики S_{χ^2} при проверке сложной гипотезы H_0

Распределения $G(S|H_0)$ и $G(S|H_1)$ статистики $Y_N^2(\theta)$, определяемой соотношением (11) при использовании оценок максимального правдоподобия параметров по негруппированным данным, несущественно зависят от способа группирования. Исследование этих распределений методами статистического моделирования показало хорошее согласие $G(S|H_0)$ с χ_{k-1}^2-распределениями и при равновероятном и при асимптотически оптимальном группировании. При выборе различных способов группирования нет большой разницы между соответствующими распределениями статистики $G(S|H_1)$. При этом критерий оказывается несколько мощнее в случае равновероятного группирования.

Таким образом, по поводу распределений статистик критериев типа χ^2 можно сделать следующие выводы.

Если по наблюдаемой выборке не оценивали параметры закона (простая гипотеза), то распределения статистик типа χ^2 при справедливой гипотезе H_0 подчиняются χ_{k-1}^2-распределениям как при равновероятном, так и при асимптотически оптимальном группировании. Различия между распределениями статистик при равновероятном и асимптотически оптимальном группировании заметны, но незначимы. Распределения статистик при равновероятном группировании в целом оказываются ближе к χ_{k-1}^2-распределению.

В условиях, когда оценки параметров определяют по негруппированным наблюдениям, распределения этих статистик хорошо описываются гамма-распределениями. При этом:

а) Распределения статистик критериев отношения правдоподобия и χ^2 Пирсона существенно зависят от способа группирования, особенно при малом числе интервалов.

б) Распределения статистик зависят не только от числа оцененных по выборке параметров, но и от того, какой параметр оценивали. В частности, оценивание параметра сдвига приводит к более значительному изменению распределений статистик, чем оценивание масштабного параметра. Картина аналогична той, что наблюдается для распределений статистик типа Колмогорова, Смирнова и ω^2 Мизеса при проверке сложных гипотез [24].

в) Эмпирические распределения статистики отношения правдоподобия оказываются ближе к предельному теоретическому χ_{k-m-1}^2-распределению, чем соответствующие эмпирические распределения статистики χ^2 Пирсона.

г) В целом, при малом числе интервалов и оценивании m параметров число степеней свободы предельного распределения уменьшается на «число степеней свободы», меньшее m. При этом эмпирический закон распределения статистики при асимптотически оптимальном группировании ближе к теоретическому χ^2_{k-m-1}-распределению, чем при равновероятном группировании.

д) С ростом числа интервалов k разность между функцией распределения χ^2_{k-m-1} и действительными функциями распределения статистик отношения правдоподобия и χ^2 Пирсона в случае асимптотически оптимального группирования убывает существенно быстрее.

е) Анализ показал, что при использовании для вычисления вероятностей $P\{S>S^*\}$ функции распределения χ^2_{k-m-1} при асимптотически оптимальном группировании и малом числе интервалов ($k<10$) при малых значениях $P\{S>S^*\}$ (именно при малых вероятностях принимают решение отклонить гипотезу H_0 или нет) погрешность имеет значения, которые несущественны для практических задач. То есть в этом случае, используя χ^2_{k-m-1}-распределение, не совершают большой ошибки. В то же время ошибка в определении критического значения S_α может быть достаточно большой. Поэтому целесообразно принимать решение по достигнутому уровню значимости — значению вероятности $P\{S>S^*\}$.

ж) С ростом числа интервалов (при соответствующем объеме выборки) отличие распределений статистик S_{χ^2} и $S_{\text{оп}}$ от распределений χ^2_{k-m-1} и при асимптотически оптимальном и при равновероятном группировании становится несущественным.

При справедливости конкурирующей гипотезы H_1 распределения статистик χ^2 и отношения правдоподобия при простых и сложных гипотезах сильно зависят от способа группирования.

Разность $G(S|H_0) - G(S|H_1)$ для этих статистик при близких альтернативах в случае использования асимптотически оптимального группирования максимальна, следовательно, максимальна мощность критерия.

Распределения $G(S|H_1)$ статистики Никулина от выбранного способа группирования зависят несущественно.

2.8 Выбор числа интервалов

Число интервалов группирования, используемое при вычислении оценок параметров, построении гистограмм, вычислении статистик типа отношения правдоподобия или χ^2 Пирсона, колеблется в очень широких пределах. Большинство рекомендуемых формул для оценки числа интервалов k носит эмпирический характер и обычно дает завышенные значения.

Определение числа интервалов связано с объемом выборки. Целый ряд рекомендаций из различных источников по выбору числа интервалов k дан в [25].

При выборе интервалов равной длины определяющим является требование, чтобы число наблюдений, попавших в интервалы, было не слишком малым и сравнимым. Такое требование выдвигают в связи с опасением, что в противном случае распределение статистики типа χ^2 не будет являться χ^2_r-распределением. При этом наиболее часто рекомендуют, чтобы число наблюдений, попавших в интервал, было не менее 10. В [26] отмечено, что на практике допустимо, чтобы число наблюдений в крайних интервалах было менее пяти. В работах [21], [27], посвященных изучению мощности критерия χ^2 Пирсона, в случае унимодального распределения допускается уменьшение ожидаемых частот попадания наблюдений для одного или двух интервалов до 1 и даже ниже. Статистическое моделирование подтверждает, что и в такой ситуации распределения статистик типа χ^2 хорошо согласуются с соответствующими χ^2_r-распределениями.

Во многих источниках, например в [28], можно найти упоминание эвристической формулы Старджесса для определения «оптимального» числа интервалов

$$k = \log_2 N + 1 = 3{,}3\lg N + 1.$$

В [29] для определения «оптимального» числа интервалов рекомендуют формулу Брукса и Каррузера

$$k = 5\lg N.$$

В [30] рекомендуют соотношение

$$k = \sqrt{N}\,.$$

В [27] для равновероятных интервалов их число устанавливают порядка

$$k \approx 4\sqrt[5]{2}(N / t)^{0,4},$$

где t — квантиль стандартного нормального распределения для заданного уровня значимости. В ряде работ приводят модификации данной формулы. В [31] предлагают значение

$$k = 4\lg N,$$

а в [32] — дальнейшее развитие этого соотношения

$$k = 5\lg N - 5.$$

В исследовании [33] получено соотношение

$$k = \frac{4}{\kappa}\lg\frac{N}{10},$$

где κ — значение контрэксцесса ($\kappa = 1 / \sqrt{\mu_4 / \sigma^4}$, μ_4 — четвертый центральный момент случайной величины; σ — стандартное отклонение).

При больших объемах выборок N разброс значений k, задаваемых различными формулами, достаточно велик. Поэтому на практике при выборе числа интервалов больше руководствуются тем, чтобы в интервалы попадало число наблюдений не менее 5—10. Так, например, в рекомендациях ВНИИМ им. Д. И. Менделеева [34] в зависимости от N предлагают следующие значения k:

N	k
40—100	7—9
100—500	8—12
500—1000	10—16
1000—10000	12—22.

Все вышеперечисленные рекомендации опирались на предположение, что k следует выбирать таким образом, чтобы вид гистограммы был как можно ближе к плавной кривой плотности распределения генеральной совокупности. В [35] показано, что уклонение гистограммы от плотности распределения в лучшем случае имеет порядок $1 / \sqrt[3]{N}$, достигаемый при числе интервалов k порядка $\sqrt[3]{N}$.

Очевидно, что «оптимальное» значение k зависит не только от объема выборки, но и от вида закона распределения и от способа группирования.

При асимптотически оптимальном группировании относительно скалярного параметра при 10, 11 интервалах в группированной выборке сохраняется около 98 % информации, при оптимальном группировании относительно вектора параметров (два параметра) для 15 интервалов — около 95 %. Дальнейшее увеличение числа интервалов существенного значения не имеет.

Конкретное число интервалов при асимптотически оптимальном группировании выбирают, исходя из следующих соображений. При оптимальном группировании вероятности попадания в интервалы в общем случае не равны. Обычно минимальны вероятности попадания в крайние интервалы. Поэтому k желательно выбирать из условия $NP_i(\theta) \geq 5—10$ для любого интервала при оптимальном группировании. По крайней мере, минимальная ожидаемая частота должна быть больше 1. В случае использования равновероятного группирования порядок k должен быть примерно таким же, как и при асимптотически оптимальном группировании.

Большинство рекомендаций по выбору числа интервалов, в частности по выбору числа интервалов в случае асимптотически оптимального группирования, исходят из того, чтобы при данном N как можно лучше приблизить плотность распределения ее непараметрической оценкой (гистограммой). Исключение составляют рекомендации в [21], [27], где к выбору числа интервалов k подходят с позиций мощности критерия согласия.

Известно [36], [37], что при заданном объеме выборки, заданных конкурирующих гипотезах H_0 и H_1, выбранном способе группирования и фиксированном уровне значимости α с ростом числа интервалов k мощность критериев χ^2 Пирсона и отношения правдоподобия падает. Очевидно, что выбор оптимального числа интервалов должен быть основан на необходимости построения критерия, обладающего наибольшей мощностью при близких конкурирующих гипотезах.

Об изменении мощности критерия χ^2 Пирсона с ростом числа интервалов при проверке простой гипотезы можно судить по рисунку 10. Через X_N^2 обозначена статистика, вычисляемая в соответствии с формулой (1). На рисунке 10 представлены полученные экспериментально распределения статистики $G^k(X_N^2|H_0)$ и $G^k(X_N^2|H_1)$ при числе интервалов $k = 7$; 10; 15; 20 и объеме выборки $N = 500$, когда гипотеза H_0 соответствует нормальному закону, а H_1 — логистическому (два очень близких закона). Для $k = 7$ на рисунке 10 приведены распределения при равновероятном $G^7_{\text{РВГ}}(X_N^2|H_1)$ и асимптотически оптимальном $G^7_{\text{АОГ}}(X_N^2|H_1)$ группировании. Ордината нижнего конца соответствующей вертикальной черты определяет значение β (вероятность ошибки 2-го рода) при уровне значимости $\alpha = 0{,}1$ для соответствующего числа интервалов. Мощность равна 1—β. Как видно, в полном соответствии с результатами работ [36], [37] при увеличении числа интервалов мощность критерия падает.

Примечание — $G^k(X_N^2|H_0)$ — это распределение, соответствующее χ^2_{k-1}.

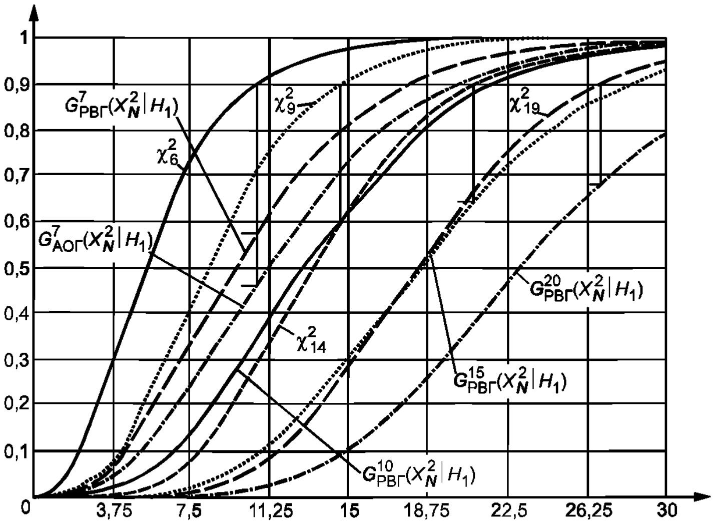

Рисунок 10 — Распределения статистики X_N^2 при проверке простой гипотезы (H_0 — нормальный закон, H_1 — логистический закон, $k = 7$; 10; 15; 20)

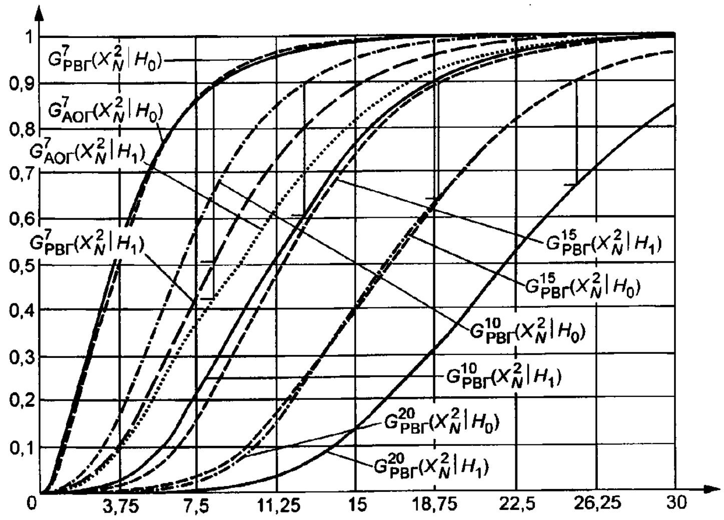

Рисунок 11 — Распределения статистики X_N^2 при проверке сложной гипотезы (H_0 — нормальный закон, H_1 — логистический закон, $k = 7$; 10; 15; 20)

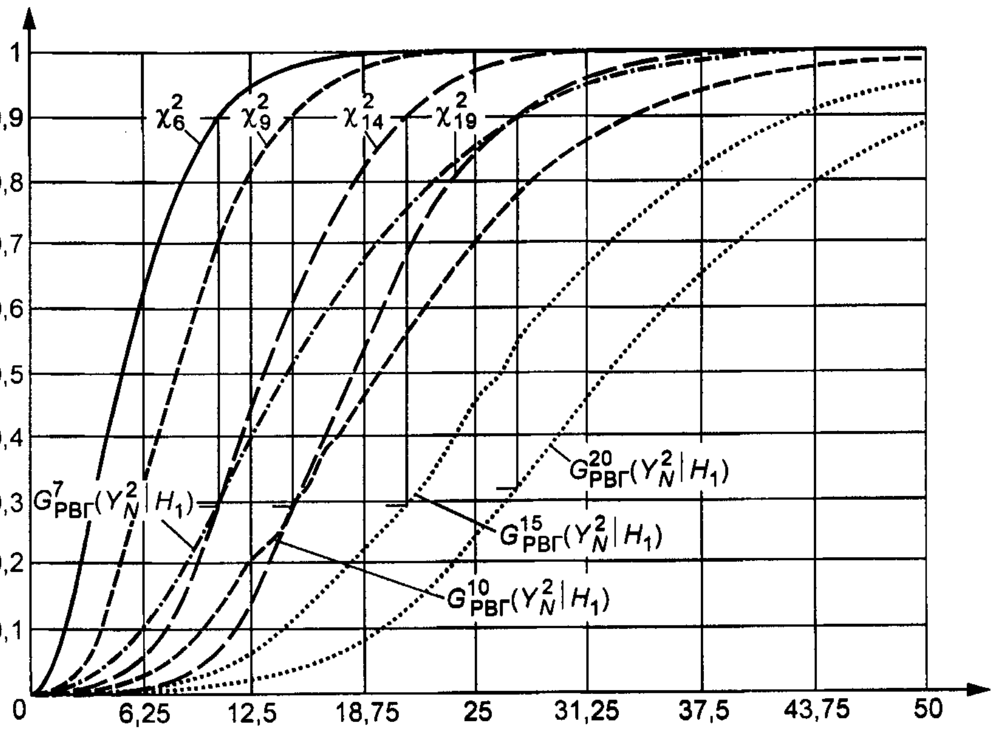

Рисунок 12 — Распределения статистики Y_N^2 при проверке сложной гипотезы (H_0 — нормальный закон, H_1 — логистический закон, k = 7; 10; 15; 20)

Аналогичные изменения мощности критерия для статистики X_N^2 в зависимости от числа интервалов при проверке сложной гипотезы иллюстрирует рисунок 11. Здесь также с ростом k мощность критерия падает.

Мощность критерия Никулина с использованием статистики Y_N^2 с ростом k уменьшается существенно медленней (рисунок 12), и она выше, чем мощность критерия χ^2 Пирсона.

Таблица 2 — Мощность критериев χ^2 Пирсона и типа χ^2 Никулина при уровне значимости $\alpha = 0,1$ (H_0 — нормальный закон, H_1 — логистический закон)

k	В случае простой гипотезы		В случае сложной гипотезы			
	Для статистики $X_N^2 = Y_N^2$		Для статистики X_N^2		Для статистики Y_N^2	
	По результатам моделирования	Теоретическая	По результатам моделирования (при использовании ОМП)	Теоретическая (при использовании оценок min X_N^2)	По результатам моделирования	Теоретическая
1	2	3	4	5	6	7
6	0,46	0,449	0,53	0,526	0,70	0,739
7	0,43	0,427	0,49	0,488	0,71	0,750
8	0,42	0,409	0,45	0,459	0,71	0,755
9	0,38	0,395	0,43	0,436	0,71	0,756
10	0,38	0,383	0,43	0,418	0,71	0,756
11	0,37	0,373	0,41	0,403	0,71	0,754
12	0,35	0,364	0,41	0,391	0,70	0,752
13	0,35	0,357	0,38	0,381	0,70	0,749
14	0,34	0,351	0,38	0,373	0,69	0,746
15	0,33	0,345	0,38	0,365	0,69	0,742
16	0,33	0,340	0,38	0,359	0,69	0,738
17	0,32	0,336	0,37	0,353	0,69	0,734
18	0,32	0,332	0,37	0,348	0,69	0,730

Окончание таблицы 2

k	В случае простой гипотезы		В случае сложной гипотезы			
	Для статистики $X_N^2 = Y_N^2$		Для статистики X_N^2		Для статистики Y_N^2	
	По результатм моделирования	Теоретическая	По результатам моделирования (при использовании ОМП)	Теоретическая (при использовании оценок $\min X_N^2$)	По результатам моделирования	Теоретическая
1	2	3	4	5	6	7
19	0,32	0,328	0,35	0,343	0,68	0,726
20	0,31	0,325	0,35	0,339	0,68	0,722
21	0,31	0,322	0,34	0,335	0,67	0,718
22	0,31	0,319	0,34	0,331	0,67	0,714
23	0,31	0,317	0,34	0,328	0,66	0,710
24	0,30	0,314	0,34	0,325	0,66	0,707
25	0,30	0,312	0,34	0,322	0,66	0,703
26	0,30	0,310	0,33	0,320	0,65	0,699
27	0,30	0,308	0,33	0,317	0,65	0,695
28	0,30	0,306	0,32	0,315	0,65	0,692
29	0,30	0,304	0,32	0,313	0,65	0,688
30	0,30	0,302	0,32	0,310	0,65	0,684

В таблице 2 представлены значения мощности критериев χ^2 Пирсона и типа χ^2 Никулина при рассматриваемой паре альтернатив (H_0 — нормальный закон, H_1 — логистический закон) при различном числе интервалов k в случае простых и сложных гипотез. В колонке 2 приведены значения мощности критерия χ^2 Пирсона при проверке простой гипотезы, полученные по результатам моделирования (экспериментально). В колонке 3 приведены теоретические значения мощности, вычисленные при условии, что $G(X_N^2|H_0)$ представляет собой χ_{k-1}^2-распределение, а $G(X_N^2|H_1)$ — соответствующее нецентральное распределение. Колонка 4 содержит значения мощности критерия χ^2 Пирсона при проверке сложной гипотезы, полученные по результатам моделирования при использовании ОМП по негруппированным наблюдениям. В колонке 5 приведены теоретические значения мощности критерия χ^2 Пирсона при проверке сложной гипотезы, вычисленные при условии, что $G(X_N^2|H_0)$ представляет собой χ_{k-3}^2-распределение (оценки параметров вычисляют при минимизации статистики X_N^2), а $G(X_N^2|H_1)$ — соответствующее нецентральное распределение. В колонке 6 приведены значения мощности критерия Никулина, полученные в результате моделирования распределений статистики Y_N^2, а в колонке 7 — расчетные значения мощности этой статистики при рассматриваемой паре гипотез H_0 и H_1.

В таблице 2 приведены значения мощности критериев для k от 6 до 30. Проследив изменение мощности критериев при $k<6$, можно убедиться, что, если мощность критерия χ^2 Пирсона с уменьшением числа интервалов продолжает возрастать, то мощность критерия Никулина со статистикой Y_N^2 при $k \le 6$ начинает падать. Это свидетельствует о том, что для критерия Никулина существует оптимальное число интервалов, при котором его мощность максимальна.

В [38] мощность критериев типа χ^2 в зависимости от выбираемого числа интервалов k была исследована при различных проверяемых гипотезах H_0 и различных альтернативах H_1 при различных объемах выборок. Значение мощности для критериев типа χ^2 может быть вычислено в соответствии с формулой [39]

$$1 - \beta = P(\nu|r,\ \alpha) = e^{-\nu/2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\nu^j}{j!\,2^{2j-1+r/2}\Gamma(j + r / 2)} \times \int\limits_{\sqrt{\chi^2_{r,\,\alpha}}}^{\infty} y^{2j-1+r} e^{-y^2/2} dy\ , \qquad (20)$$

где ν — параметр нецентральности, определяемый формулами (3), (7) или (15); $\chi^2_{r,\alpha}$ — представляет собой (1—α)-процентную точку χ^2_r-распределения с r степенями свободы (α— заданная вероятность ошибки 1-го рода, β — вероятность ошибки 2-го рода). Максимальную мощность критерии χ^2 Пирсона и отношения правдоподобия зачастую имеют или при минимально возможном числе интервалов, определяемом условием $r = k - m - 1 \geq 1$, или при оптимальном числе интервалов, близком к минимально возможному. Оптимальное число интервалов для критерия Никулина обычно больше, чем для критериев χ^2 Пирсона и отношения правдоподобия, и не превышает значения $\sqrt[3]{N}$.

Таким образом, выбирая число интервалов в критериях типа χ^2, следует осознавать, что его увеличение не приводит к росту мощности критерия. Рекомендуется выбирать число интервалов k так, чтобы для любого интервала при оптимальном группировании выполнялось условие $NP_i(\theta) \geq 5 \div 10$. По крайней мере, минимальная ожидаемая частота должна быть больше 1. При этом следует опираться на соответствующую таблицу асимптотически оптимального группирования из приложения А. Указания на соответствующую таблицу асимптотически оптимального группирования даны в таблице 3. Снизу значение k ограничено условием $k \geq m + 2$.

Если заданы конкретная альтернатива и объем выборки N, можно выбрать оптимальное число k так, чтобы максимизировать соотношение (20).

2.9 Рекомендации по использованию асимптотически оптимального группирования в критериях согласия

Применяя критерии согласия типа χ^2, можно по-разному разбивать область определения случайной величины на интервалы: равной длины, равных вероятностей или асимптотически оптимальные.

Использование асимптотически оптимальных интервалов обеспечивает максимальную мощность используемого критерия, снижает риск принятия неверной нулевой гипотезы H_0.

Если гипотеза H_0 справедлива или, наоборот, совершенно не соответствует характеру выборки, то выводы по критериям согласия при равновероятном, равноотстоящем и асимптотически оптимальном группировании обычно оказываются очень близкими по вычисляемому значению вероятности $P\{S>S^*\}>\alpha$. Гипотезу H_0 при любом группировании однозначно принимают или однозначно отвергают.

В случае равновероятного и равноотстоящего группирования наличие в выборке малых отклонений от предположений (от гипотезы H_0) критерий не распознает. В случае асимптотически оптимального группирования эти отклонения будут заметны, что в принципе снижает риск принятия неверной нулевой гипотезы H_0.

Применяя критерии согласия типа χ^2, необязательно использовать только асимптотически оптимальное группирование наблюдений. Можно использовать и равновероятное группирование, и разбиение на интервалы равной длины. Но тогда следует помнить, что в этом случае критерии типа χ^2 будут хуже различать близкие гипотезы (близкие альтернативы).

В приложении А приведены таблицы асимптотически оптимального группирования (АОГ) для ряда распределений. Представлены таблицы двух видов. В таблицах 1-го вида содержатся граничные точки, инвариантные относительно параметров распределения, в таблицах 2-го вида — вероятности попадания в соответствующие интервалы.

Порядок использования асимптотически оптимального группирования в связи с конкретным законом распределения определяется таблицей 3. В ней отражены функция плотности закона распределения, количество информации Фишера о соответствующем параметре по группированным и негруппированным данным, указаны номера таблиц в приложении А, в которых содержатся оптимальные для данной ситуации граничные точки в виде $t_i = \varphi(x_i, \theta)$, инвариантном относительно θ, и соответствующие значения вероятностей P_i попадания наблюдений в i-й интервал.

Для тех законов распределения, для которых решение задачи асимптотически оптимального группирования нельзя получить в виде, инвариантном относительно параметров распределений, например для распределений типа Накагами, бета-, и таблицы асимптотически оптимального группирования отсутствуют, в соответствующих колонках таблицы 3 стоят прочерки (тире). В таких случаях для того, чтобы применить асимптотически оптимальное группирование, можно рекомендовать решение задач асимптотически оптимального группирования вида (18), (19) в процессе проверки согласия при определенных значениях параметров, используя содержащиеся в таблице 3 выражения для элементов информационной матрицы Фишера по группированным данным.

Т а б л и ц а 3 — Функции плотности распределений, элементы информационных матриц Фишера по группированным и негруппированным наблюдениям, соответствующие таблицы асимптотически оптимального группирования

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям: группированным	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям: негруппированным	Номер таблицы АОГ: t_i	Номер таблицы АОГ: P_i
1 Экспоненциальное $f(x) = \theta_0 e^{-\theta_0(x-\theta_1)}$, $x \in (\theta_1, \infty)$, $t_i = \theta_0(x_i - \theta_1)$	θ_0	$\frac{1}{\theta_0^2}\sum\limits_{i=1}^{k}\frac{(t_i e^{-t_i} - t_{i-1}e^{-t_{i-1}})^2}{e^{-t_{i-1}} - e^{-t_i}}$	$\frac{1}{\theta_0^2}$	А.1	А.2
2 Полунормальное $\frac{2}{\theta_0\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\theta_1)^2/2\theta_0^2}$, $x \in (\theta_1, \infty)$, $t_i = (x_i - \theta_1)/\theta_0$	θ_0	$\frac{2}{\theta_0^2}\sum\limits_{i=1}^{k}\frac{(t_{i-1}e^{-t_{i-1}^2/2} - t_i e^{-t_i^2/2})^2}{\pi\left\{\Phi_0(t_i) - \Phi_0(t_{i-1})\right\}}$, $\Phi_0(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^t e^{-t^2/2}dt$	$\frac{2}{\theta_0^2}$	А.6	А.7
3 Рэлея $f(x) = \frac{(x-\theta_1)}{\theta_0^2} e^{-(x-\theta_1)^2/2\theta_0^2}$ $x \in (\theta_1, \infty)$, $t_i = (x_i - \theta_1)/\theta_0$	θ_0	$\frac{1}{\theta_0^2}\sum\limits_{i=1}^{k}\frac{(t_{i-1}^2 e^{-t_{i-1}^2/2} - t_i^2 e^{-t_i^2/2})^2}{e^{-t_{i-1}^2/2} - e^{-t_i^2/2}}$	$\frac{4}{\theta_0^2}$	А.3	А.2
4 Максвелла $f(x) = \frac{2(x-\theta_1)^2}{\theta_0^3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\theta_1)^2}{2\theta_0^2}}$ $x \in (\theta_1, \infty)$, $t_i = (x_i - \theta_1)/\theta_0$	θ_0	$\frac{4}{\theta_0^2}\sum\limits_{i=1}^{k}\frac{\left[t_{i-1}^3\varphi(t_{i-1}) - t_i^3\varphi(t_i)\right]^2}{\Phi_0(t_i) - 2t_i\varphi(t_i) - \Phi_0(t_{i-1}) + 2t_{i-1}\varphi(t_{i-1})}$	$\frac{6}{\theta_0^2}$	А.4	А.5

Продолжение таблицы 3

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям: группированным	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям: негруппированным	Номер таблицы АОГ: t_i	Номер таблицы АОГ: P_i
5 Модуля нормального вектора $\frac{2(x-\theta_1)^{m-1}}{(2\theta_0^2)^{m/2}\Gamma(m/2)} e^{-(x-\theta_1)^2/2\theta_0^2}$ $x \in (\theta_1,\ \infty)$, $t_i = (x_i - \theta_1)/\theta_0$, $\xi = 2^{m/2-1}\Gamma(m/2)$	θ_0	$\frac{1}{\theta_0^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(t_{i-1}^m e^{-t_{i-1}^2/2} - t_i^m e^{-t_i^2/2}\right)^2}{\xi^2\left[F(t_i) - F(t_{i-1})\right]}$, при четном m $F(t) = 1 - e^{-t^2/2}\left(1 + \frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{8} + \ldots + \frac{t^{m-2}}{2^{m/2-1}\Gamma(m/2)}\right)$ при нечетном — $F(t) = \Phi_0(t) - e^{-t^2/2}\left(\frac{t}{2^{1/2}\Gamma(3/2)} + \frac{t^3}{2^{3/2}\Gamma(5/2)} + \ldots + \frac{t^{m-2}}{2^{m/2-1}\Gamma(m/2)}\right)$	$\frac{2m}{\theta_0^2}$ $m = 4$ $m = 5$ $m = 6$ $m = 7$ $m = 8$ $m = 9$	 A.8 A.10 A.12 A.14 A.16 A.18	 A.9 A.11 A.13 A.15 A.17 A.19
6 Парето $\theta_0\theta_1^{\theta_0}x^{-\theta_0-1}$, $x \in (\theta_1,\ \infty)$, $t_i = (x_i/\theta_1)^{-\theta_0}$	θ_0	$\frac{1}{\theta_0^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(t_{i-1}\ln t_{i-1} - t_i \ln t_i\right)^2}{t_{i-1} - t_i}$	$\frac{1}{\theta_0^2}$	A.1	A.2
7 Эрланга порядка m $\frac{\theta_1^m}{\Gamma(m)}(x-\theta_2)^{m-1}e^{-\theta_1(x-\theta_2)}$ $x \in (\theta_2,\ \infty)$, $t_i = \theta_1(x_i - \theta_2)$	θ_1	$\frac{1}{\theta_1^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{(t_i^m e^{-t_i} - t_{i-1}^m e^{-t_{i-1}})^2}{\Gamma(m)\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{m-1}e^{-t}dt}$	$\frac{m}{\theta_1^2}$	A.54	—

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям: группированным	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям: негруппированным	Номер таблицы АОГ: t_i	Номер таблицы АОГ: P_i
8 Лапласа $\frac{\theta_0}{2} e^{-\theta_0 \lvert x-\theta_1 \rvert}$, $x \in (-\infty, \infty)$, $t_i = \theta_0 (x_i - \theta_1)$	θ_0	$\sum_{i=1}^{k} \left(\frac{dP_i(\theta)}{d\theta_0} \right)^2 / P_i(\theta)$, $P_i(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{2}(e^{t_i} - e^{t_{i-1}}), & t_i < 0; \\ \frac{1}{2}(e^{-t_{i-1}} - e^{-t_i}), & t_{i-1} > 0; \\ 1 - \frac{1}{2}(e^{-t_i} + e^{t_{i-1}}), & t_{i-1} < 0 < t_i \end{cases}$	$\frac{1}{\theta_0^2}$	А.46 А.47	А.48 А.49
9 Нормальное $\frac{1}{\theta_1\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\theta_0)^2}{2\theta_1^2}}$, $x \in (-\infty, \infty)$, $t_i = \frac{x_i - \theta_0}{\theta_1}$	θ_0	$\frac{1}{\theta_1^2} \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[\varphi(t_{i-1}) - \varphi(t_i)\right]^2}{\Phi(t_i) - \Phi(t_{i-1})}$, $\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}$, $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{-t^2/2} dt$	$\frac{1}{\theta_1^2}$	А.24	А.25
	θ_1	$\frac{1}{\theta_1^2} \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[t_{i-1}\varphi(t_{i-1}) - t_i\varphi(t_i)\right]^2}{\Phi(t_i) - \Phi(t_{i-1})}$	$\frac{2}{\theta_1^2}$	А.26	А.27
	θ_0, θ_1	$\frac{1}{\theta_1^2} \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[\varphi(t_i) - \varphi(t_{i-1})\right]\left[t_{i-1}\varphi(t_{i-1}) - t_i\varphi(t_i)\right]}{\Phi(t_i) - \Phi(t_{i-1})}$	0	А.28	А.29

Продолжение таблицы 3

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям: группированным	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям: негруппированным	Номер таблицы АОГ: t_i	Номер таблицы АОГ: P_i
10 Логарифмически (ln) $\frac{1}{x\theta_1\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x-\theta_0)^2/2\theta_1^2}$, $x \in (0,\ \infty)$, $t_i = \frac{\ln x_i - \theta_0}{\theta_1}$	θ_0	$\frac{1}{\theta_1^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left[\varphi(t_{i-1})-\varphi(t_i)\right]^2}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$\frac{1}{\theta_1^2}$	А.24	А.25
	θ_1	$\frac{1}{\theta_1^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left[t_{i-1}\varphi(t_{i-1})-t_i\varphi(t_i)\right]^2}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$\frac{2}{\theta_1^2}$	А.26	А.27
	$\theta_0,\ \theta_1$	$\frac{1}{\theta_1^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left[\varphi(t_i)-\varphi(t_{i-1})\right]\left[t_{i-1}\varphi(t_{i-1})-t_i\varphi(t_i)\right]}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	0	А.28	А.29
11 Логарифмически (lg) $\frac{1}{x\theta_1 \ln 10\sqrt{2\pi}} e^{-(\lg x-\theta_0)^2/2\theta_1^2}$ $x \in (0,\ \infty)$, $t_i = \frac{\lg x_i - \theta_0}{\theta_1}$	θ_0	$\frac{1}{\theta_1^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left[\varphi(t_{i-1})-\varphi(t_i)\right]^2}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$\frac{1}{\theta_1^2}$	А.24	А.25
	θ_1	$\frac{1}{\theta_1^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left[t_{i-1}\varphi(t_{i-1})-t_i\varphi(t_i)\right]^2}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$\frac{2}{\theta_1^2}$	А.26	А.27
	$\theta_0,\ \theta_1$	$\frac{1}{\theta_1^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left[\varphi(t_i)-\varphi(t_{i-1})\right]\left[t_{i-1}\varphi(t_{i-1})-t_i\varphi(t_i)\right]}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	0	А.28	А.29

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям		Номер таблицы АОГ	
		группированным	негруппированным	t_i	P_i
12 Коши $\frac{\theta_0}{\pi\left[\theta_0^2+(x-\theta_1)^2\right]}$, $x\in(-\infty,\ \infty)$, $t_i=(x_i-\theta_1)/\theta_0$	θ_0	$\frac{1}{\theta_0^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\pi}\frac{\left[\frac{t_{i-1}}{1+t_{i-1}^2}-\frac{t_i}{1+t_i^2}\right]^2}{\operatorname{arctg}t_i-\operatorname{arctg}t_{i-1}}$	$\frac{1}{2\theta_1^2}$	А.36	А.37
	θ_1	$\frac{1}{\theta_0^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\pi}\frac{\left[\frac{1}{1+t_{i-1}^2}-\frac{1}{1+t_i^2}\right]^2}{\operatorname{arctg}t_i-\operatorname{arctg}t_{i-1}}$	$\frac{1}{2\theta_1^2}$	А.38	А.39
	$\theta_0,\ \theta_1$	$\frac{1}{\pi\theta_0^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(\frac{t_{i-1}}{1+t_{i-1}^2}-\frac{t_i}{1+t_i^2}\right)\left(\frac{1}{1+t_{i-1}^2}-\frac{1}{1+t_i^2}\right)}{\operatorname{arctg}t_i-\operatorname{arctg}t_{i-1}}$	0	А.40	$P_i=\frac{1}{k}$
13 Логистическое $\frac{\pi}{\theta_1\sqrt{3}}\frac{\exp\left\{-\frac{\pi(x-\theta_0)}{\theta_1\sqrt{3}}\right\}}{\left[1+\exp\left\{-\frac{\pi(x-\theta_0)}{\theta_1\sqrt{3}}\right\}\right]^2}$ $x\in(-\infty,\ \infty)$, $t_i=\pi(x_i-\theta_0)/\theta_1\sqrt{3}$	θ_0	$\frac{\pi}{\theta_1^2 3}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left[\frac{e^{-t_i}}{\left(1+e^{-t_i}\right)^2}-\frac{e^{-t_{i-1}}}{\left(1+e^{-t_{i-1}}\right)^2}\right]^2}{\left(1+e^{-t_i}\right)^{-1}-\left(1+e^{-t_{i-1}}\right)^{-1}}$	$\frac{\pi^2}{\theta_1^2 9}$	А.41	$P_i=\frac{1}{k}$

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям		Номер таблицы АОГ	
		группированным	негруппированным	t_i	P_i
13 Логистическое $\frac{\pi}{\theta_1\sqrt{3}}\frac{\exp\left\{-\frac{\pi(x-\theta_0)}{\theta_1\sqrt{3}}\right\}}{\left[1+\exp\left\{-\frac{\pi(x-\theta_0)}{\theta_1\sqrt{3}}\right\}\right]^2}$ $x\in(-\infty,\ \infty)$, $t_i=\pi(x_i-\theta_0)\ /\ \theta_1\sqrt{3}$	θ_1	$\frac{1}{\theta_1^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left[\frac{t_i e^{-t_i}}{\left(1+e^{-t_i}\right)^2}-\frac{t_{i-1}e^{-t_{i-1}}}{\left(1+e^{-t_{i-1}}\right)^2}\right]^2}{\left(1+e^{-t_i}\right)^{-1}-\left(1+e^{-t_{i-1}}\right)^{-1}}$	$\frac{1}{\theta_1^2}\ \frac{\pi^2+3}{9}$	А.42	А.43
	$\theta_0,\ \theta_1$	$\frac{\pi^2}{\theta_1^2\sqrt{3}}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left[\frac{t_i e^{-t_i}}{\left(1+e^{-t_i}\right)^2}-\frac{t_{i-1}e^{-t_{i-1}}}{\left(1+e^{-t_{i-1}}\right)^2}\right]}{\left(1+e^{-t_i}\right)^{-1}-\left(1+e^{-t_{i-1}}\right)^{-1}}\times$ $\times\left[\frac{e^{-t_i}}{\left(1+e^{-t_i}\right)^2}-\frac{e^{-t_{i-1}}}{\left(1+e^{-t_{i-1}}\right)^2}\right]$	0	А.44	А.45
14 Вейбулла $\frac{\theta_0(x-\theta_2)^{\theta_0-1}}{\theta_1^{\theta_0}}\exp\left\{-\left(\frac{x-\theta_2}{\theta_1}\right)^{\theta_0}\right\}$ $x\in(\theta_2,\ \infty)$,	θ_0	$\frac{1}{\theta_0^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left[t_i\ln t_i e^{-t_i}-t_{i-1}\ln t_{i-1}e^{-t_{i-1}}\right]^2}{e^{-t_{i-1}}-e^{-t_i}}$	$\frac{1}{\theta_0^2}\left(1+\frac{\pi^2}{6}+C^2-2C\right)$	А.20	А.21

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям		Номер таблицы АОГ	
		группированным	негруппированным	t_i	P_i
$t_i = \left[(x_i - \theta_2) / \theta_1\right]^{\theta_0}$, $C = 0.577215664$ — постоянная Эйлера	θ_1	$\frac{\theta_0^2}{\theta_1^2} \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[t_{i-1}e^{-t_{i-1}} - t_i e^{-t_i}\right]^2}{e^{-t_{i-1}} - e^{-t_i}}$	$\frac{\theta_0^2}{\theta_1^2}$	А.1	А.2
	θ_0, θ_1	$\frac{1}{\theta_1} \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(t_{i-1}e^{-t_{i-1}} - t_i e^{-t_i}\right)\left(t_i \ln t_i e^{-t_i} - t_{i-1} \ln t_{i-1} e^{-t_{i-1}}\right)}{e^{-t_{i-1}} - e^{-t_i}}$	$\frac{1}{\theta_1} (C - 1)$	А.22	А.23
15 Минимального значения $\frac{1}{\theta_1} \exp\left\{\frac{x - \theta_0}{\theta_1} - \exp\left(\frac{x - \theta_0}{\theta_1}\right)\right\}$ $x \in (-\infty,\ \infty)$, $t_i = \exp(s_i)$, $s_i = \frac{x_i - \theta_0}{\theta_1}$	θ_0	$\frac{1}{\theta_1^2} \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[t_{i-1}e^{-t_{i-1}} - t_i e^{-t_i}\right]^2}{e^{-t_{i-1}} - e^{-t_i}}$	$\frac{1}{\theta_1^2}$	А.1	А.2
	θ_1	$\frac{1}{\theta_1^2} \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[t_{i-1}s_{i-1}e^{-t_{i-1}} - t_i s_i e^{-t_i}\right]^2}{e^{-t_{i-1}} - e^{-t_i}}$	$\frac{1}{\theta_1^2}\left(1 + \frac{\pi^2}{6} + C^2 - 2C\right)$	А.20	А.21
	θ_0, θ_1	$\frac{1}{\theta_1^2} \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(t_{i-1}e^{-t_{i-1}} - t_i e^{-t_i}\right)\left(t_{i-1}s_{i-1}e^{-t_{i-1}} - t_i s_i e^{-t_i}\right)}{e^{-t_{i-1}} - e^{-t_i}}$	$\frac{1}{\theta_1^2} (C - 1)$	А.22	А.23

Продолжение таблицы 3

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям		Номер таблицы АОГ	
		группированным	негруппированным	t_i	P_i
16 Максимального значения $\frac{1}{\theta_1}\exp\left\{-\frac{x-\theta_0}{\theta_1}-\exp\left(-\frac{x-\theta_0}{\theta_1}\right)\right\}$ $x \in (-\infty,\ \infty)$, $t_i = \exp(s_i)$, $s_i = -\frac{x_i-\theta_0}{\theta_1}$	θ_0	$\frac{1}{\theta_1^2}\sum\limits_{i=1}^{k}\frac{\left[t_{i-1}e^{-t_{i-1}}-t_ie^{-t_i}\right]^2}{e^{-t_i}-e^{-t_{i-1}}}$	$\frac{1}{\theta_1^2}$	А.30	А.31
	θ_1	$\frac{1}{\theta_1^2}\sum\limits_{i=1}^{k}\frac{\left[t_is_ie^{-t_i}-t_{i-1}s_{i-1}e^{-t_{i-1}}\right]^2}{e^{-t_i}-e^{-t_{i-1}}}$	$\frac{1}{\theta_1^2}\left(1+\frac{\pi^2}{6}+C^2-2C\right)$	А.32	А.33
	$\theta_0,\ \theta_1$	$\frac{1}{\theta_1^2}\sum\limits_{i=1}^{k}\frac{\left(t_{i-1}e^{-t_{i-1}}-t_ie^{-t_i}\right)\left(t_is_ie^{-t_i}-t_{i-1}s_{i-1}e^{-t_{i-1}}\right)}{e^{-t_i}-e^{-t_{i-1}}}$	$\frac{1}{\theta_1^2}(C-1)$	А.34	А.35
17 Двойное показательное $\theta_0\theta_1\exp\{-(x-\theta_2)\theta_0-$ $-\theta_1\exp[-(x-\theta_2)\theta_0]\}$ $x \in (-\infty,\ \infty)$, $t_i = \theta_1\exp\{-s_i\}$, $s_i = \theta_0(x_i-\theta_2)$	θ_0	$\frac{1}{\theta_0^2}\sum\limits_{i=1}^{k}\frac{\left[t_is_ie^{-t_i}-t_{i-1}s_{i-1}e^{-t_{i-1}}\right]^2}{e^{-t_i}-e^{-t_{i-1}}}$	$\frac{1}{\theta_0^2}[\ln^2\theta_1+$ $+2(C-1)\ln\theta_1+$ $+1+\frac{\pi}{6}+C^2-2C]$	А.50	А.51
	θ_1	$\frac{1}{\theta_1^2}\sum\limits_{i=1}^{k}\frac{\left[t_{i-1}e^{-t_{i-1}}-t_ie^{-t_i}\right]^2}{e^{-t_i}-e^{-t_{i-1}}}$	$\frac{1}{\theta_1^2}$	А.1	А.31

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям		Номер таблицы АОГ	
		группированным	негруппированным	t_i	P_i
17 Двойное показательное $\theta_0\theta_1 \exp\{-(x-\theta_2)\theta_0 - \theta_1 \exp[-(x-\theta_2)\theta_2]\}$, $x \in (-\infty, \infty)$, $t_i = \theta_1 \exp\{-s_i\}$, $s_i = \theta_0(x_i - \theta_2)$	θ_0, θ_1	$\frac{1}{\theta_0\theta_1}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(t_i s_i e^{-t_i} - t_{i-1}s_{i-1}e^{-t_{i-1}}\right)\left(t_{i-1}e^{-t_{i-1}} - t_i e^{-t_i}\right)}{e^{-t_i} - e^{-t_{i-1}}}$	$\frac{1}{\theta_0\theta_1}(1 - C - \ln\theta_2)$	А.52	А.35
18 Накагами $\frac{2}{\Gamma(\theta_1)}\left(\frac{\theta_1}{\theta_0^2}\right)^{\theta_1}(x-\theta_2)^{2\theta_1-1} \times \exp\left\{-\frac{\theta_1(x-\theta_2)^2}{\theta_0^2}\right\}$, $x \in (\theta_2, \infty)$, $t_i = \frac{\theta_1(x_i-\theta_2)^2}{\theta_0^2}$, $\psi(\theta_1) = \Gamma'(\theta_1)/\Gamma(\theta_1)$	θ_0	$\frac{4}{\theta_0^2\Gamma(\theta_1)}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left[t_{i-1}^{\theta_1}e^{-t_{i-1}} - t_i^{\theta_1}e^{-t_i}\right]^2}{\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_1-1}e^{-t}dt}$	$\frac{4\theta_1}{\theta_0^2}$	—	—
	θ_1	$\frac{1}{\Gamma(\theta_1)}\sum_{i=1}^{k}\left\{\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_1-1}e^{-t}\ln t\,dt + \frac{1}{\theta_1}\left(t_i^{\theta_1}e^{-t_i} - t_{i-1}^{\theta_1}e^{-t_{i-1}}\right) - \psi(\theta_1)\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_1-1}e^{-t}dt\right\}^2 \Big/ \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_1-1}e^{-t}dt$	$\psi'(\theta_1) - \frac{1}{\theta_1}$	—	—

Продолжение таблицы 3

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям		Номер таблицы АОГ	
		группированным	негруппированным	t_i	P_i
18 Накагами $\frac{2}{\Gamma(\theta_1)}\left(\frac{\theta_1}{\theta_0^2}\right)^{\theta_1}(x-\theta_2)^{2\theta_1-1}\times$ $\times\exp\left\{-\frac{\theta_1(x-\theta_2)^2}{\theta_0^2}\right\}$ $x\in(\theta_2,\ \infty)$, $t_i=\frac{\theta_1(x_i-\theta_2)^2}{\theta_0^2}$, $\psi(\theta_1)=\Gamma'(\theta_1)\ /\ \Gamma(\theta_1)$	$\theta_0,\ \theta_1$	$\frac{2}{\theta_0\Gamma(\theta_1)}\sum_{i=1}^{k}\left\{\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_1-1}e^{-t}\ln t\,dt+\frac{1}{\theta_1}\left(t_i^{\theta_1}e^{-t_i}-t_{i-1}^{\theta_1}e^{-t_{i-1}}\right)-\right.$ $\left.-\psi(\theta_1)\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_1-1}e^{-t}dt\right\}\left(t_{i-1}^{\theta_1}e^{-t_{i-1}}-t_i^{\theta_1}e^{-t_i}\right)\Big/\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_1-1}e^{-t}dt$	0	—	—
19 Гамма-распределение $\frac{\theta_1^{\theta_0}}{\Gamma(\theta_0)}(x-\theta_2)^{\theta_0-1}e^{-\theta_1(x-\theta_2)}$ $x\in(\theta_2,\ \infty)$, $t_i=\theta_1(x_i-\theta_2)$	θ_0	$\frac{1}{\Gamma(\theta_0)}\sum_{i=1}^{k}\left\{\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}e^{-t}\ln t\,dt-\right.$ $\left.-\psi(\theta_0)\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}e^{-t}dt\right\}^2\Big/\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}e^{-t}dt$	$\psi'(\theta_0)$	А.53	А.54
	θ_1	$\frac{1}{\theta_1^2\Gamma(\theta_0)}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left[t_i^{\theta_0}e^{-t_i}-t_{i-1}^{\theta_0}e^{-t_{i-1}}\right]^2}{\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}e^{-t}dt}$	$\frac{\theta_0}{\theta_1^2}$	А.55	А.56

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям		Номер таблицы АОГ	
		группированным	негруппированным	t_i	P_i
19 Гамма-распределение $\frac{\theta_1^{\theta_0}}{\Gamma(\theta_0)}(x-\theta_2)^{\theta_0-1}e^{-\theta_1(x-\theta_2)}$ $x \in (\theta_2,\ \infty)$, $t_i = \theta_1(x_i-\theta_2)$	$\theta_0,\ \theta_1$	$\frac{1}{\theta_1\Gamma(\theta_0)}\sum_{i=1}^{k}\left\{\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}e^{-t}\ln t\,dt - \psi(\theta_0)\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}e^{-t}dt\right\}\left(t_i^{\theta_0}e^{-t_i} - t_{i-1}^{\theta_0}e^{-t_{i-1}}\right) \Big/ \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}e^{-t}dt$	$-\frac{1}{\theta_1}$	А.57	А.58
20 Бета-распределение 1-го рода $\frac{1}{\theta_3 B(\theta_0,\ \theta_1)}\left(\frac{x-\theta_2}{\theta_3}\right)^{\theta_0-1}\times$ $\times\left(1-\frac{x-\theta_2}{\theta_3}\right)^{\theta_1-1}$ $x \in [\theta_2,\ \theta_2+\theta_3]$, $B(\theta_0,\ \theta_1) = \Gamma(\theta_0)\Gamma(\theta_1) / \Gamma(\theta_0+\theta_1)$ $t_i = (x_i-\theta_2) / \theta_3$	θ_0	$\frac{1}{B(\theta_0,\ \theta_1)}\sum_{i=1}^{k}\left\{\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1}\ln t\,dt - \left[\psi(\theta_0)-\psi(\theta_0+\theta_1)\right]\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1}dt\right\}^2 \Big/ \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1}dt$	$\psi'(\theta_0)-\psi'(\theta_0+\theta_1)$	—	—
	θ_1	$\frac{1}{B(\theta_0,\ \theta_1)}\sum_{i=1}^{k}\left\{\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1}\ln(1-t)\,dt - \left[\psi(\theta_1)-\psi(\theta_0+\theta_1)\right]\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1}dt\right\}^2 \Big/ \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1}dt$	$\psi'(\theta_1)-\psi'(\theta_0+\theta_1)$	—	—

Продолжение таблицы 3

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям		Номер таблицы АОГ	
		группированным	негруппированным	t_i	P_i
20 Бета-распределение 1-го рода $\frac{1}{\theta_3 B(\theta_0,\ \theta_1)}\left(\frac{x-\theta_2}{\theta_3}\right)^{\theta_0-1}\times$ $\times\left(1-\frac{x-\theta_2}{\theta_3}\right)^{\theta_1-1}$ $x\in[\theta_2,\ \theta_2+\theta_3]$, $B(\theta_0,\ \theta_1)=\Gamma(\theta_0)\Gamma(\theta_1)/\Gamma(\theta_0+\theta_1)$ $t_i=(x_i-\theta_2)/\theta_3$	θ_0, θ_1	$\frac{1}{B(\theta_0,\ \theta_1)}\sum_{i=1}^{k}\left\{\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1}\ln t\,dt-\right.$ $\left.-\left[\psi(\theta_0)-\psi(\theta_0+\theta_1)\right]\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1}dt\right\}\times$ $\times\left\{\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1}\ln(1-t)\,dt-\right.$ $\left.-\left[\psi(\theta_1)-\psi(\theta_0+\theta_1)\right]\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1}dt\right\}\Big/\int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1}dt$	$-\psi'(\theta_0+\theta_1)$	—	—
21 Стандартное бета-распределение 2-го рода $\frac{1}{B(\theta_0,\ \theta_1)}\ \frac{(x-\theta_2)^{\theta_0-1}}{(1+x-\theta_2)^{\theta_0+\theta_1}}$ $x\in[\theta_2,\ \infty)$, $t_i=\frac{x_i-\theta_2}{1+x_i-\theta_2}$	θ_0	См. соответствующие соотношения для бета-распределения 1-го рода			
	θ_1	См. соответствующие соотношения для бета-распределения 1-го рода			
	θ_0, θ_1	См. соответствующие соотношения для бета-распределения 1-го рода			

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям		Номер таблицы АОГ	
		группированным	негруппированным	t_i	P_i
22 Бета-распределение 2-го рода $\frac{\theta_2}{B(\theta_0,\ \theta_1)} \frac{[\theta_2(x-\theta_3)]^{\theta_0-1}}{[1+\theta_2(x-\theta_3)]^{\theta_0+\theta_1}}$ $x \in [\theta_3,\ \infty)$, $t_i = \frac{\theta_2(x_i-\theta_3)}{1+\theta_2(x_i-\theta_3)}$	θ_0	См. соответствующие соотношения для бета-распределения 1-го рода			
	θ_1	См. соответствующие соотношения для бета-распределения 1-го рода			
	θ_0, θ_1	См. соответствующие соотношения для бета-распределения 1-го рода			
	θ_2	$\frac{1}{\theta_2^2 B(\theta_0,\ \theta_1)} \sum_{i=1}^{k} \left\{ \theta_0 \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1} dt - (\theta_0+\theta_1) \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0}(1-t)^{\theta_1-1} dt \right\}^2 \Big/ \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1} dt$	$\frac{\theta_0\theta_1}{\theta_2^2(\theta_0+\theta_1+1)}$	—	—

Продолжение таблицы 3

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям: группированным	негруппированным	Номер таблицы АОГ: t_i	P_i
22 Бета-распределение 2-го рода $\frac{\theta_2}{B(\theta_0,\ \theta_1)} \frac{[\theta_2(x-\theta_3)]^{\theta_0-1}}{[1+\theta_2(x-\theta_3)]^{\theta_0+\theta_1}}$ $x \in [\theta_3,\ \infty)$, $t_i = \frac{\theta_2(x_i-\theta_3)}{1+\theta_2(x_i-\theta_3)}$	$\theta_0,\ \theta_2$	$\frac{1}{\theta_2 B(\theta_0,\ \theta_1)} \sum_{i=1}^{k} \left\{ \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1} \ln t\,dt \Big/ \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1}dt - \left(\psi(\theta_0)-\psi(\theta_0+\theta_1)\right) \right\} \times$ $\times \left(\theta_0 \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1}dt - (\theta_0+\theta_1) \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0}(1-t)^{\theta_1-1}dt \right)$	$-\frac{\theta_1}{\theta_2(\theta_0+\theta_1)}$	—	—
	$\theta_1,\ \theta_2$	$\frac{1}{\theta_2 B(\theta_0,\ \theta_1)} \sum_{i=1}^{k} \left\{ \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1} \ln(1-t)dt \Big/ \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1}dt - \left(\psi(\theta_1)-\psi(\theta_0+\theta_1)\right) \right\} \times$ $\times \left(\theta_0 \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0-1}(1-t)^{\theta_1-1}dt - (\theta_0+\theta_1) \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^{\theta_0}(1-t)^{\theta_1-1}dt \right)$	$\frac{\theta_0}{\theta_2(\theta_0+\theta_1)}$	—	—
23 Распределение *Sb*-Джонсона $\frac{\theta_1\theta_2}{\sqrt{2\pi}(x-\theta_3)(\theta_2+\theta_3-x)} \times$ $\times \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\theta_0 - \theta_1 \ln \frac{x-\theta_3}{\theta_2+\theta_3-x}\right]^2\right\}$ $x \in [\theta_3,\ \theta_2+\theta_3]$,	θ_0	$\sum_{i=1}^{k} \frac{[\varphi(t_i)-\varphi(t_{i-1})]^2}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	1	А.24	А.25

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям: группированным	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям: негруппированным	Номер таблицы АОГ: t_i	Номер таблицы АОГ: P_i
$t_i = \theta_0 + \theta_1 \ln \frac{x_i - \theta_3}{\theta_2 + \theta_3 - x_i}$	θ_1	$\frac{1}{\theta_1^2} \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[(t_i-\theta_0)\varphi(t_i)-(t_{i-1}-\theta_0)\varphi(t_{i-1})\right]^2}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$\frac{2+\theta_0^2}{\theta_1^2}$	А.26	А.27
	θ_0, θ_1	$\frac{1}{\theta_1} \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[(t_i-\theta_0)\varphi(t_i)-(t_{i-1}-\theta_0)\varphi(t_{i-1})\right]\left[\varphi(t_i)-\varphi(t_{i-1})\right]}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$-\frac{\theta_0}{\theta_1}$	А.28	А.29
24 Распределение *Sl*-Джонсона $\frac{\theta_1}{\sqrt{2\pi}(x-\theta_3)} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\theta_0 + \theta_1 \ln \frac{x-\theta_3}{\theta_2}\right]^2\right\}$ $x \in [\theta_3, \infty)$, $t_i = \theta_0 + \theta_1 \ln \frac{x_i - \theta_3}{\theta_2}$	θ_0	$\sum_{i=1}^{k} \frac{\left[\varphi(t_i)-\varphi(t_{i-1})\right]^2}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	1	А.24	А.25
	θ_1	$\frac{1}{\theta_1^2} \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[(t_i-\theta_0)\varphi(t_i)-(t_{i-1}-\theta_0)\varphi(t_{i-1})\right]^2}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$\frac{2+\theta_0^2}{\theta_1^2}$	А.26	А.27
	θ_0, θ_1	$\frac{1}{\theta_1} \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[(t_i-\theta_0)\varphi(t_i)-(t_{i-1}-\theta_0)\varphi(t_{i-1})\right]\left[\varphi(t_i)-\varphi(t_{i-1})\right]}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$-\frac{\theta_0}{\theta_1}$	А.28	А.29
	θ_2	$\frac{\theta_1^2}{\theta_2^2} \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[\varphi(t_{i-1})-\varphi(t_i)\right]^2}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$\frac{\theta_1^2}{\theta_2^2}$	А.24	А.25

Продолжение таблицы 3

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям		Номер таблицы АОГ	
		группированным	негруппированным	t_i	P_i
24 Распределение *Sl*-Джонсона $\frac{\theta_1}{\sqrt{2\pi}(x-\theta_3)}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\theta_0+\theta_1\ln\frac{x-\theta_3}{\theta_2}\right]^2\right\}$ $x\in[\theta_3,\ \infty)$, $t_i=\theta_0+\theta_1\ln\frac{x_i-\theta_3}{\theta_2}$	$\theta_0,\ \theta_2$	$\frac{\theta_1}{\theta_2}\sum_{i=1}^{k}\frac{[\varphi(t_i)-\varphi(t_{i-1})][\varphi(t_{i-1})-\varphi(t_i)]}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$-\frac{\theta_1}{\theta_2}$	—	—
	$\theta_1,\ \theta_2$	$\frac{1}{\theta_2}\sum_{i=1}^{k}\frac{[(t_i-\theta_0)\varphi(t_i)-(t_{i-1}-\theta_0)\varphi(t_{i-1})][\varphi(t_{i-1})-\varphi(t_i)]}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$\frac{\theta_0}{\theta_2}$	—	—
25 Распределение *Su*-Джонсона $\frac{\theta_1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(x-\theta_3)^2+\theta_2^2}}\times$ $\times\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\theta_0+\theta_1\ln\left\{\frac{x-\theta_3}{\theta_2}+\right.\right.\right.$ $\left.\left.\left.+\sqrt{\left(\frac{x-\theta_3}{\theta_2}\right)^2+1}\right\}\right]^2\right\}$ $x\in(-\infty,\ \infty)$ $t_i=\theta_0+\theta_1\ln\left\{s_i+\sqrt{s_i^2+1}\right\}$ $s_i=(x_i-\theta_3)\ /\ \theta_2$	θ_0	$\sum_{i=1}^{k}\frac{[\varphi(t_i)-\varphi(t_{i-1})]^2}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	1	А.24	А.25
	θ_1	$\frac{1}{\theta_1^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{[(t_i-\theta_0)\varphi(t_i)-(t_{i-1}-\theta_0)\varphi(t_{i-1})]^2}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$\frac{2+\theta_0^2}{\theta_1^2}$	—	—
	$\theta_0,\ \theta_1$	$\frac{1}{\theta_1}\sum_{i=1}^{k}\frac{[(t_i-\theta_0)\varphi(t_i)-(t_{i-1}-\theta_0)\varphi(t_{i-1})][\varphi(t_i)-\varphi(t_{i-1})]}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$-\frac{\theta_0}{\theta_1}$	А.28	А.29
	θ_2	$\frac{\theta_1^2}{\theta_2^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(\frac{s_{i-1}\varphi(t_{i-1})}{\sqrt{s_{i-1}^2+1}}-\frac{s_i\varphi(t_i)}{\sqrt{s_i^2+1}}\right)^2}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$\frac{1+\theta_1^2}{\theta_2^2}-$ $-\frac{\theta_1^3}{\theta_2^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(t)}{(s^2+1)^{3/2}}ds$	—	—

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям		Номер таблицы АОГ	
		группированным	негруппированным	t_i	P_i
25 Распределение *Su*-Джонсона $\frac{\theta_1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(x-\theta_3)^2+\theta_2^2}}\times$ $\times\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\theta_0+\theta_1\ln\left\{\frac{x-\theta_3}{\theta_2}+\sqrt{\left(\frac{x-\theta_3}{\theta_2}\right)^2+1}\right\}\right]^2\right\}$ $x\in(-\infty,\ \infty)$ $t_i=\theta_0+\theta_1\ln\left\{s_i+\sqrt{s_i^2+1}\right\}$ $s_i=(x_i-\theta_3)/\theta_2$	$\theta_0,\ \theta_2$	$\frac{\theta_1}{\theta_2}\sum_{i=1}^{k}\frac{[\varphi(t_i)-\varphi(t_{i-1})]\left[\frac{\varphi(t_{i-1})s_{i-1}}{\sqrt{s_{i-1}^2+1}}-\frac{\varphi(t_i)s_i}{\sqrt{s_i^2+1}}\right]}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$-\theta_1\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(t)}{(s^2+1)^{3/2}}ds\}$	—	—
	$\theta_1,\ \theta_2$	$\frac{1}{\theta_2}\sum_{i=1}^{k}\frac{[(t_i-\theta_0)\varphi(t_i)-(t_{i-1}-\theta_0)\varphi(t_{i-1})]}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}\times$ $\times\left[\frac{\varphi(t_{i-1})s_{i-1}}{\sqrt{s_{i-1}^2+1}}-\frac{\varphi(t_i)s_i}{\sqrt{s_i^2+1}}\right]\}$	$\theta_0\theta_1\int_{-\infty}^{\infty}\frac{s\varphi(t)}{s^2+1}ds-$ $-2\int_{-\infty}^{\infty}\frac{s\varphi(t)}{(s^2+1)^{3/2}}ds$	—	—
	θ_3	$\frac{\theta_1^2}{\theta_2^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(\frac{\varphi(t_{i-1})}{\sqrt{s_{i-1}^2+1}}-\frac{\varphi(t_i)}{\sqrt{s_i^2+1}}\right)^2}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$\frac{\theta_1^3}{\theta_2^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(t)}{(s^2+1)^{3/2}}ds$	—	—
	$\theta_0,\ \theta_3$	$\frac{\theta_1}{\theta_2}\sum_{i=1}^{k}\frac{[\varphi(t_i)-\varphi(t_{i-1})]\left[\frac{\varphi(t_{i-1})}{\sqrt{s_{i-1}^2+1}}-\frac{\varphi(t_i)}{\sqrt{s_i^2+1}}\right]}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$-\frac{\theta_1^2}{\theta_2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(t)}{s^2+1}ds$	—	—

Продолжение таблицы 3

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям		Номер таблицы АОГ	
		группированным	негруппированным	t_i	P_i
25 Распределение *Su*-Джонсона $\frac{\theta_1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(x-\theta_3)^2+\theta_2^2}}\times$ $\times\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\theta_0+\theta_1\ln\left\{\frac{x-\theta_3}{\theta_2}+\sqrt{\left(\frac{x-\theta_3}{\theta_2}\right)^2+1}\right\}\right]^2\right\}$ $x\in(-\infty,\ \infty)$ $t_i=\theta_0+\theta_1\ln\left\{s_i+\sqrt{s_i^2+1}\right\}$ $s_i=(x_i-\theta_3)/\theta_2$	$\theta_1,\ \theta_3$	$\frac{1}{\theta_2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left[(t_i-\theta_0)\varphi(t_i)-(t_{i-1}-\theta_0)\varphi(t_{i-1})\right]}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}\times$ $\times\left[\frac{\varphi(t_{i-1})}{\sqrt{s_{i-1}^2+1}}-\frac{\varphi(t_i)}{\sqrt{s_i^2+1}}\right]$	$\frac{\theta_0\theta_1}{\theta_2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(t)}{s^2+1}ds$	—	—
	$\theta_2,\ \theta_3$	$\frac{\theta_1^2}{\theta_2^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left[\frac{\varphi(t_{i-1})s_{i-1}}{\sqrt{s_{i-1}^2+1}}-\frac{\varphi(t_i)s_i}{\sqrt{s_i^2+1}}\right]\left[\frac{\varphi(t_{i-1})}{\sqrt{s_{i-1}^2+1}}-\frac{\varphi(t_i)}{\sqrt{s_i^2+1}}\right]}{\Phi(t_i)-\Phi(t_{i-1})}$	$\frac{\theta_1^3}{\theta_2^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{s\varphi(t)}{\left(s^2+1\right)^{3/2}}ds+$ $+\frac{5\theta_1}{\theta_2^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{s\varphi(t)}{\left(s^2+1\right)^{5/2}}ds$	—	—
26 Класс экспоненциальных распределений $\frac{\theta_2}{2\theta_1\Gamma(1/\theta_2)}\exp\left\{-\left(\frac{\lvert x-\theta_0\rvert}{\theta_1}\right)^{\theta_2}\right\}$ $x\in(-\infty,\ \infty)$, $t_i=\frac{x_i-\theta_0}{\theta_1}$,	θ_0	$\frac{\theta_2^2}{\theta_1^2\Gamma(1/\theta_2)}\sum_{i=1}^{k}\frac{2\left(e^{-\lvert t_{i-1}\rvert^{\theta_2}}-e^{-\lvert t_i\rvert^{\theta_2}}\right)^2}{\gamma_i\,\mathrm{sign}\,t_i-\gamma_{i-1}\,\mathrm{sign}\,t_{i-1}}$	$\frac{\theta_2^2\Gamma\left(2-\frac{1}{\theta_2}\right)}{\theta_1^2\Gamma(1/\theta_2)}$	—	—
	θ_1	$\frac{\theta_2^2}{2\theta_1^2\Gamma(1/\theta_2)}\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(t_{i-1}e^{-\lvert t_{i-1}\rvert^{\theta_2}}-t_ie^{-\lvert t_i\rvert^{\theta_2}}\right)^2}{\gamma_i\,\mathrm{sign}\,t_i-\gamma_{i-1}\,\mathrm{sign}\,t_{i-1}}$	$\frac{\theta_2}{\theta_1^2}$	—	—

Функция плотности распределения	Параметр распределения	Количество информации Фишера для параметра по наблюдениям		Номер таблицы АОГ	
		группированным	негруппированным	t_i	P_i
$\gamma_i = \int\limits_0^{\lvert t_i\rvert^{\theta_2}} y^{1/\theta_2-1}e^{-y}dy,$	$\theta_0,\ \theta_1$	$\frac{\theta_2^2}{2\theta_1^2\Gamma(1/\theta_2)}\sum\limits_{i=1}^{k}\frac{\left(e^{-\lvert t_{i-1}\rvert^{\theta_2}}-e^{-\lvert t_i\rvert^{\theta_2}}\right)\left(t_{i-1}e^{-\lvert t_{i-1}\rvert^{\theta_2}}-t_ie^{-\lvert t_i\rvert^{\theta_2}}\right)}{\gamma_i\mathrm{sign}t_i-\gamma_{i-1}\ \mathrm{sign}t_{i-1}}$	0	—	—
$\gamma_i' = \int\limits_0^{\lvert t_i\rvert^{\theta_2}} y^{1/\theta_2-1}e^{-y}\ln y\,dy$	θ_2	$\frac{1}{2\Gamma(1/\theta_2)}\sum\limits_{i=1}^{k}\left\{\frac{1}{\theta_2^2}\left[\gamma_i'\mathrm{sign}t_i-\gamma_{i-1}'\mathrm{sign}t_{i-1}+\right.\right.$ $\left.+\psi(1/\theta_2)\gamma_i\ \mathrm{sign}\ t_i-\gamma_{i-1}\ \mathrm{sign}t_{i-1})\right]+$ $\left.+t_ie^{-\lvert t_i\rvert^{\theta_2}}\ \ln\lvert t_i\rvert-t_{i-1}e^{-\lvert t_{i-1}\rvert^{\theta_2}}\ \ln\lvert t_{i-1}\rvert\right\}^2\Big/\left(\gamma_i\mathrm{sign}t_i-\gamma_{i-1}\ \mathrm{sign}t_{i-1}\right)$	0	—	—
	$\theta_0,\ \theta_2$	$\frac{\theta_2}{2\theta_1\Gamma(1/\theta_2)}\sum\limits_{i=1}^{k}\left(e^{-\lvert t_{i-1}\rvert^{\theta_2}}-e^{-\lvert t_i\rvert^{\theta_2}}\right)\times$ $\times\left\{\frac{1}{\theta_2^2}\left[\gamma_i'\ \mathrm{sign}t_i-\gamma_{i-1}'\mathrm{sign}t_{i-1}+\psi(1/\theta_2)(\gamma_i\ \mathrm{sign}t_i-\gamma_{i-1}\mathrm{sign}t_{i-1})\right]+\right.$ $\left.+t_ie^{-\lvert t_i\rvert^{\theta_2}}\ \ln\lvert t_i\rvert-t_{i-1}e^{-\lvert t_{i-1}\rvert^{\theta_2}}\ \ln\lvert t_{i-1}\rvert\right\}\Big/\left(\gamma_i\cdot\mathrm{sign}t_i-\gamma_{i-1}\ \mathrm{sign}t_{i-1}\right)$	0	—	—
	$\theta_1,\ \theta_2$	$\frac{\theta_2}{2\theta_1\Gamma(1/\theta_2)}\sum\limits_{i=1}^{k}\left(t_{i-1}e^{-\lvert t_{i-1}\rvert^{\theta_2}}-t_ie^{-\lvert t_i\rvert^{\theta_2}}\right)\times$ $\times\left\{\frac{1}{\theta_2^2}\left[\gamma_i'\ \mathrm{sign}t_i-\gamma_{i-1}'\mathrm{sign}t_{i-1}-\psi(1/\theta_2)(\gamma_i\ \mathrm{sign}t_i-\gamma_{i-1}\mathrm{sign}t_{i-1})\right]+\right.$ $\left.+t_ie^{-\lvert t_i\rvert^{\theta_2}}\ \ln\lvert t_i\rvert-t_{i-1}e^{-\lvert t_{i-1}\rvert^{\theta_2}}\ \ln\lvert t_{i-1}\rvert\right\}\Big/\left(\gamma_i\mathrm{sign}t_i-\gamma_{i-1}\ \mathrm{sign}t_{i-1}\right)$	$-\frac{1+\theta_2+\psi(1/\theta_2)}{\theta_1\theta_2}$	—	—

Для законов распределения, определяемых одним параметром (экспоненциального, Парето, Рэлея и т. п.), одну и ту же пару таблиц асимптотически оптимального группирования (t_i и P_i) используют при проверке простых и сложных гипотез.

Для законов распределения, определяемых двумя параметрами, в случае сложной гипотезы и оценивания только одного параметра требуемая пара таблиц асимптотически оптимального группирования указана в строке для этого параметра. В случае сложной гипотезы и оценивания двух параметров или в случае простой гипотезы используют пару таблиц, указанных в строке с двумя параметрами. В колонках для количества информации Фишера по группированным и негруппированным данным в такой строке даны выражения для недиагональных элементов соответствующих информационных матриц $J(\theta_i, \theta_j)$, а $J(\theta_i, \theta_j)=J(\theta_j, \theta_i)$.

Например, при оценивании по выборке только параметра сдвига нормального закона следует использовать пару таблиц А.24—А.25, при оценивании только параметра масштаба — пару таблиц А.26—А.27, а при проверке простых гипотез и сложных гипотез, сопровождаемых оцениванием по данной выборке обоих параметров нормального закона, — пару таблиц А.28—А.29.

2.10 Примеры использования таблиц асимптотически оптимального группирования

Ниже на примерах рассмотрено применение асимптотически оптимального группирования в случае простых и сложных гипотез.

Пример 1 Проверяют простую гипотезу о принадлежности выборки экспоненциальному закону распределения. Упорядоченная выборка объемом 200 наблюдений имеет вид:

0,0005	0,0095	0,0189	0,0200	0,0225	0,0261	0,0339	0,0343	0,0463	0,0509
0,0625	0,0748	0,0797	0,0802	0,0857	0,0887	0,1049	0,1065	0,1276	0,1395
0,1465	0,1539	0,1565	0,1582	0,1584	0,1648	0,1679	0,1681	0,1689	0,1818
0,1940	0,1944	0,1950	0,1976	0,1992	0,2064	0,2260	0,2277	0,2311	0,2433
0,2441	0,2442	0,2509	0,2522	0,2566	0,2683	0,2840	0,3006	0,3025	0,3052
0,3056	0,3098	0,3158	0,3286	0,3288	0,3297	0,3396	0,3490	0,3578	0,3650
0,3728	0,3755	0,3823	0,3834	0,4017	0,4093	0,4135	0,4259	0,4419	0,4486
0,4487	0,4503	0,4587	0,4699	0,4711	0,4802	0,4814	0,4818	0,4981	0,4984
0,4989	0,5005	0,5085	0,5191	0,5279	0,5301	0,5328	0,5331	0,5389	0,5392
0,5432	0,5455	0,5548	0,5801	0,6001	0,6009	0,6694	0,6803	0,6817	0,6838
0,6844	0,6995	0,7127	0,7358	0,7515	0,7566	0,7699	0,7953	0,8048	0,8072
0,8116	0,8232	0,8271	0,8323	0,8771	0,8908	0,8949	0,9272	0,9571	0,9593
0,9682	0,9708	0,9761	0,9881	0,9931	1,0110	1,0188	1,0364	1,0447	1,0612
1,0683	1,0909	1,0984	1,1030	1,1068	1,1076	1,1100	1,1493	1,1562	1,1634
1,1702	1,1866	1,1964	1,2006	1,2103	1,2325	1,2607	1,2945	1,3185	1,3437
1,3918	1,4287	1,4398	1,4505	1,5068	1,5126	1,5491	1,5501	1,5681	1,5933
1,6323	1,6446	1,6686	1,6782	1,6816	1,6839	1,7054	1,7335	1,7560	1,7629
1,7677	1,7681	1,9750	1,9840	1,9873	2,0031	2,0870	2,0877	2,0957	2,1226
2,1382	2,1925	2,1950	2,2029	2,2315	2,2318	2,3487	2,4474	2,5498	2,8392
2,9899	3,0846	3,1179	3,3316	3,5926	3,5937	3,6218	4,0604	4,8403	6,0534

Проверяемая гипотеза имеет вид $H_0\colon f(x,\theta) = \theta_0 e^{-\theta_0(x-\theta_1)}$ при $\theta_0 = 1$, $\theta_1 = 0$. Оптимальные граничные точки в виде $t_i = \theta_0(x_i - \theta_1)$ берут из таблицы А.1. Выбирают число интервалов $k = 5$, так как P_kЧn=0,0189Ч200>3, а при большем числе интервалов ожидаемые частоты попадания в крайний интервал будут еще меньше. При $k = 5$ значения t_i соответственно: 0,6004; 1,3545; 2,3720; 3,9657. При θ_0=1 и θ_1=0 значения x_i совпадают со значениями t_i. Соответствующие такому разбиению вероятности попадания наблюдений в интервал берут из таблицы А.2: 0,4514; 0,2905; 0,1648; 0,0744; 0,0189. По выборке находят числа наблюдений n_i, попавших в соответствующие интервалы (95, 55, 37, 10, 3). В соответствии с формулой (1) вычисляют значение статистики S_{χ^2}=2,6672. При справедливости H_0 статистика подчиняется χ^2_4-распределению и при значениях уровня значимости $\alpha < P\left\{S_{\chi^2} > 2{,}6672\right\} = \dfrac{1}{2^{r/2}\Gamma(r/2)} \int\limits_{2,6672}^{\infty} s^{r/2-1} e^{-s/2} ds = 0{,}6150$ гипотеза H_0 будет принята. Вычисляемое в соответствии с соотношением (3) значение статистики отношения правдоподобия $S_{оп}$ = 2,8694; $P\{S_{оп}>2{,}8694\}$=0,5799. Таким образом, в соответствии с данным критерием также нет оснований для отклонения гипотезы H_0. На рисунке 13 представлены плотность, гистограмма и результаты проверки согласия.

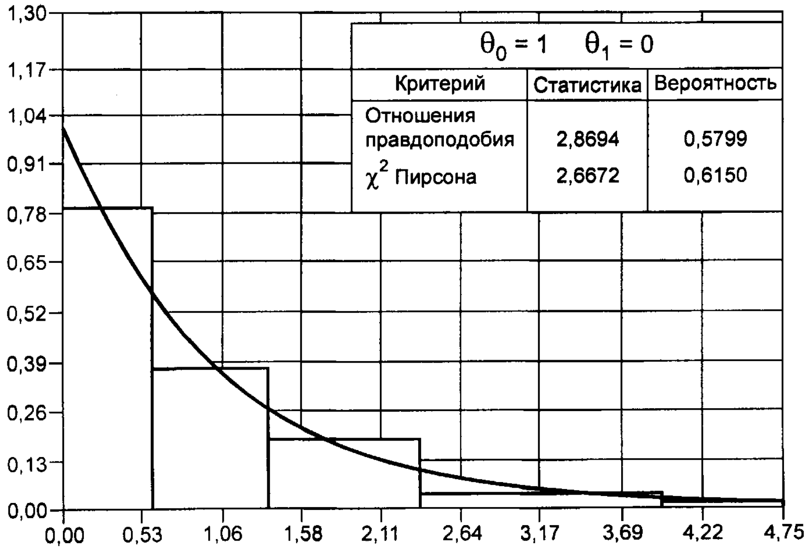

Рисунок 13 — Результаты проверки согласия к примеру 1

Пример 2 Проверяют сложную гипотезу о принадлежности выборки экспоненциальному закону распределения. Упорядоченная выборка объемом 300 наблюдений имеет вид:

0,0204	0,0242	0,0336	0,0342	0,0410	0,0511	0,0539	0,0859	0,0888	0,0925
0,0970	0,0996	0,1006	0,1039	0,1065	0,1067	01158	0,1170	0,1185	0,1188
0,1206	0,1207	0,1215	0,1260	0,1336	0,1336	0,1389	0,1462	0,1518	0,1565
0,1641	0,1664	0,1677	0,1738	0,1785	0,1812	0,1823	0,1889	0,2002	0,2032
0,2042	0,2074	0,2143	0,2221	0,2223	0,2265	0,2299	0,2335	0,2351	0,2408
0,2413	0,2424	0,2566	0,2576	0,2676	0,2697	0,2745	0,2749	0,2766	0,2780
0,2785	0,2826	0,2839	0,2909	0,2936	0,3029	0,3097	0,3251	0,3280	0,3352
0,3593	0,3597	0,3675	0,3688	0,3751	0,3816	0,3831	0,3875	0,3934	0,4049
0,4057	0,4057	0,4127	0,4133	0,4146	0,4212	0,4225	0,4231	0,4236	0,4363
0,4381	0,4414	0,4493	0,4553	0,4649	0,4712	0,4733	0,4798	0,4816	0,4817
0,4837	0,4880	0,4890	0,4917	0,4927	0,4982	0,5044	0,5081	0,5092	0,5135
0,5245	0,5301	0,5350	0,5351	0,5430	0,5432	0,5534	0,5609	0,5636	0,5637
0,5747	0,5806	0,5891	0,5898	0,5926	0,5962	0,6099	0,6137	0,6423	0,6670
0,6696	0,6713	0,6759	0,6885	0,6910	0,6913	0,6990	0,7043	0,7089	0,7150
0,7180	0,7189	0,7197	0,7226	0,7343	0,7530	0,7627	0,7635	0,7639	0,7822
0,7883	0,7889	0,7930	0,7943	0,7972	0,7979	0,8190	0,8191	0,8214	0,8234
0,8289	0,8291	0,8327	0,8382	0,8400	0,8408	0,8466	0,8571	0,8655	0,8679
0,8770	0,8895	0,8898	0,8925	0,8971	0,9041	0,9106	0,9134	0,9216	0,9234
0,9279	0,9395	0,9430	0,9458	0,9550	0,9625	0,9693	0,9792	0,9855	0,9877
1,0074	1,0127	1,0130	1,0172	1,0225	1,0227	1,0254	1,0520	1,0537	1,0720
1,0761	1,1009	1,1041	1,1071	1,1183	1,1586	1,1630	1,1719	1,1766	1,1909
1,1980	1,1986	1,2061	1,2169	1,2240	1,2298	1,2633	1,2698	1,2722	1,2749
1,2990	1,3150	1,3262	1,3345	1,3366	1,3369	1,3409	1,3423	1,3456	1,3501
1,3507	1,3518	1,3765	1,3791	1,3836	1,4011	1,4236	1,4339	1,4583	1,4630
1,4872	1,4935	1,5021	1,5291	1,5326	1,5347	1,5360	1,5503	1,5638	1,5642
1,5727	1,5934	1,6162	1,6165	1,6488	1,6543	1,6668	1,6916	1,7138	1,7300
1,7316	1,7339	1,7905	1,8173	1,8480	1,8725	1,8863	1,9178	1,9426	1,9720
1,9804	2,0209	2,0388	2,0816	2,1159	2,1169	2,1566	2,1732	2,1754	2,2319
2,2391	2,2620	2,3139	2,3222	2,3830	2,4445	2,4560	2,4864	2,5580	2,5796
2,7214	2,7843	3,0117	3,1078	3,1312	3,1805	3,2445	3,4491	3,6123	4,9320

Проверяемая гипотеза $H_0\colon f(x) \in \left\{ f(x,\ \theta) = \theta_0 e^{-\theta_0(x-\theta_1)},\ \ \theta_0 \in (0,\ \infty),\ \theta_1 = 0 \right\}$. При этом θ_0 оценивают по выборке. Оценка максимального правдоподобия $\hat{\theta}_0 = 1{,}066851$. Оптимальные граничные точки в виде $t_i = \theta_0(x_i - \theta_1)$ как и в предыдущем случае берут из таблицы А.1 при $k = 5$: 0,6004; 1,3545; 2,3720; 3,9657. При $\theta_0 = 1{,}066851$ и $\theta_1 = 0$ вычисляют значения $x_i = t_i/\theta_0 + \theta_1$: 0,5628; 1,2696; 2,2234; 3,7172. Вероятности попадания наблюдений в интервал из таблицы А.2: 0,4514; 0,2905; 0,1648; 0,0744; 0,0189. По выборке находят числа наблюдений n_i, попавших в соответствующие интервалы (118, 99, 62, 20, 1). В соответствии с соотношением (1) вычисляют значение статистики $S_{\chi^2} = 11{,}145$.

При справедливости гипотезы H_0 статистика подчиняется χ_3^2 -распределению.

Вероятность

$$P\left\{ S_{\chi^2} > 11{,}145 \right\} = \frac{1}{2^{r/2}\Gamma(r/2)} \int_{11{,}145}^{\infty} s^{r/2-1} e^{-s/2} ds = 0{,}010967.$$

Уже при значениях $\alpha = 0{,}05$ нет оснований для принятия гипотезы H_0, но есть основание проверить и другие распределения. Результаты проверки гипотезы о согласии иллюстрирует рисунок 14.

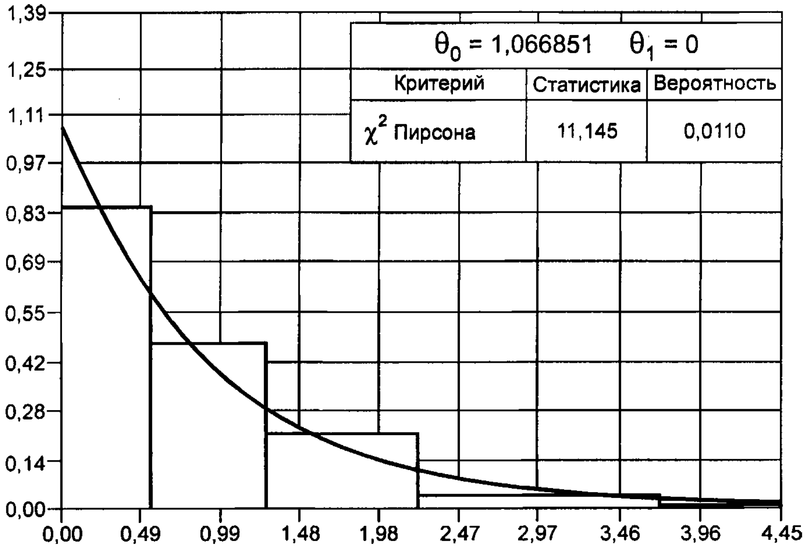

Рисунок 14 — Результаты проверки согласия к примеру 2

Пример 3 Проверяют простую гипотезу о принадлежности выборки нормальному закону распределения. Упорядоченная выборка объемом 300 наблюдений имеет вид:

- 5,1852	- 3,7318	- 3,2899	- 3,1038	- 2,9031	- 2,7243	- 2,7011	- 2,6448	- 2,5168	- 2,4975
- 2,4858	- 2,4268	- 2,1459	- 1,9894	- 1,9467	- 1,9348	- 1,9273	-1,8873	- 1,8383	- 1,8217
- 1,6802	- 1,6713	- 1,6704	- 1,6420	- 1,6322	- 1,6315	- 1,6005	- 1,5491	- 1,5238	- 1,5204
- 1,4727	- 1,4546	- 1,3420	- 1,3233	- 1,3225	- 1,3150	- 1,3097	- 1,2917	- 1,2767	- 1,2046
- 1,1606	- 1,1334	- 1,1259	- 1,0769	- 1,0659	- 1,0446	- 1,0258	- 1,0138	- 1,0077	- 0,9914
- 0,9818	- 0,9546	- 0,9511	- 0,9167	- 0,8927	- 0,8758	- 0,8311	- 0,8302	- 0,8171	- 0,7794
- 0,7571	- 0,7228	- 0,7211	- 0,7064	- 0,6991	- 0,6873	- 0,6743	- 0,6442	- 0,6440	- 0,5798
- 0,5421	- 0,5308	- 0,5108	- 0,4845	- 0,4491	- 0,4294	- 0,4212	- 0,3943	- 0,3251	- 0,2607
- 0,2506	- 0,2351	- 0,2201	- 0,1698	- 0,1326	- 0,1217	- 0,0368	- 0,0194	0,0014	0,0108
0,0470	0,0728	0,0822	0,1281	0,1284	0,1455	0,1498	0,1539	0,1564	0,1895
0,1949	0,2079	0,2402	0,2643	0,2669	0,3104	0,3616	0,3723	0,4415	0,4929
0,5315	0,5318	0,5350	0,5359	0,5396	0,5843	0,5877	0,5944	0,6205	0,6279
0,6345	0,6391	0,6416	0,6445	0,6592	0,6630	0,6990	0,7361	0,7419	0,7426
0,7472	0,7511	0,7658	0,8359	0,8499	0,8681	0,9283	0,9368	0,9504	0,9657

0,9782	1,0158	1,0381	1,0505	1,0702	1,0873	1,0913	1,1313	1,1750	1,1908
1,2197	1,2347	1,2620	1,2799	1,3040	1,3160	1,3186	1,3245	1,3529	1,3729
1,3857	1,3979	1,4047	1,4101	1,4194	1,4485	1,4515	1,4782	1,4850	1,5759
1,6056	1,6076	1,6220	1,6223	1,6311	1,6395	1,6476	1,6610	1,6793	1,6800
1,6908	1,7208	1,7356	1,7358	1,7359	1,7550	1,8296	1,8573	1,8757	1,9448
1,9451	1,9924	2,0045	2,0153	2,0338	2,0400	2,0557	2,1055	2,1161	2,1224
2,1237	2,2229	2,2289	2,2432	2,2600	2,2989	2,3003	2,3088	2,3315	2,3659
2,4024	2,4152	2,4187	2,4600	2,4914	2,5100	2,5145	2,5311	2,5515	2,5706
2,5916	2,6982	2,7127	2,7282	2,7553	2,7778	2,8131	2,8296	2,8364	2,8445
2,8552	2,9012	2,9126	2,9517	3,0283	3,0510	3,1031	3,1199	3,1451	3,1453
3,1539	3,1633	3,2561	3,2995	3,3040	3,3056	3,3152	3,3159	3,3208	3,3567
3,4532	3,5665	3,5775	3,5782	3,5858	3,6054	3,6368	3,6435	3,6630	3,6788
3,6798	3,6985	3,6993	3,7203	3,7421	3,8047	3,8366	3,8389	3,9597	3,9682
3,9784	3,9828	3,9894	4,1512	4,1674	4,1887	4,2089	4,4316	4,4451	4,5262
4,5282	4,5397	4,5459	4,5898	4,6170	4,6560	4,6902	4,7263	4,7912	5,0490
5,1871	5,2678	5,4110	5,5609	5,6245	5,6484	5,6736	5,7743	6,1626	6,2185

Проверяемая гипотеза имеет вид $H_0\colon f(x,\theta) = \frac{1}{\theta_1\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\theta_0)^2/2\theta_1^2}$ при θ_0=1, θ_1=2. Оптимальные граничные точки в виде $t_i = (x_i - \theta_0)/\theta_1$ берут из таблицы А.28 при k = 7 (-2,0600; -1,2647; -0,4918; 0,4918; 1,2647; 2,0600), так как из таблицы А.29 P_kЧn=0,0197Ч300>5. При θ_0 = 1, θ_1=2 x_i принимают значения: -3,12; -1,5294; 0,0164; 1,9836; 3,5294; 5,12. Вероятности попадания наблюдений в интервал из таблицы А.29: 0,0197; 0,0833; 0,2084; 0,3772; 0,2084; 0,0833; 0,0197. По выборке находят количества наблюдений n_i, попавших в соответствующие интервалы (3, 25, 62, 101, 60, 39, 10). В соответствии с соотношением (1) вычисляют значение статистики S_{χ^2} =13,532. При справедливости гипотезы H_0 статистика подчиняется χ_6^2 -распределению. Вероятность $P\{S_{\chi^2} > 13{,}532\} = 0{,}0353$. При значениях уровня значимости α > 0,0353 гипотеза H_0 будет отклонена. Результаты проверки гипотезы о согласии показаны на рисунке 15.

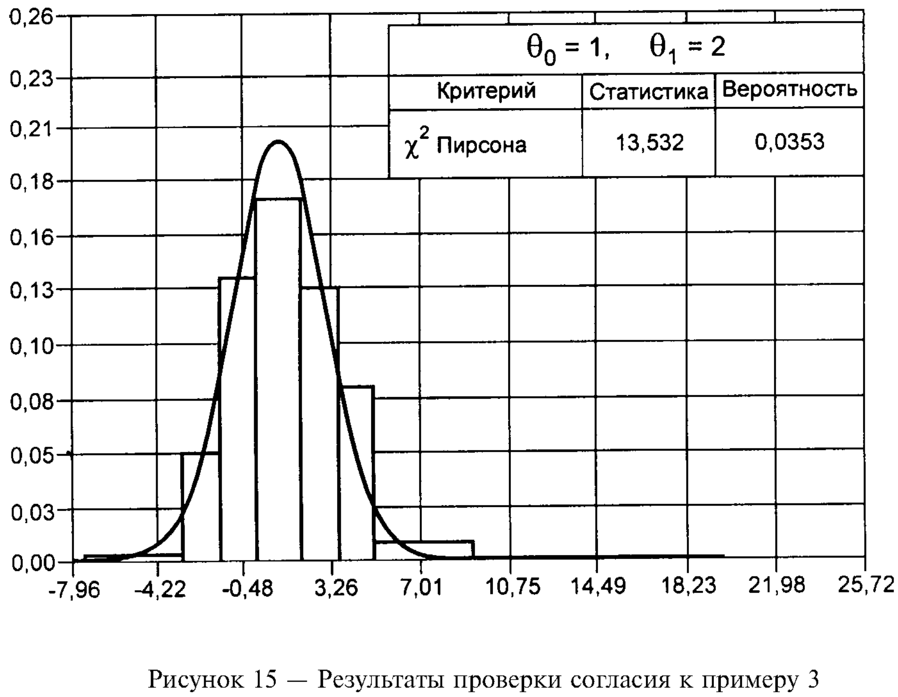

Рисунок 15 — Результаты проверки согласия к примеру 3

Пример 4 Проверяют сложную гипотезу о принадлежности выборки нормальному закону распределения. По выборке оценивают параметр сдвига. Параметр масштаба $\theta_1 = 2$. Выборка из примера 3. Вычисленная по ней оценка максимального правдоподобия параметра сдвига θ_0 = 1,2097. Оставляют $k = 7$, так как из таблицы А.25 P_kЧ n = 0,0536Ч300>15. Оптимальные граничные точки в виде $t_i = (x_i - \theta_0)/\theta_1$ берут из таблицы А.24 (-1,6108; -0,8744; -0,2803; 0,2803; 0,8744; 1,6108). При θ_0=1,2097; θ_1= 2 x_i принимают значения -2,0119; -0,5391; 0,6491; 1,7703; 2,9585; 4,4313. Вероятности попадания наблюдений в интервал из таблицы А.25: 0,0536; 0,1373; 0,1987; 0,2208; 0,1987; 0,1373; 0,0536. По выборке находят числа наблюдений n_i, попавших в соответствующие интервалы (13, 58, 53, 62, 48, 33, 23). В соответствии с соотношением (1) вычисляют значение статистики S_{χ^2} =13,752. При справедливости H_0 статистика приближенно подчиняется χ^2_5-распределению. Вероятность $P\{S_{\chi^2} > 13{,}752\} = 0{,}0173$. При значениях уровня значимости α > 0,0173 гипотеза H_0 будет отклонена. Результаты проверки гипотезы о согласии иллюстрирует рисунок 16.

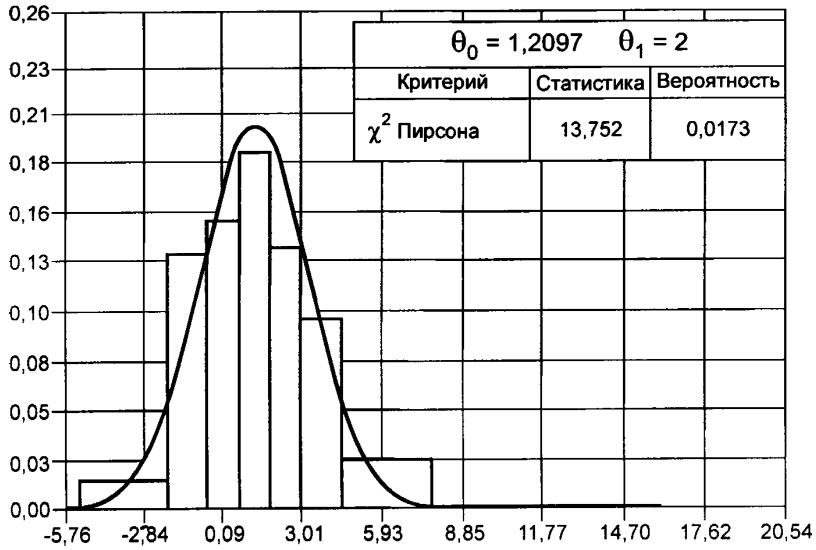

Рисунок 16 — Результаты проверки согласия к примеру 4

Пример 5 Проверяют сложную гипотезу о принадлежности выборки нормальному закону распределения. По выборке оценивают масштабный параметр (стандартное отклонение). Параметр сдвига θ_0 = 1. Выборка из примера 3. Вычисленная по ней оценка максимального правдоподобия параметра масштаба θ_0 = 2,1101. Выбирают $k = 5$, так как из таблицы А.27 P_kЧ n = 0,023Ч300>6 и при большем числе интервалов ожидаемое число попаданий наблюдений в крайние интервалы не превышает 3. Оптимальные граничные точки в виде $t_i = (x_i - \theta_0)/\theta_1$ берут из таблицы А.26: -1,9956; -1,1401; 1,1401; 1,9958. При θ_0=1, θ_1=2,1101 x_i принимают значения -3,21092; -1,40573; 3,405725; 5,211338. Вероятности попадания наблюдений в интервал из таблицы А.27: 0,0230; 0,1041; 0,7458; 0,1041; 0,0230. По выборке находят числа наблюдений n_i, попавших в соответствующие интервалы (3, 29, 221, 41, 9). В соответствии с соотношением (1) вычисляют значение статистики S_{χ^2} =6,1995. При справедливости H_0 статистика приближенно подчиняется χ^2_3-распределению. Вероятность $P\{S_{\chi^2} > 6{,}1995\} = 0{,}1023$. При значениях уровня значимости α < 0,1 нет оснований для отклонения гипотезы H_0. Результаты проверки гипотезы о согласии показаны на рисунке 17.

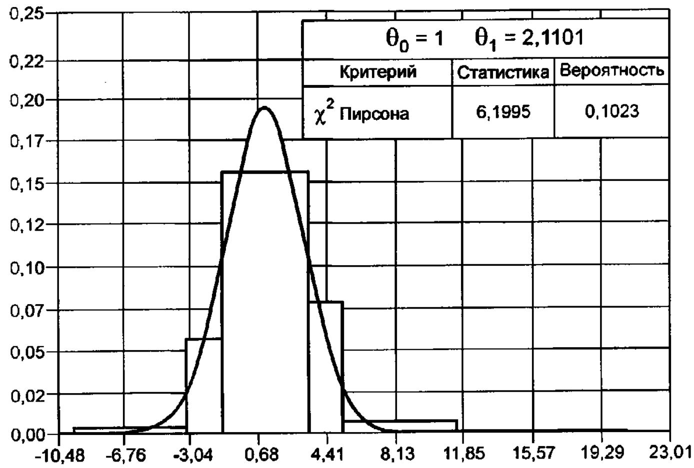

Рисунок 17 — Результаты проверки согласия к примеру 5

Пример 6 Проверяют сложную гипотезу о принадлежности наблюдаемой выборки нормальному закону распределения. Проверяемая гипотеза имеет вид H_0: $f(x) \in \left\{ f(x, \theta) = \frac{1}{\theta_1\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\theta_0)^2/2\theta_1^2}, \ \theta_0 \in (-\infty, \infty), \theta_1 \in (\theta, \infty) \right\}$. По выборке из примера 3 оценивают оба параметра нормального распределения. Оценки максимального правдоподобия параметров при θ_0=1,2097; θ_1=2,1032. Как и в примере 3, оптимальные граничные точки в виде $t_i = (x_i - \theta_0)/\theta_1$ берут из таблицы А.28 при k = 7 (-2,0600; -1,2647; -0,4918; 0,4918; 1,2647; 2,0600), так как из таблицы А.29 P_kЧn = 0,0197Ч300>5. При θ_0=1,2097; θ_1=2,1032 x_i принимают значения -3,1435; -1,4629; 0,1704; 2,2490; 3,8823; 5,5629. Вероятности попадания наблюдений в интервал из таблицы А.29: 0,0197; 0,0833; 0,2084; 0,3772; 0,2084; 0,0833; 0,0197. По выборке находят числа наблюдений n_i, попавших в соответствующие интервалы (3, 29, 67, 105, 64, 26, 6). В соответствии с соотношением (1) вычисляют значение статистики S_{χ^2} =3,2178. При справедливости гипотезы H_0 статистика приближенно подчиняется χ_4^2-распределению. Вычисленное значение вероятности $P\left\{S_{\chi^2} > 3{,}2178\right\} = 0{,}5221$ подтверждает хорошее согласие экспериментальных данных теоретическому распределению по данному критерию. При значениях уровня значимости α < 0,5221 гипотеза H_0 будет принята. Результаты проверки гипотезы о согласии иллюстрирует рисунок 18.

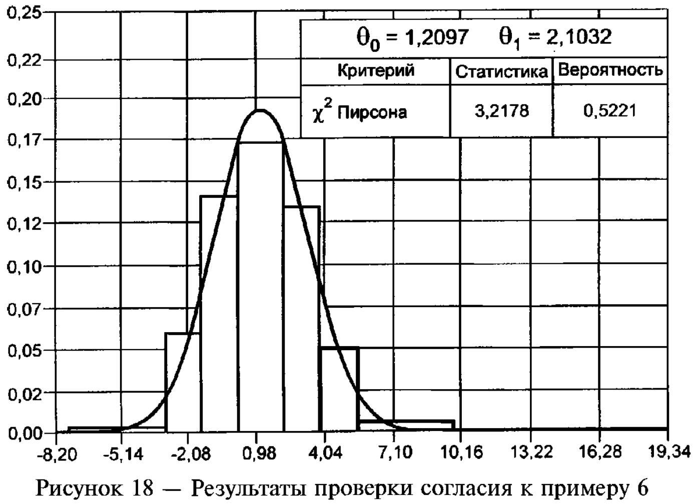

Рисунок 18 — Результаты проверки согласия к примеру 6

Пример 7 Проверяют сложную гипотезу о принадлежности выборки, представленной в примере 2, распределению Вейбулла. Проверяют гипотезу

$$H_0 : f(x) \in \left\{ f(x,\ \theta) = \frac{\theta_0 (x - \theta_2)^{\theta_0 - 1}}{\theta_1^{\theta_0}} \exp\left[-\left(\frac{x - \theta_2}{\theta_1} \right)^{\theta_0} \right],\ \theta_0,\ \theta_1 \in (0,\ \infty),\ \theta_2 = 0 \right\}$$

при оценивании по выборке параметров θ_0 и θ_1 методом максимального правдоподобия. Вычисленные оценки θ_0=1,2585, θ_1=1,0088. Из условия, чтобы ожидаемое число наблюдений, попавших в интервал с наименьшей вероятностью, было не очень малым, по таблице А.23 выбирают k = 6. В этом случае P_k Ч n = 0,0122Ч300>3. Оптимальные граничные точки в виде $t_i = \left[(x_i - \theta_2) / \theta_1 \right]^{\theta_0}$ берут из таблицы А.22: 0,0772; 0,3649; 1,2269; 2,5726; 4,4096. При θ_0=1,2585; θ_1=1,0088; θ_2=0 по значениям t_i определяют $x_i = \theta_2 + \exp\left(\frac{1}{\theta_0} \ln t_i + \ln \theta_1 \right)$: 0,1318; 0,4528; 1,1868; 2,1374; 3,2798. Вероятности попадания наблюдений в интервал из таблицы А.23: 0,0743; 0,2314; 0,4011; 0,2169; 0,0641; 0,0122. По выборке находят числа наблюдений n_i, попавших в соответствующие интервалы (24, 69, 116, 67, 21, 3). Значение статистики S_{χ^2} =0,6207. При справедливости гипотезы H_0 статистика приближенно подчиняется χ_3^2 -распределению. Так как вычисленная вероятность $P\left\{ S_{\chi^2} > 0{,}6207 \right\} = 0{,}8917$, то это свидетельствует об очень хорошем согласии данных с теоретическим распределением. Результаты проверки гипотезы иллюстрирует рисунок 19.

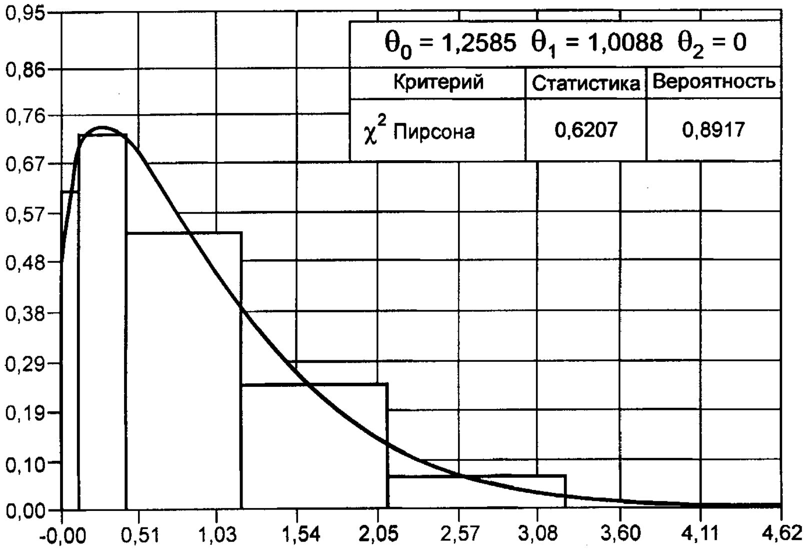

Рисунок 19 — Результаты проверки согласия к примеру 7

3 Порядок применения критериев типа χ^2

3.1 Порядок проверки простой гипотезы

При проверке простой гипотезы о согласии опытного распределения с теоретическим распределением случайной величины X действуют следующим образом.

а) Формулируют проверяемую гипотезу, выбирая теоретическое распределение случайной величины F(x, θ), согласие которого с опытным распределением этой величины следует проверить.

б) Из совокупности отбирают случайную выборку объема N.

в) В зависимости от объема выборки N в соответствии с рекомендациями 2.8 выбирают число интервалов k.

г) Выбирают граничные точки интервалов группирования.

1) Интервалы можно выбирать равной длины, в этом случае необходимо подсчитать число n_i и определить значения вероятностей $P_i(\theta)$.

2) Интервалы можно выбирать равновероятными, тогда $P_i(\theta)=1/k$, но необходимо вычислить значения граничных точек x_i, разделяющих интервалы.

3) Можно разбивать выборку на интервалы в соответствии с асимптотически оптимальным группированием для данного закона распределения (см. 2.9, таблицу 3). Такое разбиение наиболее предпочтительно, так как повышает способность критерия различать близкие гипотезы.

д) После подсчета n_i и $P_i(\theta)$ в соответствии с выбранным критерием проверки вычисляют значение статистики S^* критерия по формуле (1) или (6).

е) В соответствии с χ^2_{k-1}-распределением по формуле (5) вычисляют значение $P\{S>S^*\}$. Если $P\{S>S^*\}>\alpha$, где α — задаваемый уровень значимости, то нет оснований для отклонения проверяемой гипотезы. В противном случае проверяемую гипотезу H_0 отвергают.

Можно вычисленное значение статистики S^* сравнить с критическим значением $S_{r,\alpha}$, где $r=k—1$ — число степеней свободы, определяемым из уравнения $\frac{1}{2^{r/2}\Gamma(r/2)}\int\limits_{S_{r,\alpha}}^{\infty} s^{r/2-1}e^{-s/2}ds=\alpha$.

Значения $S_{r,\alpha}$ приведены в приложении Б. Гипотезу о согласии отвергают, если значение статистики попадает в критическую область, т. е. при $S^*>S_{r,\alpha}$.

3.2 Порядок проверки сложной гипотезы

3.2.1 При проверке сложной гипотезы и вычислении оценок параметров по группированным данным в результате минимизации статистик, задаваемых формулами (1) и (6), или в результате максимизации функции правдоподобия (8) порядок проверки аналогичен случаю простой гипотезы (см. 3.1) с заданием числа степеней свободы $r=k—m—1$, где m — число оцененных по данной выборке параметров. При этом остаются в силе рекомендации по способам группирования.

3.2.2 При проверке сложной гипотезы и вычислении оценок максимального правдоподобия по исходным негруппированным выборочным данным и использовании для проверки гипотезы статистики (11) число степеней свободы предельного распределения $r=k—1$.

3.2.3 При вычислении оценок максимального правдоподобия по исходным негруппированным выборочным данным и применении для проверки гипотезы статистики, определяемой формулой (1) или (6), руководствуются следующими соображениями.

3.2.3.1 Значения $S_{r,\alpha}$ процентных точек χ^2_r-распределения при числе степеней свободы $r=k—m—1$ меньше, чем значения процентных точек действительных предельных распределений статистик (1) и (6) для такой ситуации (см. 2.7). Поэтому, если $S^*<S_{r,\alpha}$, то гипотеза H_0 о согласии при заданном уровне значимости α заведомо не должна быть отвергнута.

3.2.3.2 Значения процентных точек действительных распределений статистик (1) и (6) существенно отличаются от процентных точек χ^2_r-распределения при числе степеней свободы $r=k—m—1$.

При больших значениях S^* вероятности вида $P\{S>S^*\}$, вычисляемые в соответствии с χ^2_r-распределением по формуле (5), достаточно близки к вероятностям $P\{S>S^*\}$, соответствующим действительным распределениям статистик.

При малых значениях S^* вероятности, вычисляемые по формуле (5), много меньше действительных значений $P\{S>S^*\}$ (см. 2.7). Поэтому, если приближенное значение, вычисленное по формуле (5), больше значения α, то заведомо $P\{S>S^*\}>\alpha$ и гипотеза о согласии не должна быть отвергнута.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
(рекомендуемое)

Таблицы асимптотически оптимального группирования наблюдений в критериях согласия типа χ^2

Т а б л и ц а А.1 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании параметра экспоненциального распределения, параметра распределения Парето, масштабного параметра распределения Вейбулла, параметра сдвига распределения наименьшего экстремального значения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	A
2	1,5936	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6476
3	1,0176	2,6112	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8203
4	0,7541	1,7716	3,3652	—	—	—	—	—	—	—	0,8910
5	0,6004	1,3545	2,3720	3,9657	—	—	—	—	—	—	0,9269
6	0,4993	1,0997	1,8538	2,8714	4,4650	—	—	—	—	—	0,9606
7	0,4276	0,9269	1,5273	2,2813	3,2989	4,8925	—	—	—	—	0,9606
8	0,3739	0,8015	1,3008	1,9012	2,6553	3,6729	5,2665	—	—	—	0,9693
9	0,3323	0,7063	1,1338	1,6331	2,2336	2,9876	4,0052	5,5988	—	—	0,9754
10	0,2990	0,6314	1,0053	1,4329	1,9322	2,5326	3,2866	4,3042	5,8979	—	0,9798
11	0,2716	0,5695	0,9014	1,2746	1,7015	2,1989	2,7955	3,5429	4,5480	6,1176	0,9832

Т а б л и ц а А.2 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра экспоненциального распределения, параметра распределения Рэлея, параметра распределения Парето, масштабного параметра распределения Вейбулла, параметра сдвига распределения наименьшего экстремального значения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	A
2	0,7968	0,2032	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6476
3	0,6385	0,2880	0,0735	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8203
4	0,5296	0,3004	0,1355	0,0345	—	—	—	—	—	—	—	0,8911
5	0,4514	0,2905	0,1648	0,0744	0,0189	—	—	—	—	—	—	0,9269
6	0,3930	0,2740	0,1763	0,1000	0,0451	0,0116	—	—	—	—	—	0,9476
7	0,3479	0,2563	0,1787	0,1150	0,0652	0,0294	0,0075	—	—	—	—	0,9606
8	0,3120	0,2394	0,1763	0,1229	0,0791	0,0449	0,0202	0,0052	—	—	—	0,9693
9	0,2827	0,2238	0,1717	0,1265	0,0882	0,0567	0,0322	0,0145	0,0037	—	—	0,9754
10	0,2584	0,2097	0,1659	0,1273	0,0938	0,0654	0,0421	0,0239	0,0107	0,0028	—	0,9798
11	0,2378	0,1964	0,1598	0,1264	0,0971	0,0715	0,0498	0,0322	0,0183	0,0083	0,0024	0,9832

Таблица А.3 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании параметра распределения Рэлея) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	1,7853	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6476
3	1,4266	2,2853	—	—	—	—	—	—	—	0,8203
4	1,2280	1,8823	2,5943	—	—	—	—	—	—	0,8910
5	1,0954	1,6459	2,1781	2,8163	—	—	—	—	—	0,9269
6	0,9993	1,4831	1,9255	2,3964	2,9883	—	—	—	—	0,9476
7	0,9247	1,3615	1,7477	2,1360	2,5686	3,1281	—	—	—	0,9606
8	0,8648	1,2661	1,6130	1,9500	2,3045	2,7103	3,2455	—	—	0,9693
9	0,8152	1,1884	1,5058	1,8073	2,1136	2,4444	2,8303	3,3463	—	0,9754
10	0,7734	1,1237	1,4180	1,6928	1,9658	2,2506	2,5638	2,9340	3,4344	0,9798

Таблица А.4 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании параметра распределения Максвелла) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	2,0451	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6451
3	1,6762	2,5366	—	—	—	—	—	—	—	0,8179
4	1,4689	2,1292	2,8402	—	—	—	—	—	—	0,8892
5	1,3292	1,8879	2,4221	3,0583	—	—	—	—	—	0,9254
6	1,2261	1,7205	2,1667	2,6379	3,2274	—	—	—	—	0,9464
7	1,1458	1,5947	1,9859	2,3759	2,8081	3,3649	—	—	—	0,9596
8	1,0807	1,4952	1,8481	2,1879	2,5431	2,9480	3,4803	—	—	0,9685
9	1,0267	1,4138	1,7377	2,0423	2,3499	2,6803	3,0652	3,5789	—	0,9747
10	0,9798	1,3447	1,6460	1,9252	2,2003	2,4857	2,7984	3,1668	3,6625	0,9792

Таблица А.5 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра распределения Максвелла) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	A
2	0,7576	0,2424	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6451
3	0,5781	0,3296	0,0923	—	—	—	—	—	—	—	0,8179
4	0,4597	0,3310	0,1647	0,0446	—	—	—	—	—	—	0,8892
5	0,3778	0,3097	0,1942	0,0933	0,0250	—	—	—	—	—	0,9254
6	0,3185	0,2837	0,2022	0,1223	0,0579	0,0154	—	—	—	—	0,9464
7	0,2739	0,2585	0,2000	0,1374	0,0818	0,0383	0,0101	—	—	—	0,9596
8	0,2393	0,2357	0,1931	0,1438	0,0971	0,0573	0,0267	0,0070	—	—	0,9685
9	0,2119	0,2155	0,1840	0,1450	0,1063	0,0711	0,0418	0,0194	0,0050	—	0,9747
10	0,1891	0,1978	0,1745	0,1437	0,1112	0,0806	0,0536	0,0313	0,0145	0,0038	0,9792

Т а б л и ц а А.6 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании параметра полунормального распределения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	1,4821	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6523
3	1,1395	1,9952	—	—	—	—	—	—	—	0,8244
4	0,9553	1,5993	2,3124	—	—	—	—	—	—	0,8943
5	0,8355	1,3712	1,9002	2,5407	—	—	—	—	—	0,9295
6	0,7495	1,2163	1,6526	2,1225	2,7173	—	—	—	—	0,9496
7	0,6842	1,1025	1,4797	1,8658	2,3009	2,8632	—	—	—	0,9622
8	0,6277	1,0069	1,3432	1,6751	2,0278	2,4343	2,9742	—	—	0,9706
9	0,5892	0,9409	1,2488	1,5445	1,8503	2,1861	2,5844	3,1015	—	0,9765
10	0,5545	0,8838	1,1682	1,4380	1,7113	2,0012	2,3249	2,6993	3,2125	0,9808

Т а б л и ц а А.7 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании параметра полунормального распределения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	A
2	0,8617	0,1383	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6523
3	0,7455	0,2085	0,0460	—	—	—	—	—	—	—	0,8244
4	0,6606	0,2297	0,0890	0,0207	—	—	—	—	—	—	0,8943
5	0,5966	0,2331	0,1129	0,0463	0,0111	—	—	—	—	—	0,9295
6	0,5464	0,2297	0,1255	0,0646	0,0272	0,0066	—	—	—	—	0,9496
7	0,5061	0,2236	0,1313	0,0769	0,0407	0,0172	0,0042	—	—	—	0,9622
8	0,4698	0,2162	0,1348	0,0853	0,0513	0,0277	0,0120	0,0029	—	—	0,9706
9	0,4443	0,2090	0,1350	0,0893	0,0582	0,0355	0,0190	0,0078	0,0019	—	0,9765
10	0,4208	0,2024	0,1341	0,0923	0,0634	0,0417	0,0253	0,0131	0,0056	0,0013	0,9808

Т а б л и ц а А.8 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 [при оценивании параметра распределения модуля нормальной случайной величины ($m = 4$)] и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	2,2759	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6435
3	1,9011	2,7621	—	—	—	—	—	—	—	0,8164
4	1,6877	2,3523	3,0619	—	—	—	—	—	—	0,8880
5	1,5409	2,1027	2,6375	3,2731	—	—	—	—	—	0,9245
6	1,4320	1,9320	2,3793	2,8420	3,4371	—	—	—	—	0,9456
7	1,3441	1,7985	2,1899	2,5797	3,0076	3,5655	—	—	—	0,9589
8	1,2773	1,6988	2,0537	2,3944	2,7499	3,1553	3,6866	—	—	0,9679
9	1,2376	1,6331	1,9559	2,2567	2,5594	2,8931	3,2773	3,7885	—	0,9742
10	1,1957	1,5742	1,8805	2,1615	2,4364	2,7194	3,0318	3,3999	3,8922	0,9788

Таблица А.9 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 [при оценивании параметра распределения модуля нормальной случайной величины (m = 4)] и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	A
2	0,7306	0,2694	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6435
3	0,5393	0,3546	0,1061	—	—	—	—	—	—	—	0,8164
4	0,4165	0,3467	0,1844	0,0524	—	—	—	—	—	—	0,8880
5	0,3327	0,3153	0,2138	0,1082	0,0300	—	—	—	—	—	0,9245
6	0,2736	0,2830	0,2175	0,1383	0,0688	0,0188	—	—	—	—	0,9456
7	0,2287	0,2519	0,2105	0,1536	0,0953	0,0427	0,0128	—	—	—	0,9589
8	0,1969	0,2260	0,1997	0,1574	0,1110	0,0678	0,0325	0,0087	—	—	0,9679
9	0,1790	0,2060	0,1849	0,1522	0,1163	0,0827	0,0493	0,0234	0,0062	—	0,9742
10	0,1610	0,1905	0,1762	0,1498	0,1187	0,0875	0,0599	0,0355	0,0165	0,0044	0,9788

Таблица А.10 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 [при оценивании параметра распределения модуля нормальной случайной величины (m=5)] и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	2,4851	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6424
3	2,1047	2,9667	—	—	—	—	—	—	—	0,8154
4	1,8861	2,5542	3,2635	—	—	—	—	—	—	0,8871
5	1,7383	2,3089	2,8453	3,4778	—	—	—	—	—	0,9238
6	1,6274	2,1357	2,5880	3,0606	3,6463	—	—	—	—	0,9451
7	1,5434	2,0084	2,4056	2,7983	3,2306	3,7856	—	—	—	0,9585
8	1,4642	1,8929	2,2499	2,5904	2,9449	3,3472	3,8734	—	—	0,9676
9	1,4122	1,8192	2,1563	2,4668	2,7770	3,1092	3,4938	4,0021	—	0,9739
10	1,3523	1,7371	2,0514	2,3376	2,6193	2,9121	3,2278	3,6023	4,1009	0,9786

Таблица А.11 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 [при оценивании параметра распределения модуля нормальной случайной величины (m = 5)] и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	A
2	0,7105	0,2895	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6424
3	0,5106	0,3721	0,1173	—	—	—	—	—	—	—	0,8154
4	0,3853	0,3562	0,1997	0,0588	—	—	—	—	—	—	0,8871
5	0,3033	0,3199	0,2258	0,1175	0,0335	—	—	—	—	—	0,9238
6	0,2460	0,2822	0,2276	0,1489	0,0745	0,0208	—	—	—	—	0,9451
7	0,2059	0,2495	0,2171	0,1617	0,1021	0,0501	0,0136	—	—	—	0,9585
8	0,1711	0,2181	0,2025	0,1653	0,1202	0,0754	0,0371	0,0103	—	—	0,9676
9	0,1501	0,1975	0,1923	0,1620	0,1252	0,0876	0,0532	0,0253	0,0068	—	0,9739
10	0,1277	0,1750	0,1774	0,1580	0,1307	0,0995	0,0675	0,0406	0,0187	0,0049	0,9786

Т а б л и ц а А.12 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 [при оценивании параметра распределения модуля нормальной случайной величины (m = 6)] и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	2,6788	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6416
3	2,2937	3,1562	—	—	—	—	—	—	—	0,8146
4	2,0690	2,7373	3,4474	—	—	—	—	—	—	0,8865
5	1,9209	2,4937	3,0329	3,6644	—	—	—	—	—	0,9233
6	1,8077	2,3206	2,7794	3,2560	3,8376	—	—	—	—	0,9446
7	1,7052	2,1822	2,5885	2,9928	3,4297	3,9772	—	—	—	0,9581
8	1,6448	2,0820	2,4474	2,7948	3,1545	3,5620	4,0856	—	—	0,9673
9	1,5655	1,9772	2,3189	2,6446	2,9689	3,3159	3,7061	4,2064	—	0,9736
10	1,5219	1,9135	2,2322	2,5258	2,8116	3,1058	3,4252	3,7974	4,2833	0,9784

Т а б л и ц а А.13 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 [при оценивании параметра распределения модуля нормальной случайной величины (m = 6)] и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	A
2	0,6951	0,3049	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6416
3	0,4892	0,3845	0,1263	—	—	—	—	—	—	—	0,8146
4	0,3612	0,3611	0,2131	0,0646	—	—	—	—	—	—	0,8865
5	0,2815	0,3194	0,2364	0,1260	0,0367	—	—	—	—	—	0,9233
6	0,2254	0,2791	0,2365	0,1575	0,0790	0,0225	—	—	—	—	0,9446
7	0,1797	0,2456	0,2253	0,1734	0,1085	0,0528	0,0147	—	—	—	0,9581
8	0,1552	0,2133	0,2071	0,1721	0,1255	0,0785	0,0378	0,0105	—	—	0,9673
9	0,1261	0,1850	0,1925	0,1750	0,1371	0,0958	0,0558	0,0256	0,0071	—	0,9736
10	0,1115	0,1661	0,1764	0,1640	0,1369	0,1048	0,0721	0,0429	0,0199	0,0054	0,9784

Т а б л и ц а А.14 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 [при оценивании параметра распределения модуля нормальной случайной величины (m = 7)] и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	2,8592	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6410
3	2,4702	3,3335	—	—	—	—	—	—	—	0,8141
4	2,2424	2,9130	3,6227	—	—	—	—	—	—	0,8861
5	2,0892	2,6637	3,2017	3,8338	—	—	—	—	—	0,9229
6	1,9753	2,4906	2,9522	3,4307	4,0111	—	—	—	—	0,9444
7	1,8697	2,3537	2,7638	3,1754	3,6180	4,1618	—	—	—	0,9579
8	1,8095	2,2496	2,6140	2,9589	3,3148	3,7168	4,2420	—	—	0,9671
9	1,7284	2,1442	2,4877	2,8152	3,1416	3,4897	3,8810	4,3795	—	0,9734
10	1,6738	2,0692	2,3912	2,6935	2,9861	3,2910	3,6147	3,9779	4,4670	0,9782

Таблица А.15 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 [при оценивании параметра распределения модуля нормальной случайной величины (m = 7)] и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	A
2	0,6826	0,3174	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6410
3	0,4720	0,3942	0,1338	—	—	—	—	—	—	—	0,8141
4	0,3435	0,3648	0,2226	0,0691	—	—	—	—	—	—	0,8861
5	0,2631	0,3179	0,2442	0,1347	0,0401	—	—	—	—	—	0,9229
6	0,2090	0,3866	0,1307	0,1653	0,0841	0,0243	—	—	—	—	0,9444
7	0,1643	0,2413	0,2288	0,1816	0,1140	0,0545	0,0155	—	—	—	0,9579
8	0,1414	0,2059	0,2061	0,1758	0,1316	0,0846	0,0426	0,0120	—	—	0,9671
9	0,1138	0,1772	0,1910	0,1787	0,1432	0,1012	0,0597	0,0276	0,0076	—	0,9734
10	0,0972	0,1559	0,1738	0,1702	0,1441	0,1237	0,0645	0,0438	0,0211	0,0057	0,9782

Таблица А.16 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 [при оценивании параметра распределения модуля нормальной случайной величины (m = 8)] и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	3,0289	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6405
3	2,6345	3,4992	—	—	—	—	—	—	—	0,8136
4	2,4103	3,0825	3,7907	—	—	—	—	—	—	0,8857
5	2,2556	2,8342	3,3745	4,0004	—	—	—	—	—	0,9226
6	2,1318	2,6542	3,1120	3,5661	4,1522	—	—	—	—	0,9441
7	2,0383	2,5119	2,9189	3,3178	3,7560	4,3031	—	—	—	0,9577
8	1,9612	2,4048	2,7742	3,1251	3,4917	3,8964	4,4313	—	—	0,9669
9	1,8989	2,3089	2,6432	2,9523	3,2672	3,6044	3,9900	4,4952	—	0,9734
10	1,8477	2,2411	2,5569	2,8434	3,1248	3,4169	3,7366	4,1059	4,5926	0,9781

Таблица А.17— Оптимальные вероятности (частоты) при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 [при оценивании параметра распределения модуля нормальной случайной величины (m = 8)] и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	A
2	0,6722	0,3278	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6405
3	0,4569	0,4024	0,1407	—	—	—	—	—	—	—	0,8136
4	0,3314	0,3668	0,2292	0,0726	—	—	—	—	—	—	0,8857
5	0,2518	0,3179	0,2496	0,1384	0,0423	—	—	—	—	—	0,9226
6	0,1950	0,2732	0,2439	0,1659	0,0944	0,0276	—	—	—	—	0,9441
7	0,1571	0,2303	0,2282	0,1831	0,1223	0,0614	0,0176	—	—	—	0,9577
8	0,1293	0,1992	0,2078	0,1819	0,1390	0,0871	0,0440	0,0117	—	—	0,9669
9	0,1092	0,1691	0,1836	0,1713	0,1460	0,1087	0,0686	0,0339	0,0096	—	0,9734
10	0,0942	0,1506	0,1680	0,1838	0,1215	0,1157	0,0835	0,0511	0,0248	0,0068	0,9781

Т а б л и ц а А.18 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 [при оценивании параметра распределения модуля нормальной случайной величины (m = 9)] и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	3,1896	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6401
3	2,7889	3,6556	—	—	—	—	—	—	—	0,8132
4	2,5681	3,2422	3,9494	—	—	—	—	—	—	0,8854
5	2,4156	2,9987	3,5397	4,1663	—	—	—	—	—	0,9224
6	2,2791	2,7928	3,2466	3,7175	4,2994	—	—	—	—	0,9439
7	2,1972	2,6754	3,0764	3,4674	3,8929	4,4386	—	—	—	0,1576
8	2,1200	2,5657	2,9302	3,2748	3,6274	4,0259	4,5434	—	—	0,9668
9	2,0507	2,4729	2,8164	3,1248	3,4271	3,7451	4,1148	4,6058	—	0,9732
10	2,0025	2,3997	2,7147	2,9993	3,2763	3,5582	3,8621	4,2153	4,6964	0,9780

Т а б л и ц а А.19 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 [при оценивании параметра распределения модуля нормальной случайной величины (m = 9)] и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	A
2	0,6634	0,3366	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6401
3	0,4433	0,4098	0,1469	—	—	—	—	—	—	—	0,8132
4	0,3208	0,3685	0,2349	0,0758	—	—	—	—	—	—	0,8854
5	0,2437	0,3183	0,2529	0,1417	0,0434	—	—	—	—	—	0,9224
6	0,1829	0,2626	0,2459	0,1797	0,0989	0,0300	—	—	—	—	0,9439
7	0,1509	0,2284	0,2251	0,1835	0,1253	0,0669	0,0199	—	—	—	0,9516
8	0,1240	0,1955	0,2041	0,1813	0,1395	0,0929	0,0484	0,0143	—	—	0,9668
9	0,1026	0,1691	0,1873	0,1711	0,1418	0,1067	0,0716	0,0381	0,0117	—	0,9732
10	0,0892	0,1469	0,1651	0,1610	0,1434	0,1158	0,0853	0,0553	0,0293	0,0087	0,9780

Т а б л и ц а А.20 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании основного параметра распределения Вейбулла, масштабного параметра распределения наименьшего экстремального значения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	3,4903	—	—	—	—	—	—	—	—	0,3282
3	0,1418	3,2891	—	—	—	—	—	—	—	0,6518
4	0,1505	2,6936	4,5643	—	—	—	—	—	—	0,7481
5	0,0516	0,2486	2,6173	4,4970	—	—	—	—	—	0,8235
6	0,0535	0,2580	2,3339	3,6005	5,3984	—	—	—	—	0,8639
7	0,0244	0,1154	0,3260	2,2878	3,5602	5,3523	—	—	—	0,8936
8	0,0251	0,1181	0,3342	2,1205	3,1036	4,2984	6,0540	—	—	0,9141
9	0,0136	0,0639	0,1731	0,3843	2,0935	3,0803	4,2767	6,0333	—	0,9288
10	0,0137	0,0649	0,1760	0,3917	1,9766	2,7906	3,7069	4,8673	6,6006	0,9408

Таблица А.21 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании основного параметра распределения Вейбулла, масштабного параметра распределения наименьшего экстремального значения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	A
2	0,9695	0,0305	—	—	—	—	—	—	—	—	0,3282
3	0,1322	0,8305	0,0373	—	—	—	—	—	—	—	0,6518
4	0,1397	0,7927	0,0572	0,0104	—	—	—	—	—	—	0,7481
5	0,0503	0,1698	0,7069	0,0619	0,0111	—	—	—	—	—	0,8235
6	0,0521	0,1753	0,6757	0,0696	0,0228	0,0045	—	—	—	—	0,8639
7	0,0241	0,0949	0,1692	0,6203	0,0731	0,0237	0,0047	—	—	—	0,8936
8	0,0248	0,0866	0,1727	0,5959	0,0751	0,0313	0,0113	0,0023	—	—	0,9141
9	0,0134	0,0465	0,0970	0,1602	0,5576	0,0774	0,0320	0,1115	0,0024	—	0,9288
10	0,0136	0,0492	0,0986	0,1627	0,5374	0,0771	0,0368	0,0169	0,0063	0,0014	0,9408

Таблица А.22 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании двух параметров распределения Вейбулла, двух параметров распределения наименьшего экстремального значения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}	A
3	0,2731	2,6067	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,4079
4	0,2109	1,3979	3,4137	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,5572
5	0,1044	0,5123	1,9590	3,8606	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6836
6	0,0772	0,3649	1,2269	2,5726	4,4096	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,7571
7	0,0501	0,2318	0,6758	1,7192	2,9922	4,7959	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8109
8	0,0377	0,1740	0,4837	1,1904	2,2041	3,4285	5,2049	—	—	—	—	—	—	—	0,8480
9	0,0275	0,1269	0,3431	0,7829	1,6027	2,5713	3,7667	5,5273	—	—	—	—	—	—	0,8756
10	0,0213	0,0988	0,2638	0,5770	1,1805	1,9932	2,9269	4,1024	5,8478	—	—	—	—	—	0,8963
11	0,0165	0,0771	0,2046	0,4359	0,8560	1,5344	2,3192	3,2319	4,3930	6,1270	—	—	—	—	0,9123
12	0,0123	0,0618	0,1638	0,3434	0,6517	1,1789	1,8570	2,6163	3,5103	4,6589	6,3853	—	—	—	0,9248
13	0,0106	0,0500	0,1326	0,2754	0,5106	0,9030	1,4807	2,1401	2,8810	3,7623	4,9016	6,6208	—	—	0,9349
14	0,0087	0,0412	0,1094	0,2261	0,3126	0,7116	1,1798	1,7608	2,4019	3,1286	3,9997	5,1314	6,8444	—	0,9431
15	0,0072	0,0344	0,0913	0,1881	0,3394	0,5734	0,9387	1,4426	2,0116	2,6381	3,3538	4,2169	5,3425	7,0506	0,9498

Т а б л и ц а А.23 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании двух параметров распределения Вейбулла, двух параметров распределения наименьшего экстремального значения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_{14}	P_{15}	A
3	0,2390	0,6872	0,0738	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,4079
4	0,1901	0,5628	0,2142	0,0329	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,5572
5	0,0991	0,3018	0,4581	0,1199	0,0211	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6836
6	0,0743	0,2314	0,4011	0,2169	0,0641	0,0122	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,7572
7	0,0489	0,1581	0,2843	0,3295	0,1290	0,0419	0,0083	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8109
8	0,0370	0,1227	0,2238	0,3124	0,1938	0,0779	0,0269	0,0055	—	—	—	—	—	—	—	0,8480
9	0,0271	0,0921	0,1712	0,2525	0,2557	0,1250	0,0533	0,0191	0,0040	—	—	—	—	—	—	0,8756
10	0,0211	0,0729	0,1379	0,2065	0,2545	0,1708	0,0827	0,0371	0,0136	0,0029	—	—	—	—	—	0,8963
11	0,0164	0,0578	0,1108	0,1683	0,2218	0,2101	0,1164	0,0589	0,0271	0,0102	0,0022	—	—	—	—	0,9123
12	0,0131	0,0468	0,0912	0,1395	0,1882	0,2136	0,1515	0,0830	0,0432	0,0204	0,0078	0,0017	—	—	—	0,9248
13	0,0105	0,0383	0,0754	0,1165	0,1592	0,1947	0,1779	0,1099	0,0615	0,0329	0,0158	0,0061	0,0013	—	—	0,9349
14	0,0087	0,0317	0,0632	0,0988	0,1357	0,1710	0,1836	0,1354	0,0814	0,0467	0,0255	0,0124	0,0048	0,0011	—	0,9431
15	0,0072	0,0266	0,0535	0,0842	0,1163	0,1486	0,1725	0,1548	0,1025	0,0623	0,0365	0,0203	0,0099	0,0039	0,0009	0,9498

Т а б л и ц а А.24 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании математического ожидания нормального распределения, параметра сдвига логарифмически нормальных распределений) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	0,0	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6336
3	-0,6120	0,6120	—	—	—	—	—	—	—	0,8098
4	-0,9816	0,0	0,9816	—	—	—	—	—	—	0,8825
5	-1,2444	-0,3823	0,3823	1,2444	—	—	—	—	—	0,9201
6	-1,4468	-0,6589	0,0	0,6589	1,4468	—	—	—	—	0,9420
7	-1,6108	-0,8744	-0,2803	0,2803	0,8744	1,6108	—	—	—	0,9560
8	-1,7479	-1,0499	-0,5005	0,0	0,5005	1,0499	1,7479	—	—	0,9655
9	-1,8655	-1,1976	-0,6812	-0,2218	0,2218	0,6812	1,1976	1,8655	—	0,9721
10	-1,9682	-1,3246	-0,8338	-0,4047	0,0	0,4047	0,8338	1,3246	1,9682	0,9771

Таблица А.25 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании математического ожидания нормального распределения, параметра сдвига логарифмически нормальных распределений) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	A
2	0,5000	0,5000	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6336
3	0,2703	0,4594	0,2703	—	—	—	—	—	—	—	0,8098
4	0,1631	0,3369	0,3369	0,1631	—	—	—	—	—	—	0,8825
5	0,1067	0,2444	0,2978	0,2444	0,1067	—	—	—	—	—	0,9201
6	0,0740	0,1810	0,2450	0,2450	0,1810	0,0740	—	—	—	—	0,9320
7	0,0536	0,1373	0,1987	0,2208	0,1987	0,1373	0,0536	—	—	—	0,9560
8	0,0403	0,1066	0,1615	0,1916	0,1916	0,1615	0,1066	0,0403	—	—	0,9655
9	0,0310	0,0845	0,1323	0,1644	0,1756	0,1644	0,1323	0,0845	0,0310	—	0,9721
10	0,0245	0,0662	0,1095	0,1406	0,1572	0,1572	0,1406	0,1095	0,0662	0,0245	0,9771

Таблица А.26 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании стандартного отклонения нормального распределения, масштабного параметра логарифмически нормальных распределений) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	-1,5750	—	—	—	—	—	—	—	—	0,3042
	1,5750	—	—	—	—	—	—	—	—	0,3042
3	-1,4821	1,4821	—	—	—	—	—	—	—	0,6522
4	-2,0249	-1,1865	1,4520	—	—	—	—	—	—	0,7358
	-1,4520	1,1855	2,0249	—	—	—	—	—	—	0,7358
5	-1,9956	-1,1401	1,1401	1,9958	—	—	—	—	—	0,8244
6	-2,3269	-1,6190	-0,9837	1,1190	1,9821	—	—	—	—	0,8588
	-1,9821	-1,1190	0,9837	1,6190	2,3269	—	—	—	—	0,8588
7	-2,3130	-1,6002	-0,9558	0,9558	1,6002	2,3130	—	—	—	0,8943
8	-2,5488	-1,9105	-1,3848	-0,8548	0,9400	1,5897	2,3053	—	—	0,9117
	-2,3053	-1,5897	-0,9400	0,8548	1,3848	1,9105	2,5488	—	—	0,9117
9	-2,5408	-1,9003	-1,3715	-0,8355	0,8355	1,3715	1,9003	2,5408	—	0,9294
10	-2,7223	-2,1286	-1,6602	-1,2260	-0,7634	0,8233	1,3632	1,8939	2,5358	0,9394
	-2,5358	-1,8939	-1,3632	-0,8233	0,7634	1,2260	1,6602	2,1286	2,7223	0,9394

Таблица А.27 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании стандартного отклонения нормального распределения, масштабного параметра логарифмически нормальных распределений) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	A
2	0,0576	0,9424	—	—	—	—	—	—	—	—	0,3042
	0,9424	0,0576	—	—	—	—	—	—	—	—	0,3042
3	0,0692	0,8616	0,0692	—	—	—	—	—	—	—	0,6522
4	0,0214	0,0965	0,8089	0,0732	—	—	—	—	—	—	0,7358
	0,0732	0,8089	0,0965	0,0214	—	—	—	—	—	—	0,7358
5	0,0230	0,1041	0,7458	0,1041	0,0230	—	—	—	—	—	0,8244
6	0,0100	0,0427	0,1099	0,7058	0,1079	0,0237	—	—	—	—	0,8588
	0,0237	0,1079	0,7058	0,1099	0,0427	0,0100	—	—	—	—	0,8588
7	0,0104	0,0444	0,1148	0,6608	0,1148	0,0444	0,0104	—	—	—	0,8943
8	0,0054	0,0226	0,0550	0,1133	0,6300	0,1177	0,0454	0,0106	—	—	0,9117
	0,0106	0,0454	0,1177	0,6300	0,1133	0,0550	0,0226	0,0054	—	—	0,9117
9	0,0055	0,0232	0,0564	0,1166	0,5966	0,1166	0,0564	0,0232	0,0055	—	0,9294
10	0,0032	0,0134	0,0318	0,0617	0,1125	0,5722	0,1188	0,0573	0,0235	0,0056	0,9394
	0,0056	0,0235	0,0573	0,1188	0,5722	0,1126	0,0617	0,0318	0,0314	0,0032	0,9394

Таблица А.28 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании двух параметров нормального распределения, двух параметров логарифмически нормальных распределений) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}	A
3	-1,1106	1,1106	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,4065
4	-1,3834	0,0	1,3834	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,5527
5	-1,6961	-0,6894	0,6894	1,6961	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6826
6	-1,8817	-0,9970	0,0	0,9970	1,8817	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,7557
7	-2,0600	-1,2647	-0,4918	0,4918	1,2647	2,0600	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8103
8	-2,1954	-1,4552	-0,7863	0,0	0,7863	1,4552	2,1954	—	—	—	—	—	—	—	0,8474
9	-2,3188	-1,6218	-1,0223	-0,3828	0,3828	1,0223	1,6218	2,3188	—	—	—	—	—	—	0,8753
10	-2,4225	-1,7578	-1,2046	-0,6497	0,0	0,6497	1,2046	1,7578	2,4225	—	—	—	—	—	0,8960
11	-2,5167	-1,8784	-1,3602	-0,8621	-0,3143	0,3143	0,8621	1,3602	1,8784	2,5167	—	—	—	—	0,9121
12	-2,5993	-1,9028	-1,4914	-1,0331	-0,5334	0,0	0,5334	1,0331	1,4914	1,9028	2,5993	—	—	—	0,9247
13	-2,6746	-2,0762	-1,6068	-1,1784	-0,7465	-0,2669	0,2669	0,7465	1,1784	1,6068	2,0762	2,6746	—	—	0,9348
14	-2,7436	-2,1609	-1,7092	-1,3042	-0,9065	-0,4818	0,0	0,4818	0,9065	1,3042	1,7092	2,1609	2,7436	—	0,9430
15	-2,8069	-2,2378	-1,8011	-1,4150	-1,0435	-0,6590	-0,2325	0,2325	0,6590	1,0435	1,4150	1,8011	2,2378	2,8069	0,9498

Т а б л и ц а А.29 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании двух параметров нормального распределения, двух параметров логарифмически нормальных распределений) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_{14}	P_{15}	A
3	0,1334	0,7332	0,1334	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,4065
4	0,0833	0,4167	0,4167	0,0833	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,5527
5	0,0449	0,2004	0,5094	0,2004	0,0449	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6826
6	0,0299	0,1295	0,3406	0,3406	0,1295	0,0299	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,7557
7	0,0197	0,0833	0,2084	0,3772	0,2084	0,0833	0,0197	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8103
8	0,0141	0,0587	0,1431	0,2841	0,2841	0,1431	0,0587	0,0141	—	—	—	—	—	—	—	0,8474
9	0,0102	0,0422	0,1009	0,1976	0,2982	0,1976	0,1009	0,0422	0,0102	—	—	—	—	—	—	0,8753
10	0,0077	0,0317	0,0748	0,1438	0,2420	0,2420	0,1438	0,0748	0,0317	0,0077	—	—	—	—	—	0,8960
11	0,0059	0,0243	0,0567	0,1074	0,1823	0,2468	0,1823	0,1074	0,0567	0,0243	0,0059	—	—	—	—	0,9121
12	0,0047	0,0190	0,0442	0,0829	0,1392	0,2100	0,2100	0,1392	0,0829	0,0442	0,0190	0,0047	—	—	—	0,9247
13	0,0037	0,0152	0,0352	0,0652	0,1085	0,1670	0,2104	0,1670	0,1085	0,0652	0,0352	0,0152	0,0037	—	—	0,9348
14	0,0030	0,0124	0,0283	0,0524	0,0862	0,1327	0,1850	0,1850	0,1327	0,0862	0,0524	0,0283	0,0124	0,0030	—	0,9430
15	0,0025	0,0101	0,0232	0,0427	0,0698	0,1066	0,1532	0,1838	0,1532	0,1066	0,0698	0,0427	0,0232	0,0101	0,0025	0,9498

Т а б л и ц а А.30 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании параметра сдвига распределения наибольшего экстремального значения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	A
2	-0,4660	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6476
3	-0,9598	-0,0174	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8203
4	-1,2135	-0,5719	0,2822	—	—	—	—	—	—	—	0,8910
5	-1,3777	-0,8637	-0,3034	0,5102	—	—	—	—	—	—	0,9269
6	-1,4963	-1,0548	-0,6172	-0,0950	0,6945	—	—	—	—	—	0,9476
7	-1,5877	-1,1936	-0,8247	-0,4235	0,0759	0,8496	—	—	—	—	0,9606
8	-1,6614	-1,3010	-0,9766	-0,6425	-0,2630	0,2213	0,9838	—	—	—	0,9693
9	-1,7226	-1,3876	-1,0945	-0,8036	-0,1256	0,3477	1,0999	—	—	—	0,9754
10	-1,7746	-1,4596	-1,1899	-0,9292	-0,6587	-0,3597	-0,0053	0,4598	1,2073	—	0,9798
11	-1,8112	-1,5147	-1,2649	-1,0280	-0,7880	-0,5315	-0,2426	0,1038	0,5630	1,3034	0,9832

Т а б л и ц а А.31 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании параметра сдвига распределения наибольшего экстремального значения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	A
2	0,2032	0,7968	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6476
3	0,0735	0,2880	0,6385	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8203
4	0,0345	0,1355	0,3004	0,5296	—	—	—	—	—	—	—	0,8911
5	0,0189	0,0744	0,1648	0,2905	0,4514	—	—	—	—	—	—	0,9269
6	0,0116	0,0451	0,1000	0,1763	0,2740	0,3930	—	—	—	—	—	0,9476
7	0,0075	0,0294	0,0652	0,1150	0,1787	0,2563	0,3479	—	—	—	—	0,9606
8	0,0052	0,0202	0,0449	0,0791	0,1229	0,1763	0,2394	0,3120	—	—	—	0,9693
9	0,0037	0,0145	0,0322	0,0567	0,0882	0,1265	0,1717	0,2238	0,2827	—	—	0,9754
10	0,0028	0,0107	0,0239	0,0421	0,0654	0,0938	0,1273	0,1659	0,2097	0,2584	—	0,9798
11	0,0024	0,0083	0,0183	0,0322	0,0498	0,0715	0,0971	0,1264	0,1598	0,1964	0,2378	0,9832

Т а б л и ц а А.32— Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра распределения наибольшего экстремального значения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	A
2	-1,2500	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,3282
3	-1,1906	1,9535	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6518
4	-1,5183	-0,9909	1,8940	—	—	—	—	—	—	—	0,7481
5	-1,5034	-0,9622	1,3919	2,9638	—	—	—	—	—	—	0,8235
6	-1,6852	-1,2811	-0,8475	1,3546	2,9291	—	—	—	—	—	0,8639
7	-1,6788	-1,2709	-0,8295	1,1218	2,1591	3,7091	—	—	—	—	0,8936
8	-1,8007	-1,4582	-1,1326	-0,7516	1,0959	2,1361	3,6862	—	—	—	0,9141
9	-1,7973	-1,4532	-1,1250	-0,7389	0,9564	1,7540	2,7510	4,3053	—	—	0,9288
10	-1,8872	-1,5826	-1,3102	-1,0262	-0,6814	0,9372	1,7374	2,7350	4,2891	—	0,9408
11	-1,8851	-1,5796	-1,3061	-1,0204	-0,6717	0,8425	1,5010	2,2522	3,2414	4,8031	0,9490

Таблица А.33 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра распределения наибольшего экстремального значения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	A
2	0,0305	0,9695	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,3282
3	0,0373	0,8305	0,1322	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6518
4	0,0104	0,0572	0,7927	0,1397	—	—	—	—	—	—	—	0,7481
5	0,0111	0,0619	0,7069	0,1698	0,0503	—	—	—	—	—	—	0,8235
6	0,0045	0,0228	0,0696	0,6756	0,1754	0,0521	—	—	—	—	—	0,8639
7	0,0047	0,0236	0,0727	0,6210	0,1690	0,0848	0,0242	—	—	—	—	0,8936
8	0,0023	0,0112	0,0313	0,0751	0,5959	0,1727	0,0867	0,0248	—	—	—	0,9141
9	0,0024	0,0115	0,0321	0,0773	0,5577	0,1601	0,0971	0,0484	0,0134	—	—	0,9288
10	0,0014	0,0063	0,0169	0,0369	0,0771	0,5374	0,1628	0,0985	0,0492	0,0136	—	0,9408
11	0,0014	0,0064	0,0171	0,0374	0,0788	0,5089	0,1501	0,1000	0,0615	0,0302	0,0082	0,9490

Таблица А.34 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании двух параметров распределения наибольшего экстремального значения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}	A
3	-0,9581	1,2978	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,4079
4	-1,2278	-0,335	1,5562	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,5572
5	-1,3508	-0,6725	0,6688	2,2591	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6836
6	-1,4838	-0,9449	-0,2045	1,0080	2,5608	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,7571
7	-1,5676	-1,096	-0,5419	0,3919	1,4614	2,9934	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8109
8	-1,6496	-1,2321	-0,7903	-0,1743	0,7262	1,7490	3,2777	—	—	—	—	—	—	—	0,8480
9	-1,7097	-1,3265	-0,9444	-0,4717	0,2448	1,0698	2,0644	3,5952	—	—	—	—	—	—	0,8756
10	-1,7660	-1,4115	-1,0740	-0,6897	-0,1659	0,5499	1,3326	2,3149	3,8496	—	—	—	—	—	0,8963
11	-1,8119	-1,4787	-1,1715	-0,8397	-0,4262	0,1576	0,5877	1,5877	2,5639	4,1040	—	—	—	—	0,9123
12	-1,8540	-1,5388	-1,2557	-0,9617	-0,619	-0,1648	0,4282	1,0689	1,8092	2,7833	4,3280	—	—	—	0,9248
13	-1,8902	-1,5896	-1,3250	-1,0581	-0,7608	-0,3925	0,1020	0,6723	1,2894	2,0205	2,9948	4,5454	—	—	0,9349
14	-1,9234	-1,6354	-1,3862	-1,1406	-0,8763	-0,5658	-0,1654	0,3401	0,8852	1,4868	2,2126	3,1883	4,7419	—	0,9431
15	-1,9531	-1,6757	-1,4391	-1,2101	-0,9701	-0,6990	-0,3665	0,0632	0,5564	1,0811	1,6723	2,3949	3,3713	4,9279	0,9498

Т а б л и ц а А.35 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании двух параметров распределения наибольшего экстремального значения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_{14}	P_{15}	A
3	0,0738	0,6872	0,2390	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,4079
4	0,0329	0,2142	0,5628	0,1901	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,5572
5	0,0211	0,1199	0,4581	0,3018	0,0991	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6836
6	0,0122	0,0641	0,2169	0,4011	0,2314	0,0743	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,7571
7	0,0083	0,0419	0,1290	0,3295	0,2843	0,1581	0,0489	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8109
8	0,0055	0,0269	0,0779	0,1938	0,3124	0,2238	0,1227	0,0370	—	—	—	—	—	—	—	0,8480
9	0,0040	0,0191	0,0533	0,1250	0,2557	0,2525	0,1712	0,0921	0,0271	—	—	—	—	—	—	0,8756
10	0,0029	0,0136	0,0371	0,0827	0,1708	0,2545	0,2065	0,1379	0,0729	0,0211	—	—	—	—	—	0,8963
11	0,0022	0,0102	0,0271	0,0589	0,1164	0,2101	0,2218	0,1683	0,1108	0,0578	0,0164	—	—	—	—	0,9123
12	0,0017	0,0078	0,0204	0,0432	0,0830	0,1515	0,2136	0,1882	0,1395	0,0912	0,0463	0,0131	—	—	—	0,9248
13	0,0013	0,0061	0,0158	0,0329	0,0615	0,1099	0,1779	0,1947	0,1592	0,1165	0,0754	0,0383	0,0105	—	—	09349
14	0,0011	0,0048	0,0124	0,0255	0,0467	0,0814	0,1354	0,1836	0,1710	0,1357	0,0988	0,0632	0,0317	0,0087	—	0,9431
15	0,0009	0,0039	0,0099	0,0203	0,0365	0,0623	0,1025	0,1548	0,1725	0,1486	0,1163	0,0842	0,0535	0,0266	0,0072	0,9498

Т а б л и ц а А.36 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра распределения Коши) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	-1,3274	—	—	—	—	—	—	—	—	0,2867
	1,3274	—	—	—	—	—	—	—	—	0,2867
3	-1,0000	1,0000	—	—	—	—	—	—	—	0,8106
4	-0,9597	0,7149	1,5797	—	—	—	—	—	—	0,8630
	-1,5797	-0,7149	0,9597	—	—	—	—	—	—	0,8630
5	-1,5171	-0,6591	0,6591	1,5171	—	—	—	—	—	0,9226
6	-1,4959	-0,6398	0,5438	1,0028	1,9562	—	—	—	—	0,9339
	-1,9562	-1,0228	-0,5438	0,6398	1,4959	—	—	—	—	0,9339
7	-1,9269	-1,0000	-0,5190	0,5190	1,0000	1,9269	—	—	—	0,9582
8	-1,9130	-0,9891	-0,5070	0,4529	0,8015	1,2806	2,2993	—	—	0,9715
	-2,2993	-1,2806	-0,8015	-0,4529	0,5070	0,9801	1,9130	—	—	0,9715
9	-2,2814	-1,2674	-0,7891	-0,4384	0,4384	0,7891	1,2674	2,2814	—	0,9739
10	-2,2712	-1,2600	-0,7819	-0,4300	0,3944	0,6759	1,0078	1,5060	2,6124	0,9780
	-2,6124	-1,5060	-1,0078	-0,6579	-0,3944	0,4300	0,7819	1,2600	2,2712	0,9780
11	-2,6002	-1,4972	-1,0000	-0,6679	-0,3846	0,6679	1,0000	1,4972	2,6002	0,9821

Т а б л и ц а А.37 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра распределения Коши) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	A
2	0,2055	0,7945	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,2867
3	0,7945	0,2055	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,2867
	0,2500	0,5000	0,2500	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8106
4	0,2565	0,4411	0,1228	0,1796	—	—	—	—	—	—	—	0,8630
	0,1796	0,1228	0,4411	0,2565	—	—	—	—	—	—	—	0,8630
5	0,1855	0,1290	0,3710	0,1290	0,1855	—	—	—	—	—	—	0,9226
6	0,1876	0,1312	0,3397	0,0951	0,0960	0,1504	—	—	—	—	—	0,9339
	0,1504	0,0960	0,0951	0,3397	0,1312	0,1876	—	—	—	—	—	0,9339
7	0,1524	0,0976	0,0976	0,3048	0,0976	0,0976	0,1524	—	—	—	—	0,9583
8	0,1533	0,0984	0,0989	0,2848	0,0797	0,0739	0,0804	0,1306	—	—	—	0,9715
	0,1306	0,0804	0,0739	0,7978	0,2848	0,0989	0,0984	0,1533	—	—	—	0,9715
9	0,1315	0,0811	0,0748	0,0811	0,2630	0,0811	0,0748	0,0811	0,1315	—	—	0,9739
10	0,1320	0,0815	0,0753	0,0819	0,2489	0,0696	0,0620	0,0622	0,0702	0,1164	—	0,9780
	0,1164	0,0702	0,0622	0,0620	0,0696	0,2489	0,0819	0,0753	0,0815	0,1320	—	0,9780
11	0,1169	0,0705	0,0626	0,0626	0,0705	0,2338	0,0705	0,0626	0,0626	0,0705	0,1169	0,9821

Т а б л и ц а А.38 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании параметра сдвига распределения Коши) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	A
2	0,0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8106
3	-0,1794	0,1794	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8577
4	-3,2845	-0,2390	0,1570	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8991
	-0,1570	0,2390	3,2845	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8991
5	-3,3338	-0,2137	0,2137	3,3338	—	—	—	—	—	—	—	0,9393
6	-3,1577	-0,3168	0,0	0,3168	0,1577	—	—	—	—	—	—	0,9582
7	-3,0827	-0,3786	-0,1150	0,1150	0,3786	3,0827	—	—	—	—	—	0,9658
8	-5,0956	-2,2911	-0,4018	-0,1275	0,1072	0,3744	3,0863	—	—	—	—	0,9718
	-3,0863	0,3744	-0,1072	0,1275	0,4018	2,2911	5,0965	—	—	—	—	0,9718
9	-5,1041	-2,2961	-0,3972	-0,1196	0,1196	0,3972	2,2961	5,1041	—	—	—	0,9779
10	-5,0213	-2,2496	-0,4445	-0,1991	0,0	0,1991	0,4445	0,4445	2,2496	5,0213	—	0,9821
11	-4,9723	-2,2216	-0,4792	-0,2572	-0,0820	0,0820	0,2572	0,4792	2,2216	4,9723	—	0,9845
12	-4,9357	-2,2027	-0,5059	-0,3020	-0,1433	0,0	0,1433	0,3020	0,5059	2,2027	4,9357	0,9860

Т а б л и ц а А.39 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании параметра сдвига распределения Коши) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	A
2	0,5	0,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8106
3	0,4435	0,1130	0,4435	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8577
4	0,0941	0,3312	0,1243	0,4504	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8991
	0,4504	0,1243	0,3312	0,0941	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8991
5	0,0928	0,3402	0,1340	0,3402	0,0928	—	—	—	—	—	—	—	0,9393
6	0,0976	0,3047	0,0977	0,0977	0,3047	0,0976	—	—	—	—	—	—	0,9582
7	0,0998	02850	0,0788	0,0728	0,0788	0,2850	0,0998	—	—	—	—	—	0,9658
8	0,0617	0,0693	0,2474	0,0812	0,0744	0,0800	0,2863	0,0997	—	—	—	—	0,9718
	0,0997	0,2863	0,0800	0,0744	0,0812	0,2474	0,0693	0,0617	—	—	—	—	0,9718
9	0,0616	0,0691	0,2490	0,0824	0,0758	0,0824	0,2490	0,0691	0,0616	—	—	—	0,9779
10	0,0626	0,0705	0,2338	0,0705	0,0626	0,0626	0,0705	0,2338	0,0705	0,0626	—	—	0,9821
11	0,0632	0,0714	0,2232	0,0621	0,0541	0,0520	0,0541	0,0621	0,2232	0,0714	0,0632	—	0,9845
12	0,0636	0,0721	0,2152	0,0557	0,0481	0,0453	0,0453	0,0481	0,0557	0,2152	0,0721	0,0636	0,9860

Т а б л и ц а А.40— Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании двух параметров распределения Коши) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}	A
3	-0,5773	0,5773	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,4677
4	-1,0000	0,0	1,0000	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6570
5	-1,3764	-0,3249	0,3249	1,3764	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,7659
6	-1,7320	-0,5773	0,0	0,5773	1,7320	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8315
7	-2,0765	-0,7975	-0,2282	0,2282	0,7975	2,0765	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8735
8	-2,4142	-1,0000	-0,4142	0,0	0,4142	1,0000	2,4142	—	—	—	—	—	—	—	0,9018
9	-2,7475	-1,1917	-0,5773	-0,1763	0,1763	0,5773	1,1917	2,7475	—	—	—	—	—	—	0,9217
10	-3,0778	-1,3764	-0,7266	-0,3249	0,0	0,3249	0,7266	1,3764	3,0778	—	—	—	—	—	0,9361
11	-3,4062	-1,5561	-0,8665	-0,4567	-0,1438	0,1438	0,4567	0,8665	1,5561	3,4062	—	—	—	—	0,9469
12	-3,7319	-1,7320	-1,0000	-0,5773	-0,2679	0,0	0,2679	0,5773	1,0000	1,7320	3,7319	—	—	—	0,9552
13	-4,0573	-1,9053	-1,1288	-0,6903	-0,3793	-0,1214	0,1214	0,3793	0,6903	1,1288	1,9053	4,0573	—	—	0,9617
14	-4,3809	-2,0763	-1,2538	-0,7974	-0,4815	-0,2282	0,0	0,2282	0,4815	0,7974	1,2538	2,0763	4,3809	—	0,9669
15	-4,7041	-2,2457	-1,3762	-0,9030	-0,5773	-0,3249	-0,1051	0,1051	0,3249	0,5773	0,9003	1,3762	2,2457	4,7041	0,9711

Т а б л и ц а А.41 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании параметра сдвига логистического распределения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	A
2	0,0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,7500
3	-0,6931	0,6931	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8889
4	-1,0986	0,0	1,0986	—	—	—	—	—	—	—	0,9375
5	-1,3863	-0,4055	0,4055	1,3863	—	—	—	—	—	—	0,9600
6	-1,6094	-0,6931	0,0	0,6931	1,6094	—	—	—	—	—	0,9722
7	-1,7918	-0,9163	-0,2877	0,2877	0,9163	1,7918	—	—	—	—	0,9796
8	-1,9459	-1,0986	-0,5108	0,0	0,5108	1,0986	1,9459	—	—	—	0,9844
9	-2,0794	-1,2528	-0,6931	-0,2231	0,2231	0,6931	1,2528	2,0794	—	—	0,9876
10	-2,1972	-1,3863	-0,8473	-0,4055	0,0	0,4055	0,8473	1,3863	2,1972	—	0,9900
11	-2,3026	-1,5041	-0,9808	-0,5596	-0,1823	0,1823	0,5596	0,9808	1,5041	2,3026	0,9921

Т а б л и ц а А.42 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра логистического распределения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	A
2	-2,3993	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,3074
	2,3993	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,3074
3	-2,1651	2,1651	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6804
4	-3,2424	-1,6762	2,1049	—	—	—	—	—	—	—	0,7618
	-2,1049	1,6267	3,2424	—	—	—	—	—	—	—	0,7618
5	-3,1685	-1,5929	1,5929	3,1385	—	—	—	—	—	—	0,8449
6	-3,9427	-2,4141	-1,3564	1,5566	3,1368	—	—	—	—	—	0,8757
	3,1638	-1,5566	1,3564	2,4141	3,9427	—	—	—	—	—	0,8757
7	-3,9053	-2,3760	-1,3107	1,3107	2,3760	3,9053	—	—	—	—	0,9078
8	-4,5191	-2,9874	-1,9953	-1,1639	1,2856	2,3552	3,8845	—	—	—	0,9233
	-3,8845	-2,3552	-1,2866	1,1639	1,9953	2,9874	4,5191	—	—	—	0,9233
9	-4,4961	-2,9648	-1,9713	-1,1341	1,1341	1,9713	2,9648	4,4961	—	—	0,9391
10	-4,4819	-2,9508	-1,9565	-1,1156	1,0318	1,7314	2,4887	3,4650	5,0067	—	0,9478
	-5,0067	-3,4650	-2,4887	-1,7314	-1,0318	1,1156	1,9565	2,9508	4,4819	—	0,9478
11	-4,9907	-3,4496	-2,4733	-1,7145	-1,0104	1,0104	1,7145	2,4733	3,4496	4,9907	0,9568

Т а б л и ц а А.43 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра логистического распределения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	A
2	0,0832	0,9168	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,3074
	0,9168	0,0832	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,3074
3	0,1029	0,7942	0,1029	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6844
4	0,0376	0,1200	0,7338	0,1086	—	—	—	—	—	—	—	0,7618
	0,1086	0,7338	0,1200	0,0376	—	—	—	—	—	—	—	0,7618
5	0,0404	0,1286	0,6620	0,1286	0,0404	—	—	—	—	—	—	0,8449
6	0,0190	0,0631	0,1227	0,6211	0,1325	0,0416	—	—	—	—	—	0,8757
	0,0416	0,1325	0,6211	0,1227	0,0631	0,0190	—	—	—	—	—	0,8757
7	0,0197	0,0653	0,1274	0,5752	0,1274	0,0653	0,0197	—	—	—	—	0,9078
8	0,0108	0,0372	0,0717	0,1183	0,5454	0,1299	0,0666	0,0201	—	—	—	0,9233
	0,0201	0,0666	0,1299	0,5454	0,1183	0,0717	0,0372	0,0108	—	—	—	0,9233
9	0,0110	0,0380	0,0732	0,1212	0,5132	0,1212	0,0732	0,0380	0,0110	—	—	0,9391
10	0,0066	0,0237	0,0464	0,0737	0,1123	0,4905	0,1230	0,0741	0,0385	0,0112	—	0,9478
	0,0112	0,0385	0,0741	0,1239	0,4905	0,1123	0,0737	0,0464	0,0237	0,0066	—	0,9478
11	0,0068	0,0240	0,0470	0,0748	0,1143	0,4662	0,1143	0,0748	0,0470	0,0240	0,0068	0,9568

Т а б л и ц а А.44 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании двух параметров логистического распределения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}	A
3	-1,1674	1,1674	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,4426
4	-1,9797	0,0	1,9797	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6026
5	-2,5090	-0,8470	0,8470	2,5090	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6861
6	-2,9083	-1,3335	0,0	1,3335	2,9083	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,7890
7	-3,2797	-1,7426	-0,5955	0,5955	1,7426	3,2797	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8369
8	-3,6023	-2,0786	-1,0165	0,0	1,0165	2,0786	3,6023	—	—	—	—	—	—	—	0,8701
9	-3,8981	-2,3777	-1,3604	-0,4631	0,4631	1,3604	2,3777	3,8981	—	—	—	—	—	—	0,8942
10	-4,1665	-2,6442	-1,6512	-0,8235	0,0	0,8235	1,6512	2,6442	4,1665	—	—	—	—	—	0,9123
11	-4,4148	-2,8883	-1,9085	-1,1227	-0,3805	0,3805	1,1227	1,9085	2,8883	4,4148	—	—	—	—	0,9261
12	-4,6437	-3,1123	-2,1394	-1,3798	-0,6929	0,0	0,6929	1,3798	2,1394	3,1123	4,6437	—	—	—	0,9371
13	-4,8577	-3,3212	-2,3511	-1,6081	-0,9580	-0,3225	0,3235	0,9580	1,6081	2,3511	3,3212	4,8577	—	—	0,9457
14	-5,0564	-3,5150	-2,5460	-1,8138	-1,1888	-0,5984	0,0	0,5984	1,1888	1,8138	2,5460	3,5150	5,0564	—	0,9526
15	-5,2452	-3,6987	-2,7289	-2,0032	-1,3953	-0,8364	-0,2818	0,2818	0,8364	1,3953	2,0032	2,4289	3,6987	5,2452	0,9585

Т а б л и ц а А.45 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании двух параметров логистического распределения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_{14}	P_{15}	A
3	0,2373	0,5254	0,2373	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,4426
4	0,1214	0,3786	0,3786	0,1214	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6026
5	0,0752	0,2249	0,3998	0,2249	0,0752	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6861
6	0,0517	0,1568	0,2915	0,2915	0,1568	0,0517	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,7890
7	0,0363	0,1127	0,2064	0,2892	0,2064	0,1127	0,0363	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8369
8	0,0265	0,0847	0,1545	0,2343	0,2343	0,1545	0,0847	0,0265	—	—	—	—	—	—	—	0,8701
9	0,0199	0,0650	0,1193	0,1821	0,2274	0,1821	0,1193	0,0650	0,0199	—	—	—	—	—	—	0,8942
10	0,0153	0,0510	0,0946	0,1441	0,1950	0,1950	0,1441	0,0946	0,0510	0,0153	—	—	—	—	—	0,9123
11	0,0119	0,0408	0,0764	0,1164	0,1605	0,1880	0,1605	0,1164	0,0764	0,0408	0,0119	—	—	—	—	0,9261
12	0,0095	0,0331	0,0627	0,0957	0,1324	0,1666	0,1666	0,1324	0,0957	0,0627	0,0331	0,0095	—	—	—	0,9371
13	0,0077	0,0271	0,0521	0,0799	0,1104	0,1425	0,1606	0,1425	0,1104	0,0799	0,0521	0,0271	0,0077	—	—	0,9457
14	0,0063	0,0226	0,0438	0,0675	0,0933	0,1212	0,1453	0,1453	0,1212	0,0933	0,0675	0,0438	0,0226	0,0063	—	0,9526
15	0,0053	0,0189	0,0371	0,0576	0,0797	0,1037	0,1277	0,1400	0,1277	0,1037	0,0797	0,0576	0,0371	0,0189	0,0053	0,9585

Т а б л и ц а А.46 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра распределения Лапласа) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	1,8416	—	—	—	—	—	—	—	—	0,2920
	-1,8416	—	—	—	—	—	—	—	—	0,2920
3	-1,5936	1,5936	—	—	—	—	—	—	—	0,6476
4	-2,7044	-1,1121	1,5183	—	—	—	—	—	—	0,7303
	-1,5183	1,1121	2,7044	—	—	—	—	—	—	0,7303
5	-2,6112	-1,0176	1,0176	2,6112	—	—	—	—	—	0,8203
6	-2,5670	-0,9745	0,8045	1,8233	3,4173	—	—	—	—	0,8548
	-3,4173	-1,8233	-0,8045	0,9745	2,5670	—	—	—	—	0,8548
7	-3,3652	-1,7716	-0,7544	0,7544	1,7716	3,3652	—	—	—	0,8910
8	-3,3329	-1,7388	-0,7266	0,6311	1,3816	2,3972	3,9879	—	—	0,9087
	-3,9879	-2,3972	-1,3816	-0,6311	0,7266	1,7388	3,3329	—	—	0,9087
9	-3,9657	-2,3720	-1,3545	-0,6004	0,6004	1,3545	2,3720	3,9657	—	0,9269
10	-3,9468	-2,3487	-1,3335	-0,5817	0,5217	1,1246	1,8811	2,9054	4,5228	0,9371
	-4,5228	-2,9054	-1,8811	-1,1246	-0,5217	0,5817	1,3335	2,3487	3,9468	0,9371

Т а б л и ц а А.47 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра распределения Лапласа) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	$\pm t_1$	$\pm t_2$	$\pm t_3$	$\pm t_4$	$\pm t_5$	$\pm t_6$	$\pm t_7$	$\pm t_8$	$\pm t_9$	A
11	±0,4993	±1,0997	±1,8538	±2,8714	±4,4650	—	—	—	—	0,9476
13	±0,4276	±0,9269	±1,5273	±2,2813	±3,2989	±4,8925	—	—	—	0,9606
15	±0,3739	±0,8015	±1,3008	±1,9012	±2,6553	±3,6729	±5,2665	—	—	0,9693
17	±0,3323	±0,7063	±1,1338	±1,6331	±2,2336	±2,9876	±4,0052	±5,5988	—	0,9754
19	±0,2990	±0,6314	±1,0053	±1,4329	±1,9322	±2,5326	±3,2866	±4,3042	±5,8979	0,9798

П р и м е ч а н и е — Граничные точки интервалов симметричны относительно нуля.

Т а б л и ц а А.48 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра распределения Лапласа) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	A
2	0,9207	0,0793	—	—	—	—	—	—	—	—	0,2920
	0,0793	0,9207	—	—	—	—	—	—	—	—	0,2920
3	0,1016	0,7968	0,1016	—	—	—	—	—	—	—	0,6476
4	0,0335	0,1310	0,7260	0,1095	—	—	—	—	—	—	0,7303
	0,1095	0,7260	0,1310	0,0335	—	—	—	—	—	—	0,7303
5	0,0367	0,1440	0,6386	0,1440	0,0367	—	—	—	—	—	0,8203
6	0,0384	0,1503	0,5877	0,1429	0,0643	0,0164	—	—	—	—	0,8548
	0,0164	0,0643	0,1429	0,5877	0,1503	0,0384	—	—	—	—	0,8548
7	0,0173	0,0677	0,1502	0,5296	0,1502	0,0677	0,0173	—	—	—	0,8910
8	0,0179	0,0700	0,1539	0,4922	0,1404	0,0801	0,0362	0,0093	—	—	0,9087
	0,0093	0,0362	0,0801	0,1404	0,4922	0,1593	0,0700	0,0178	—	—	0,9087
9	0,0094	0,0372	0,0824	0,1453	0,4514	0,1453	0,0824	0,0372	0,0094	—	0,9269
10	0,0097	0,0381	0,0840	0,1477	0,4238	0,1344	0,0862	0,0488	0,0219	0,0054	0,9371
	0,0054	0,0219	0,0488	0,0862	0,1344	0,4328	0,1477	0,0840	0,0381	0,0096	0,9371

Т а б л и ц а А.49 — Оптимальные вероятности (частоты) при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра распределения Лапласа) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	A
11	0,3930	0,1370	0,0882	0,0500	0,0225	0,0058	—	—	—	—	0,9476
13	0,3478	0,1282	0,0894	0,0575	0,0326	0,0147	0,0037	—	—	—	0,9606
15	0,3120	0,1197	0,0882	0,0614	0,0396	0,0224	0,0101	0,0026	—	—	0,9693
17	0,2826	0,1119	0,0859	0,0633	0,0441	0,0283	0,0161	0,0073	0,0018	—	0,9754
19	0,2584	0,1049	0,0829	0,0637	0,0469	0,0327	0,0210	0,0119	0,0054	0,0014	0,9798

П р и м е ч а н и е — В таблице приведены значения вероятностей попадания наблюдений в центральный интервал P_0 и в интервалы правее центра: P_1, P_2, . . . Значения вероятностей попадания в интервалы левее центра получаются зеркальным отражением.

Таблица А.50 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра двойного показательного распределения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_i	θ_2										
		0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	t_1	5,9243	3,4910	0,1058	0,0952	0,0864	0,0792	0,0730	0,0679	0,0634	00594	0,0560
	A	0,5239	0,3283	0,5580	0,6494	0,6742	0,6798	0,6795	0,6774	0,6750	0,6725	0,6702
3	t_1	5,7236	3,2901	0,1714	0,1578	0,1458	0,1353	0,1260	0,1178	0,1106	0,1042	0,0984
	t_2	0,1704	0,1417	0,0371	0,0351	0,0330	0,0312	0,0295	0,0279	0,0265	0,0253	0,0242
	A	0,6465	0,6518	0,6790	0,7947	0,8286	0,8384	0,8404	0,8397	0,8382	0,8365	0,8348
4	t_1	8,2073	4,5218	1,9539	0,1979	0,1851	0,1737	0,1630	0,1535	0,1447	0,1369	0,1296
	t_2	4,5709	2,6958	0,1871	0,0737	0,0694	0,0656	0,0620	0,0588	0,0558	0,0530	0,0506
	t_3	0,1986	0,1504	0,0404	0,0166	0,0161	0,0155	0,0149	0,0143	0,0138	0,0133	0,0128
	A	0,7910	0,7481	0,8049	0,8497	0,8879	0,8999	0,9033	0,9036	0,9029	0,9018	0,9006
5	t_1	9,9575	4,5027	1,9227	1,4712	0,2135	0,2012	0,1906	0,1799	0,1709	0,1617	0,1540
	t_2	6,4293	2,6201	0,2361	0,2097	0,1002	0,0950	0,0898	0,0851	0,0810	0,0770	0,0734
	t_3	3,9668	0,2484	0,0860	0,0772	0,0393	0,0378	0,0362	0,0346	0,0331	0,0318	0,0305
	t_4	0,2096	0,0518	0,0189	0,0174	0,0089	0,0088	0,0085	0,0083	0,0081	0,0078	0,0076
	A	0,8484	0,8235	0,8546	0,8919	0,9167	0,9300	0,9343	0,9353	0,9351	0,9344	0,9336
6	t_1	9,8965	5,3402	2,5662	1,4602	0,2346	0,2231	0,2118	0,2007	0,1916	0,1825	0,1738
	t_2	6,3520	3,5979	1,6106	0,2410	0,1257	0,1192	0,1131	0,1071	0,1025	0,0977	0,0931
	t_3	3,8701	2,3295	0,2457	0,1114	0,0622	0,0596	0,0567	0,0540	0,0522	0,0498	0,0476
	t_4	0,3459	0,2582	0,0889	0,0429	0,0245	0,0238	0,0230	0,0221	0,0216	0,0208	0,0199
	t_5	0,0699	0,0533	0,0195	0,0095	0,0055	0,0054	0,0053	0,0051	0,0051	0,0050	0,0048
	A	0,8799	0,8639	0,8891	0,9200	0,9328	0,9469	0,9518	0,9533	0,9534	0,9530	0,9525
7	t_1	11,2128	5,3662	2,5559	1,4460	1,2202	0,2395	0,2292	0,2182	0,2082	0,1988	0,1904
	t_2	7,7564	3,5651	1,5897	0,2642	0,2443	0,1394	0,1332	0,1264	0,1206	0,1150	0,1103
	t_3	5,4226	2,2911	0,2825	0,1393	0,1297	0,0792	0,0762	0,0723	0,0693	0,0662	0,0637
	t_4	3,5152	0,3265	0,1295	0,0676	0,0639	0,0402	0,0391	0,0373	0,0359	0,0345	0,0334
	t_5	0,3610	0,1156	0,0489	0,0260	0,0252	0,0160	0,0158	0,0152	0,0147	0,0142	0,0139
	t_6	0,0727	0,0245	0,0106	0,0057	0,0056	0,0035	0,0035	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032
	A	0,9094	0,8935	0,9141	0,9357	0,9493	0,9574	0,9626	0,9644	0,9648	0,9647	0,9643

Окончание таблицы А.50

k	t_i	θ_2										
		0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	t_1	12,4184	6,0434	2,9963	1,8917	1,2107	0,2534	0,2425	0,2324	0,2216	0,2134	0,2039
	t_2	8,9812	4,2908	2,0838	1,2386	0,2631	0,1575	0,1495	0,1431	0,1359	0,1307	0,1248
	t_3	6,6955	3,0976	1,4411	0,2722	0,1517	0,0974	0,0926	0,0892	0,0843	0,0815	0,0778
	t_4	4,8980	2,1156	0,2887	0,1435	0,0851	0,0565	0,0540	0,0524	0,0495	0,0482	0,0462
	t_5	3,3170	0,3342	0,1321	0,0701	0,0426	0,0287	0,0278	0,0272	0,0257	0,0252	0,0244
	t_6	0,3690	0,1175	0,0499	0,0272	0,0167	0,0113	0,0111	0,0109	0,0104	0,0103	0,0101
	t_7	0,0743	0,0249	0,0109	0,0060	0,0036	0,0025	0,0024	0,0024	0,0023	0,0023	0,0023
	A	0,9261	0,9141	0,9283	0,9477	0,9596	0,9643	0,9698	0,9718	0,9724	0,9724	0,9721
9	t_1	12,2869	6,0573	2,9859	1,8703	1,2022	1,0648	0,2549	0,2449	0,2349	0,2255	0,2148
	t_2	8,8417	4,2945	2,0795	1,2237	0,2765	0,2619	0,1654	0,1574	0,1508	0,1444	0,1370
	t_3	6,5618	3,0962	1,4280	0,2939	0,1697	0,1608	0,1087	0,1037	0,0991	0,0949	0,0897
	t_4	4,7832	2,1001	0,3166	0,1693	0,1038	0,0987	0,0692	0,0661	0,0634	0,0609	0,0574
	t_5	3,2276	0,3840	0,1652	0,0946	0,0593	0,0569	0,0408	0,0391	0,0377	0,0364	0,0343
	t_6	0,4694	0,1733	0,0795	0,0467	0,0296	0,0287	0,0208	0,0202	0,0197	0,0190	0,0180
	t_7	0,1633	0,0642	0,0302	0,0181	0,0114	0,0113	0,0082	0,0080	0,0079	0,0077	0,0073
	t_8	0,0340	0,0136	0,0064	0,0039	0,0025	0,0024	0,0018	0,0018	0,0017	0,0017	0,0016
	A	0,9387	0,9288	0,9425	0,9577	0,9664	0,9713	0,9748	0,9770	0,9777	0,978	0,9777
10	t_1	13,2458	6,6629	2,9794	1,8704	1,1963	1,0539	0,2636	0,2536	0,2457	0,2350	0,2258
	t_2	9,8558	4,9268	2,0697	1,2180	0,2912	0,2787	0,1769	0,1688	0,1637	0,1554	0,1491
	t_3	7,6321	3,7589	1,4116	0,3107	0,1888	0,1807	0,1220	0,1160	0,1127	0,1066	0,1021
	t_4	5,8941	2,8248	0,3426	0,1908	0,1234	0,1185	0,0826	0,0785	0,0766	0,0722	0,0693
	t_5	4,4362	1,9905	0,1972	0,1164	0,0776	0,0748	0,0530	0,0507	0,0494	0,0468	0,0450
	t_6	3,0918	0,3890	0,1090	0,0660	0,0452	0,0438	0,0311	0,0298	0,0294	0,0279	0,0269
	t_7	0,4764	0,1748	0,0533	0,0326	0,0228	0,0222	0,0158	0,0152	0,0151	0,0145	0,0140
	t_8	0,1658	0,0642	0,0202	0,0124	0,0088	0,0087	0,0061	0,0060	0,0060	0,0059	0,0056
	t_9	0,0346	0,0135	0,0043	0,0026	0,0019	0,0019	0,0013	0,0013	0,0013	0,0013	0,0013
	A	0,9493	0,9407	0,9513	0,9642	0,9712	0,9762	0,9784	0,9807	0,9815	0,9817	0,9817

Т а б л и ц а А.51 — Оптимальные частоты при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра двойного показательного распределения)

k	P_i	θ_2										
		0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	P_1	0,0517	0,0305	0,8094	0,7514	0,7078	0,6729	0,6452	0,6216	0,6024	0,5857	0,5710
	P_2	0,9483	0,9695	0,1906	0,2486	0,2922	0,3271	0,3548	0,3784	0,3976	0,4143	0,4290
3	P_1	0,0572	0,0373	0,7098	0,6229	0,5582	0,5084	0,4695	0,4383	0,4129	0,3916	0,3738
	P_2	0,8584	0,8306	0,2187	0,2772	0,3181	0,3472	0,3682	0,3841	0,3956	0,4044	0,4114
	P_3	0,0844	0,1321	0,0715	0,0998	0,1237	0,1444	0,1623	0,1776	0,1913	0,2040	0,2148
4	P_1	0,0165	0,0103	0,0201	0,5522	0,4768	0,4195	0,3760	0,3414	0,3143	0,2917	0,2735
	P_2	0,0878	0,0571	0,6677	0,2494	0,2807	0,3009	0,3134	0,3211	0,3255	0,3288	0,3296
	P_3	0,8012	0,7929	0,2346	0,1497	0,1802	0,2050	0,2250	0,2420	0,2557	0,2669	0,2767
	P_4	0,0945	0,1397	0,0776	0,0487	0,0623	0,0746	0,0856	0,0955	0,1045	0,1126	0,1202
5	P_1	0,0069	0,0111	0,0214	0,0121	0,4258	0,3656	0,3187	0,2839	0,2545	0,2334	0,2144
	P_2	0,0333	0,0617	0,6023	0,5209	0,2440	0,2563	0,2649	0,2672	0,2686	0,2664	0,2658
	P_3	0,0974	0,7073	0,2183	0,2602	0,1849	0,2956	0,2214	0,2340	0,2439	0,2513	0,2571
	P_4	0,7629	0,1694	0,1209	0,1559	0,1103	0,1295	0,1453	0,1587	0,1704	0,1809	0,1896
	P_5	0,0995	0,0505	0,0371	0,0509	0,0350	0,0430	0,0497	0,0562	0,0624	0,0680	0,0731
6	P_1	0,0071	0,0046	0,0059	0,0125	0,3912	0,3277	0,2806	0,2453	0,2159	0,1934	0,1758
	P_2	0,0347	0,0228	0,0340	0,4728	0,2136	0,2232	0,2268	0,2272	0,2245	0,2217	0,2184
	P_3	0,1027	0,0700	0,5718	0,2305	0,1750	0,1913	0,2041	0,2127	0,2182	0,2235	0,2269
	P_4	0,6968	0,6751	0,2254	0,1634	0,1268	0,1446	0,1596	0,1714	0,1830	0,1908	0,1981
	P_5	0,1244	0,1756	0,1246	0,0927	0,0717	0,0856	0,0977	0,1080	0,1185	0,1269	0,1339
	P_6	0,0343	0,0519	0,0383	0,0281	0,0217	0,0266	0,0312	0,0354	0,0399	0,0437	0,0469
7	P_1	0,0037	0,0047	0,0060	0,0131	0,0076	0,3019	0,2528	0,2170	0,1891	0,1670	0,1490
	P_2	0,0170	0,0236	0,0356	0,4396	0,3688	0,1963	0,1970	0,1958	0,1919	0,1882	0,1828
	P_3	0,0458	0,0728	0,5268	0,2058	0,2188	0,1748	0,1833	0,1900	0,1936	0,1959	0,1971
	P_4	0,1051	0,6203	0,2034	0,1579	0,1793	0,1451	0,1579	0,1674	0,1758	0,1820	0,1869
	P_5	0,6632	0,1694	0,1350	0,1085	0,1297	0,1051	0,1187	0,1288	0,1385	0,1467	0,1547
	P_6	0,1295	0,0850	0,0722	0,0582	0,0736	0,0592	0,0693	0,0770	0,0843	0,0909	0,0975
	P_7	0,0357	0,0242	0,0210	0,0169	0,0222	0,0175	0,0210	0,0239	0,0268	0,0293	0,0320

Окончание таблицы А.51

k	P_i	θ_2										
		0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	P_1	0,0020	0,0024	0,0025	0,0034	0,0079	0,2816	0,2334	0,1966	0,1698	0,1465	0,1302
	P_2	0,0092	0,0113	0,0130	0,0209	0,3412	0,1735	0,1744	0,1707	0,1674	0,1619	0,1569
	P_3	0,0239	0,0315	0,0405	0,4176	0,1960	0,1594	0,1659	0,1683	0,1722	0,1718	0,1723
	P_4	0,0512	0,0754	0,5053	0,2083	0,1663	0,1394	0,1494	0,1573	0,1636	0,1681	0,1706
	P_5	0,1041	0,5953	0,2066	0,1602	0,1318	0,1125	0,1232	0,1339	0,1412	0,1488	0,1538
	P_6	0,6411	0,1733	0,1371	0,1111	0,1921	0,0787	0,0891	0,0998	0,1059	0,1143	0,1204
	P_7	0,1320	0,0862	0,0735	0,0607	0,0502	0,0427	0,0500	0,0565	0,0614	0,0677	0,0731
	P_8	0,0365	0,0246	0,0215	0,0178	0,0145	0,0122	0,0146	0,0109	0,0186	0,0209	0,0227
9	P_1	0,0021	0,0023	0,0025	0,0036	0,0082	0,0049	0,2166	0,1801	0,1527	0,1314	0,1167
	P_2	0,0099	0,0113	0,0131	0,0218	0,3227	0,2651	0,1541	0,1521	0,1466	0,1412	0,1374
	P_3	0,0256	0,0316	0,0419	0,3886	0,1763	0,1775	0,1501	0,1517	0,1532	0,1530	0,1537
	P_4	0,0539	0,0772	0,4734	0,1878	0,1530	0,1629	0,1393	0,1458	0,1497	0,1523	0,1555
	P_5	0,1076	0,5587	0,1877	0,1512	0,1285	0,1421	0,1228	0,1308	0,1373	0,1426	0,1465
	P_6	0,5917	0,1597	0,1344	0,1162	0,0995	0,1137	0,0999	0,1075	0,1150	0,1223	0,1257
	P_7	0,1308	0,0970	0,0883	0,0781	0,0672	0,0789	0,0691	0,0774	0,0842	0,0903	0,0945
	P_8	0,0616	0,0487	0,0459	0,0411	0,0348	0,0428	0,0374	0,0423	0,0474	0,0515	0,0538
	P_9	0,0168	0,0135	0,0128	0,0116	0,0098	0,0121	0,0107	0,0123	0,0139	0,0154	0,0162
10	P_1	0,0013	0,0013	0,0026	0,0037	0,0083	0,0052	0,2057	0,1694	0,1401	0,1206	0,1045
	P_2	0,0059	0,0060	0,0133	0,0222	0,3037	0,2430	0,1403	0,1372	0,1299	0,1264	0,1207
	P_3	0,0148	0,0161	0,0435	0,3678	0,1578	0,1570	0,1350	0,1372	0,1359	0,1361	0,1351
	P_4	0,0305	0,0360	0,4446	0,1704	0,1406	0,1478	0,1282	0,1334	0,1360	0,1389	0,1397
	P_5	0,0563	0,0773	0,1702	0,1411	0,1228	0,1348	0,1185	0,1238	0,1319	0,1342	0,1377
	P_6	0,1043	0,5411	0,1300	0,1152	0,1015	0,1155	0,1019	0,1104	0,1166	0,1215	0,1263
	P_7	0,5749	0,1619	0,0947	0,0865	0,0780	0,0914	0,0798	0,0875	0,0955	0,1001	0,1052
	P_8	0,1324	0,0982	0,0615	0,0567	0,0526	0,0628	0,0546	0,0602	0,0673	0,0715	0,0761
	P_9	0,0624	0,0488	0,0310	0,0285	0,0273	0,0332	0,0282	0,0320	0,0364	0,0393	0,0423
	P_{10}	0,0172	0,0133	0,0086	0,0079	0,0074	0,0093	0,0078	0,0089	0,0104	0,0114	0,0124

Таблица А.52 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке простых и сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании двух параметров двойного показательного распределения) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}	A
3	2,6067	0,2731	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,4079
4	3,4137	1,3979	0,2109	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,5572
5	3,8606	1,9590	0,5123	0,1044	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,6836
6	4,4096	2,5726	1,2269	0,3649	0,0772	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,7571
7	4,7959	2,9922	1,7192	0,6758	0,2318	0,0501	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8109
8	5,2049	3,4285	2,2041	1,1904	0,4837	0,1740	0,0377	—	—	—	—	—	—	—	0,8480
9	5,5273	3,7667	2,5713	1,6027	0,7829	0,3431	1,1269	0,0275	—	—	—	—	—	—	0,8756
10	5,8478	4,1024	2,9269	1,9932	1,1805	0,5770	0,2638	0,0988	0,0213	—	—	—	—	—	0,8963
11	6,1270	4,3930	3,2319	2,3192	1,5344	0,8560	0,4359	0,2046	0,0771	0,0165	—	—	—	—	0,9123
12	6,3853	4,6589	3,5103	2,6163	1,8570	1,1789	0,6517	0,3434	0,1638	0,0618	0,0123	—	—	—	0,9248
13	6,6208	4,9016	3,7623	2,8810	2,1401	1,4807	0,9030	0,5106	0,2754	0,1326	0,0500	0,0106	—	—	0,9349
14	6,8444	5,1314	3,9997	3,1286	2,4019	1,7608	1,1798	0,7116	0,3126	0,2261	0,1094	0,0412	0,0087	—	0,9431
15	7,0506	5,3425	4,2169	3,3538	2,6381	2,0116	1,4426	0,9387	0,5734	0,3394	0,1881	0,0913	0,0344	0,0072	0,9498

Таблица А.53 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании основного параметра θ_0 гамма-распределения в зависимости от его значений) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	t_1	0,0001	0,0015	0,0513	0,1847	0,3697	1,2770	2,2507	3,2389	4,2389	5,2276	6,2246	7,2223	8,2209
	A	0,5582	0,6349	0,6241	0,6213	0,6217	0,6266	0,6295	0,6312	0,6312	0,6330	0,6335	0,6342	0,6342
3	t_1	0,0001	0,0001	0,0072	0,0486	0,1320	0,7104	1,4483	2,2477	3,0797	3,9331	4,7998	5,6776	6,5651
	t_2	0,0107	0,0119	0,1849	0,4548	0,7585	2,0041	3,2128	4,3894	5,5430	6,6830	7,8083	8,9249	10,0345
	A	0,5899	0,8030	0,8016	0,7994	0,7993	0,8024	0,8045	0,8058	0,8065	0,8071	0,8075	0,8077	0,8080
4	t_1	0,0001	0,0001	0,0017	0,0183	0,0628	0,4750	1,0777	1,7666	2,5032	3,2712	4,0605	4,8667	5,6859
	t_2	0,0024	0,0046	0,0407	0,1593	0,3309	1,2132	2,1777	3,1630	4,1555	5,1501	6,1471	7,1423	8,1399
	t_3	0,0598	0,1029	0,3422	0,7193	1,1017	2,5616	3,9121	5,2047	6,4588	7,6841	8,8927	10,0770	11,2527
	A	0,5964	0,8594	0,8771	0,8754	0,8753	0,8772	0,8787	0,8796	0,8801	0,8805	0,8808	0,8810	0,8812
5	t_1	0,0001	0,0001	0,0005	0,0085	0,0354	0,3472	0,8613	1,4748	2,1424	2,8509	3,5885	4,3438	5,1164
	t_2	0,0010	0,0021	0,0128	0,0721	0,1805	0,8501	1,6675	2,5337	3,4201	4,3267	5,2437	6,1642	7,0915
	t_3	0,0117	0,0325	0,1009	0,2965	0,5452	1,6339	2,7524	3,8565	4,9443	6,0309	7,1122	8,1814	9,2491
	t_4	0,1236	0,2779	0,5111	0,9639	1,4159	3,0120	4,4759	5,8487	7,1625	8,4527	9,7195	10,9557	12,1801
	A	0,5987	0,8786	0,9162	0,9150	0,9148	0,9161	0,9172	0,9179	0,9183	0,9186	0,9188	0,9189	0,9191

Продолжение таблицы А.53

k	t_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	t_1	0,0001	0,0001	0,0002	0,0044	0,0215	0,2687	0,7181	1,2744	1,8922	2,5580	3,2519	3,9678	4,7046
	t_2	0,0007	0,0013	0,0053	0,0374	0,1083	0,6423	1,3543	2,1362	2,9496	3,7960	4,6533	5,5169	6,3949
	t_3	0,0067	0,0133	0,0412	0,1497	0,3154	1,1836	2,1466	3,1328	4,1173	5,1224	6,1180	7,1093	8,1070
	t_4	0,0496	0,0894	0,1930	0,4426	0,7422	1,9977	3,2241	4,4200	5,5757	6,7415	7,8782	8,9940	10,1176
	t_5	0,3139	0,4711	0,7737	1,1900	1,6659	3,3991	4,9418	6,3832	7,7412	9,1011	10,4031	11,6661	12,9383
	A	0,5998	0,8879	0,9389	0,9383	0,9381	0,9390	0,9399	0,9403	0,9407	0,9409	0,9410	0,9412	0,9412
7	t_1	0,0001	0,0001	0,0001	0,0026	0,0146	0,2171	0,6186	1,1309	1,7093	2,3332	2,9988	3,6820	4,3897
	t_2	0,0005	0,0008	0,0031	0,0218	0,0731	0,5102	1,1471	1,8632	2,6240	3,4080	4,2263	5,0457	5,8840
	t_3	0,0030	0,0055	0,0243	0,0864	0,2092	0,9178	1,7754	2,6727	3,5869	4,5057	5,4518	6,3835	7,3311
	t_4	0,0161	0,0281	0,1128	0,2461	0,4752	1,4858	2,5661	3,6407	4,7026	5,7498	6,8211	7,8579	8,9109
	t_5	0,0785	0,1281	0,4070	0,6139	0,9682	2,3185	3,6392	4,9055	6,1241	7,3089	8,5154	9,6612	10,8234
	t_6	0,3641	0,5483	1,1660	1,4213	1,9761	3,7328	5,3499	6,8529	8,2562	9,6122	10,9755	12,2600	13,5624
	A	0,6004	0,8935	0,9521	0,9531	0,9529	0,9535	0,9543	0,9547	0,9549	0,9551	0,9552	0,9553	0,9554
8	t_1	0,0001	0,0001	0,0001	0,0016	0,0098	0,1784	0,5404	1,0152	1,5649	2,1542	2,7984	3,4508	4,1331
	t_2	0,0004	0,0005	0,0011	0,0131	0,0489	0,4155	0,9904	1,6520	2,3718	3,1110	3,9004	4,6821	5,4852
	t_3	0,0019	0,0030	0,0073	0,0515	0,1381	0,7355	1,5094	2,3329	3,1953	4,0582	4,9692	5,8519	6,7541
	t_4	0,0088	0,0137	0,0305	0,1450	0,3061	1,1623	2,1332	3,1107	4,1077	5,0847	6,1093	7,0845	8,0765
	t_5	0,0364	0,0540	0,1008	0,3414	0,5997	1,7435	2,9199	4,0545	5,1847	6,2784	7,4181	8,4880	9,5668
	t_6	0,1372	0,1911	0,2947	0,7368	1,1125	2,5864	3,9929	5,3042	6,5736	7,7931	9,0609	10,2371	11,4088
	t_7	0,5132	0,6608	0,8568	1,6048	2,1277	4,0015	5,7046	7,2378	8,6726	10,0464	11,4837	12,7955	14,0743
	A	0,6008	0,8968	0,9632	0,9631	0,9630	0,9634	0,9641	0,9644	0,9646	0,9647	0,9648	0,9649	0,9650
9	t_1	0,0001	0,0001	0,0001	0,0013	0,0070	0,1530	0,4820	0,9280	1,4472	2,0142	2,6267	3,2788	3,9300
	t_2	0,0004	0,0006	0,0012	0,0109	0,0348	0,3528	0,8748	1,4972	2,1744	2,8840	3,6306	4,4127	5,1757
	t_3	0,0020	0,0035	0,0085	0,0426	0,0979	0,6176	1,3174	2,0917	2,8984	3,7253	4,5811	5,4663	6,3141
	t_4	0,0088	0,0162	0,0359	0,1181	0,2136	0,9611	1,8339	2,7493	3,6755	4,6078	5,5630	6,5453	7,4689
	t_5	0,0338	0,0579	0,1080	0,2673	0,4088	1,4083	2,4560	3,5096	4,5561	5,5877	6,6434	7,7191	8,7179
	t_6	0,1045	0,1629	0,2658	0,5513	0,7273	2,0082	3,2445	4,4375	5,6109	6,7483	7,9071	9,0767	10,1554
	t_7	0,2544	0,3677	0,6014	1,1038	1,2617	2,8682	4,3192	5,6654	6,9793	8,2363	9,5076	10,7895	11,9544
	t_8	0,7853	0,9597	1,3541	1,9491	2,3730	4,2945	6,0374	7,5654	9,0699	10,4673	11,8848	13,3029	14,5811
	A	0,6010	0,8983	0,9694	0,9696	0,9701	0,9704	0,9710	0,9713	0,9714	0,9715	0,9716	0,9717	0,9717

Окончание таблицы А.53

k	t_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	t_1	0,0001	0,0001	0,0001	0,0008	0,0057	0,1286	0,4338	0,8578	1,3486	1,9032	2,4925	3,1060	3,7579
	t_2	0,0003	0,0003	0,0006	0,0066	0,0283	0,2949	0,7825	1,3747	2,0130	2,7092	3,4238	4,1501	4,9167
	t_3	0,0016	0,0012	0,0026	0,0256	0,0795	0,5129	1,1686	1,9036	2,6636	3,4726	4,2864	5,1051	5,9607
	t_4	0,0064	0,0042	0,0090	0,0708	0,1728	0,7908	1,6095	2,4773	3,3469	4,2579	5,1601	6,0628	6,9967
	t_5	0,0234	0,0130	0,0261	0,1615	0,3261	1,1420	2,1240	3,1212	4,0977	5,1035	6,0920	7,0735	8,0841
	t_6	0,0744	0,0370	0,0676	0,3289	0,5665	1,5937	2,7466	3,8739	4,9577	6,0581	7,1346	8,1975	9,2821
	t_7	0,2103	0,0994	0,1652	0,6304	0,9409	2,1950	3,5364	4,8009	5,9965	7,1919	8,3648	9,5131	10,6742
	t_8	0,4568	0,2598	0,3972	1,1740	1,5499	3,0541	4,6113	6,0295	7,3547	8,6527	9,9446	11,1855	12,4307
	t_9	1,0251	0,7082	1,0120	2,5526	2,7021	4,4768	6,3189	7,9303	9,4257	10,8507	12,3101	13,6776	15,0095
	A	0,6011	0,9003	0,9734	0,9747	0,9754	0,9755	0,9761	0,9763	0,9765	0,9766	0,9766	0,9767	0,9767

Т а б л и ц а А.54 — Оптимальные вероятности (частоты) интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании основного параметра θ_0 гамма-распределения в зависимости от его значений) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	P_1	0,4185	0,2171	0,2513	0,2837	0,3091	0,3650	0,3908	0,4061	0,4177	0,4239	0,4297	0,4344	0,4383
	P_2	0,5815	0,7829	0,7487	0,7163	0,6909	0,6350	0,6092	0,5939	0,5823	0,5761	0,5703	0,5656	0,5617
3	P_1	0,4185	0,1103	0,0955	0,1103	0,1237	0,1594	0,1783	0,1901	0,1983	0,2045	0,2092	0,2130	0,2162
	P_2	0,2487	0,2533	0,3614	0,3901	0,4080	0,4357	0,4445	0,4486	0,4508	0,4525	0,4535	0,4543	0,4548
	P_3	0,3329	0,6365	0,5431	0,4996	0,4684	0,4049	0,3772	0,3613	0,3509	0,3430	0,3373	0,3328	0,3289
4	P_1	0,4185	0,1103	0,0465	0,0537	0,0609	0,0827	0,0951	0,1034	0,1092	0,1137	0,1171	0,1198	0,1221
	P_2	0,1564	0,1767	0,1781	0,2028	0,2209	0,2594	0,2762	0,2858	0,2923	0,2967	0,3002	0,3027	0,3049
	P_3	0,2140	0,3253	0,3673	0,3821	0,3860	0,3830	0,3774	0,3733	0,3702	0,3677	0,3660	0,3642	0,3627
	P_4	0,2111	0,3876	0,4081	0,3614	0,3323	0,2749	0,2513	0,2375	0,2283	0,2219	0,2167	0,2134	0,2103
5	P_1	0,4185	0,1103	0,0252	0,0303	0,0348	0,0480	0,0566	0,0625	0,0664	0,0696	0,0723	0,0743	0,0760
	P_2	0,1083	0,1258	0,1019	0,1165	0,1304	0,1613	0,1776	0,1871	0,1931	0,1981	0,2019	0,2046	0,2070
	P_3	0,1462	0,2293	0,2196	0,2397	0,2551	0,2766	0,2849	0,2884	0,2901	0,2915	0,2926	0,2931	0,2938
	P_4	0,1705	0,2943	0,3413	0,3424	0,3370	0,3167	0,3046	0,2968	0,2916	0,2875	0,2843	0,2819	0,2797
	P_5	0,1565	0,2403	0,3120	0,2711	0,2427	0,1974	0,1763	0,1652	0,1587	0,1532	0,1488	0,1461	0,1436

Продолжение таблицы А.54

k	P_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	P_1	0,4185	0,1103	0,0160	0,0186	0,0213	0,0302	0,0364	0,0406	0,0435	0,0460	0,0478	0,0492	0,0505
	P_2	0,0899	0,0991	0,0660	0,0725	0,0814	0,1058	0,1192	0,1277	0,1329	0,1378	0,1412	0,1434	0,1456
	P_3	0,1285	0,1642	0,1439	0,1548	0,1679	0,1954	0,2074	0,2142	0,2177	0,2217	0,2236	0,2250	0,2263
	P_4	0,1381	0,2191	0,2397	0,2468	0,2534	0,2619	0,2622	0,2615	0,2601	0,2596	0,2589	0,2578	0,2579
	P_5	0,1365	0,2453	0,3209	0,2982	0,2870	0,2597	0,2453	0,2358	0,2304	0,2252	0,2218	0,2195	0,2171
	P_6	0,0885	0,1619	0,2125	0,2092	0,1890	0,1469	0,1296	0,1201	0,1154	0,1097	0,1067	0,1051	0,1026
7	P_1	0,4185	0,1103	0,0113	0,0125	0,0145	0,0204	0,0250	0,0281	0,0302	0,0318	0,0334	0,0344	0,0354
	P_2	0,0731	0,0752	0,0515	0,0486	0,0560	0,0729	0,0843	0,0910	0,0958	0,0987	0,1021	0,1038	0,1057
	P_3	0,0963	0,1146	0,1117	0,1060	0,1183	0,1407	0,1536	0,1608	0,1651	0,1676	0,1708	0,1721	0,1740
	P_4	0,1067	0,1491	0,1907	0,1759	0,1895	0,2034	0,2102	0,2135	0,2148	0,2153	0,2169	0,2167	0,2176
	P_5	0,1147	0,1945	0,2679	0,2466	0,2420	0,2360	0,2311	0,2281	0,2253	0,2236	0,2222	0,2207	0,2194
	P_6	0,1122	0,2156	0,2402	0,2492	0,2412	0,2134	0,1978	0,1888	01829	0,1798	0,1749	0,1736	0,1714
	P_7	0,0786	0,1407	0,1267	0,1612	0,1386	0,1132	0,0981	0,0898	0,0859	0,0833	0,0796	0,0787	0,0767
8	P_1	0,4185	0,1103	0,0113	0,0087	0,0098	0,0141	0,0176	0,0199	0,0218	0,0228	0,0243	0,0249	0,0256
	P_2	0,0622	0,0546	0,0261	0,0332	0,0380	0,0516	0,0609	0,0662	0,0706	0,0727	0,0762	0,0775	0,0788
	P_3	0,0810	0,0931	0,0588	0,0732	0,0813	0,1025	0,1150	0,1212	0,1262	0,1285	0,1328	0,1336	0,1351
	P_4	0,0926	0,1184	0,0989	0,1254	0,1347	0,1555	0,1658	0,1702	0,1736	0,1749	0,1779	0,1780	0,1787
	P_5	0,0979	0,1498	0,1515	0,1815	0,1873	0,1964	01993	0,1996	0,1991	0,1990	0,1993	0,1990	0,1982
	P_6	0,0992	0,1768	0,2108	0,2241	0,2202	0,2098	0,2022	0,1980	0,1931	0,1911	0,1882	0,1875	0,1859
	P_7	0,0915	0,1811	0,2521	0,2226	0,2096	0,1786	0,1626	0,1547	0,1485	0,1456	0,1405	0,1396	0,1379
	P_8	0,0571	0,1159	0,1905	0,1314	0,1191	0,0915	0,0765	0,0702	0,0671	0,0654	0,0608	0,0601	0,0598
9	P_1	0,4185	0,1103	0,0113	0,0074	0,0070	0,0106	0,0131	0,0149	0,0162	0,0171	0,0180	0,0191	0,0194
	P_2	0,0622	0,0623	0,0278	0,0291	0,0272	0,0388	0,0457	0,0504	0,0536	0,0556	0,0578	0,0604	0,0608
	P_3	0,0839	0,0955	0,0647	0,0637	0,0591	0,0784	0,0881	0,0945	0,0982	0,1009	0,1037	0,1068	0,1067
	P_4	0,0898	0,1242	0,1075	0,1083	0,0991	0,1222	0,1316	0,1370	0,1401	0,1420	0,1444	0,1475	0,1469
	P_5	0,0926	0,1427	0,1466	0,1533	0,1432	0,1611	0,1664	0,1686	0,1705	0,1705	0,1720	0,1733	0,1729
	P_6	0,0840	0,1440	0,1762	0,1952	0,1812	0,1852	0,1845	0,1816	0,1810	0,1799	0,1792	0,1778	0,1778
	P_7	0,0659	0,1228	0,1932	0,2122	0,2000	0,1841	0,1757	0,1693	0,1656	0,1635	0,1605	0,1577	0,1576
	P_8	0,0687	0,1260	0,1729	0,1409	0,1900	0,1475	0,1346	0,1270	0,1222	0,1192	0,1155	0,1112	0,1116
	P_9	0,0345	0,0722	0,0998	0,0899	0,0932	0,0722	0,0603	0,0567	0,0527	0,0513	0,0488	0,0461	0,0464

Окончание таблицы А.54

k	P_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	P_1	0,4185	0,1103	0,0113	0,0052	0,0057	0,0076	0,0099	0,0115	0,0123	0,0133	0,0140	0,0144	0,0150
	P_2	0,0486	0,0349	0,0164	0,0199	0,0222	0,0282	0,0351	0,0394	0,0415	0,0442	0,0456	0,0462	0,0478
	P_3	0,0850	0,0601	0,0299	0,0438	0,0485	0,0583	0,0688	0,0750	0,0779	0,0813	0,0830	0,0840	0,0859
	P_4	0,0818	0,0753	0,0492	0,0760	0,0823	0,0938	0,1053	0,1117	0,1143	0,1176	0,1190	0,1201	0,1217
	P_5	0,0866	0,0909	0,0740	0,1140	0,1196	0,1284	0,1377	0,1423	0,1442	0,1458	0,1469	0,1475	0,1487
	P_6	0,0847	0,1088	0,1062	0,1534	0,1542	0,1567	0,1609	0,1616	0,1618	0,1614	0,1617	0,1620	0,1617
	P_7	0,0778	0,1272	0,1477	0,1854	0,1772	0,1712	0,1681	0,1644	0,1624	0,1595	0,1590	0,1584	0,1569
	P_8	0,0528	0,1420	0,1927	0,1892	0,1780	0,1646	0,1527	0,1455	0,1425	0,1384	0,1372	0,1357	0,1334
	P_9	0,0409	0,1434	0,2179	0,1663	0,1452	0,1289	0,1123	0,1042	0,1008	0,0975	0,0952	0,0939	0,0915
	P_{10}	0,0233	0,1071	0,1548	0,0467	0,0671	0,0623	0,0492	0,0444	0,0422	0,0410	0,0385	0,0377	0,0373

Таблица А.55 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра гамма-распределения и известных значениях основного параметра θ_0) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	t_1	0,7065	0,8525	1,0982	1,3455	1,5936	2,5897	3,5881	4,5877	5,5870	6,5859	7,5862	8,5859	9,5857
	A	0,6598	0,6563	0,6522	0,6495	0,6476	0,6435	0,6416	0,6405	0,6398	0,6393	0,6390	0,6387	0,6385
3	t_1	0,3798	0,4780	0,6499	0,8305	1,0178	1,8046	2,6312	2,6312	3,4804	4,3449	5,2218	6,1064	6,9992
	t_2	1,4817	1,6753	1,9909	2,3027	2,6117	3,8120	4,9820	4,9820	6,1305	7,2633	8,3868	9,4992	10,6068
	A	0,8308	0,8279	0,8244	0,8220	0,8203	0,8164	0,8146	0,8146	0,8136	0,8129	0,8125	0,8121	0,8119
4	t_1	0,2500	0,3231	0,4566	0,6008	0,7530	1,4224	2,1483	2,9086	3,6932	4,4963	5,3143	6,1450	6,9826
	t_2	0,8951	1,0374	1,2808	1,5254	1,7695	2,7638	3,7603	4,7580	5,7561	6,7558	7,7565	8,7582	9,7563
	t_3	2,1030	2,3188	2,6760	3,0230	3,3606	4,6854	5,9544	7,1908	8,4032	9,6011	10,7828	11,9543	13,1133
	A	0,8992	0,8969	0,8943	0,8924	0,8910	0,8880	0,8865	0,8857	0,8851	0,8847	0,8844	0,8842	0,8840
5	t_1	0,1814	0,2397	0,3493	0,4702	0,6009	1,1887	1,8439	1,8439	2,5439	3,2734	4,0293	4,7968	5,5778
	t_2	0,6258	0,7412	0,9408	1,2456	1,3552	2,2182	3,1084	3,1084	4,0131	4,9275	5,8543	6,7808	7,7121
	t_3	1,3482	1,5201	1,8053	2,0892	2,3734	3,4899	4,5910	4,5910	5,6816	6,7625	7,8416	8,9114	9,9743
	t_4	2,6117	2,8443	3,2256	3,5998	3,9653	5,3694	6,7061	6,7061	8,0054	9,2782	10,5214	11,7564	12,9657
	A	0,9332	0,9315	0,9294	0,9280	0,9269	0,9245	0,9233	0,9233	0,9226	0,9222	0,9219	0,9216	0,9214

Продолжение таблицы А.55

k	t_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	t_1	0,1397	0,1880	0,2802	0,3846	0,4991	1,0287	1,6324	2,2861	2,9731	3,6884	4,4221	5,1685	5,9306
	t_2	0,4723	0,5687	0,7375	0,9159	1,0989	1,8751	2,6869	3,5271	4,3810	5,2533	6,1283	7,0103	7,9015
	t_3	0,9797	1,1220	1,3614	1,6074	1,8527	2,8453	3,8373	4,8364	5,8320	6,8391	7,8333	8,8296	9,8291
	t_4	1,7436	1,9343	2,2447	2,5606	2,8691	4,0795	5,2552	6,4136	7,5539	8,6922	9,8063	10,9170	12,0216
	t_5	3,0400	3,2810	3,6791	4,0753	4,4615	5,9323	7,3220	8,6669	9,9786	11,2763	12,5327	13,7804	15,0086
	A	0,9525	0,9512	0,9496	0,9484	0,9476	0,9456	0,9447	0,9441	0,9437	0,9435	0,9433	0,9432	0,9430
7	t_1	0,1131	0,1535	0,2327	0,3256	0,4289	0,9116	1,4752	1,4752	2,0898	2,7453	3,4230	4,1327	4,8496
	t_2	0,3774	0,4584	0,6042	0,7635	0,9301	1,6347	2,3887	2,3887	3,1734	3,9861	4,8075	5,6502	6,4924
	t_3	0,7654	0,8835	1,0901	1,3105	1,5337	2,4264	3,3424	3,3424	4,2660	5,2083	6,1476	7,1031	8,0461
	t_4	1,3102	1,4654	1,7321	2,0130	2,2901	3,3666	4,4352	4,4352	5,4938	6,5580	7,6079	8,6690	9,7087
	t_5	2,1079	2,2992	2,6297	2,9770	3,3091	4,5805	5,8134	5,8134	7,0140	8,2107	9,3769	10,5512	11,6878
	t_6	3,4340	3,6717	4,0807	4,5037	4,8997	6,4177	7,8427	7,8427	9,2242	10,5817	11,8875	13,2029	14,4619
	A	0,9645	0,9634	0,9622	0,9613	0,9606	0,9590	0,9582	0,9582	0,9577	0,9574	0,9572	0,9571	0,9569
8	t_1	0,0928	0,1287	0,1984	0,2806	0,3728	0,8186	1,3521	1,9358	2,5678	3,2212	3,8961	4,5905	5,3113
	t_2	0,3073	0,3808	0,5100	0,6507	0,7986	1,4483	2,1644	2,9061	3,6879	4,4737	5,2738	6,0845	6,9238
	t_3	0,6139	0,7233	0,9067	1,0983	1,2961	2,1198	2,9845	3,8549	4,7574	5,6484	6,5509	7,4522	8,3854
	t_4	1,0279	1,1720	1,4081	1,6492	1,8963	2,8816	3,8846	4,8743	5,8884	6,8772	7,8721	8,8570	9,8751
	t_5	1,5906	1,7692	2,0609	2,3535	2,6486	3,7983	4,9392	6,0508	7,1773	8,2659	9,3493	10,4202	11,5211
	t_6	2,3979	2,6129	2,9689	3,3173	3,6638	4,9957	6,2884	7,5340	8,7777	9,9785	11,1583	12,3244	13,5127
	t_7	3,7311	3,9860	4,4222	4,8452	5,2560	6,8140	8,2993	9,7080	11,1068	12,4460	13,7466	15,0296	16,3311
	A	0,9725	0,9716	0,9706	0,9698	0,9693	0,9679	0,9673	0,9669	0,9666	0,9665	0,9663	0,9662	0,9662
9	t_1	0,0787	0,1105	0,1732	0,2468	0,3317	0,7477	1,2542	1,2542	1,8125	2,4090	3,0500	3,7153	4,3829
	t_2	0,2591	0,3247	0,4424	0,5680	0,7048	1,3128	1,9916	1,9916	2,6985	3,4307	4,2015	4,9899	5,7656
	t_3	0,5125	0,6105	0,7786	0,9500	1,1321	1,9002	2,7182	2,7182	3,5447	4,3833	5,2588	6,1427	7,0020
	t_4	0,8458	0,9750	1,1920	1,4057	1,6306	2,5477	3,4928	3,4928	4,4258	5,3630	6,3299	7,3017	8,2363
	t_5	1,2812	1,4412	1,7062	1,9630	2,2298	3,2927	4,3622	4,3622	5,3998	6,4329	7,4887	8,5432	9,5533
	t_6	1,8630	2,0541	2,3699	2,6730	2,9815	4,1986	5,3936	5,3936	6,5420	7,6728	8,8184	9,9642	11,0508
	t_7	2,6943	2,9094	3,2901	3,6410	3,9971	5,3871	6,7224	6,7224	7,9931	9,2315	10,4797	11,7227	12,8984
	t_8	4,0599	4,2886	4,7684	5,1767	5,5918	7,1980	8,7046	8,7046	10,1363	11,5204	12,8944	14,2592	15,5515
	A	0,9781	0,9773	0,9765	0,9758	0,9754	0,9742	0,9737	0,9737	0,9734	0,9732	0,9730	0,9729	0,9728

Окончание таблицы А.55

k	t_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	t_1	0,0688	0,0954	0,1512	0,2198	0,2986	0,6874	1,1730	1,7117	2,2813	2,9098	3,5438	4,2105	4,8959
	t_2	0,2248	0,2791	0,3834	0,5018	0,6306	1,1971	1,8453	2,5302	3,2241	3,9814	4,7306	5,5070	6,2958
	t_3	0,4410	0,5213	0,6695	0,8323	1,0042	1,7168	2,4972	3,2967	4,0903	4,9485	5,7853	6,6483	7,5161
	t_4	0,7198	0,8247	1,0138	1,2192	1,4307	2,2753	3,1775	4,0800	4,9588	5,9058	6,8241	7,7616	8,6968
	t_5	1,0737	1,2005	1,4309	1,6780	1,9290	2,9025	3,9192	4,9213	5,8812	6,9146	7,9042	8,9150	9,9149
	t_6	1,5258	1,6740	1,9473	2,2374	2,5283	3,6316	4,7651	5,8642	6,9038	8,0252	9,0883	10,1727	11,2369
	t_7	2,1200	2,2914	2,6096	2,9480	3,2830	4,5230	5,7806	6,9823	8,1053	9,3172	10,4638	1,6243	12,7553
	t_8	2,9522	3,1494	3,5210	2,9151	4,3071	5,6989	7,0952	8,4071	9,6315	10,9424	12,1842	13,4376	14,6399
	t_9	4,3042	4,5387	4,9765	5,4556	5,9238	7,4973	9,0832	10,5148	11,8868	13,3275	14,6888	16,0601	17,3658
	A	0,9821	0,9815	0,9807	0,9802	0,9798	0,9789	0,9784	0,9781	0,9779	0,9778	0,9777	0,9776	0,9776

Таблица А.56 — Оптимальные вероятности (частоты) интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного параметра гамма-распределения и известных значениях основного параметра θ_0) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	P_1	0,9604	0,9149	0,8617	0,8245	0,7968	0,7306	0,6951	0,6723	0,6559	0,6433	0,6335	0,6254	0,6187
	P_2	0,0396	0,0851	0,1383	0,1755	0,2032	0,2694	0,3049	0,3277	0,3441	0,3567	0,3665	0,3746	0,3813
3	P_1	0,9242	0,8401	0,7458	0,6832	0,6386	0,5385	0,4894	0,2708	0,2709	0,2708	0,2709	0,2708	0,2708
	P_2	0,0641	0,1335	0,2083	0,2556	0,2880	0,3551	0,3844	0,4616	0,4612	0,4608	0,4606	0,4605	0,4604
	P_3	0,0116	0,0264	0,0460	0,0612	0,0734	0,1064	0,1262	0,2676	0,2680	0,2684	0,2684	0,2687	0,2688
4	P_1	0,8956	0,7825	0,6607	0,5831	0,5290	0,4159	0,3634	0,3323	0,3115	0,2964	0,2851	0,2762	0,2686
	P_2	0,0758	0,1532	0,2298	0,2734	0,3005	0,3468	0,3612	0,3670	0,3695	0,3706	0,3709	0,3708	0,3704
	P_3	0,0237	0,0527	0,0888	0,1152	0,1357	0,1848	0,2113	0,2283	0,2403	0,2492	0,2560	0,2614	0,2662
	P_4	0,0049	0,0115	0,0207	0,0283	0,0347	0,0525	0,0640	0,0723	0,0788	0,0838	0,0880	0,0915	0,0947
5	P_1	0,8722	0,7373	0,5967	0,5100	0,4517	0,3333	0,2812	0,1159	0,1148	0,1139	0,1137	0,1130	0,1124
	P_2	0,0819	0,1612	0,2331	0,2700	0,2904	0,3166	0,3195	0,2612	0,2590	0,2574	0,2566	0,2556	0,2550
	P_3	0,0317	0,0690	0,1127	0,1429	0,1647	0,2132	0,2357	0,2958	0,2963	0,2966	0,2966	0,2970	0,2969
	P_4	0,0116	0,0265	0,0463	0,0619	0,0742	0,1073	0,1267	0,2287	0,2306	0,2323	0,2326	0,2337	0,2344
	P_5	0,0026	0,0060	0,0111	0,0153	0,0190	0,0297	0,0369	0,0984	0,0993	0,0998	0,1005	0,1007	0,1013

Продолжение таблицы А.56

k	t_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	P_1	0,8528	0,7005	0,5459	0,4536	0,3929	0,2748	0,2250	0,1978	0,1802	0,1683	0,1591	0,1516	0,1457
	P_2	0,0852	0,1638	0,2295	0,2598	0,2738	0,2843	0,2781	0,2714	0,2649	0,2601	0,2552	0,2513	0,2480
	P_3	0,0371	0,0790	0,1256	0,1557	0,1764	0,2174	0,2339	0,2421	0,2467	0,2499	0,2515	0,2530	0,2539
	P_4	0,0169	0,0379	0,0648	0,0846	0,1001	0,1376	0,1582	0,1708	0,1800	0,1860	0,1913	0,1956	0,1988
	P_5	0,0066	0,0152	0,0274	0,0371	0,0452	0,0675	0,0815	0,0911	0,0985	0,1039	0,1089	0,1130	0,1163
	P_6	0,0015	0,0036	0,0067	0,0093	0,0115	0,0184	0,0232	0,0268	0,0297	0,0318	0,0339	0,0357	0,0373
7	P_1	0,8368	0,6702	0,5049	0,4098	0,3488	0,2318	0,1850	0,0626	0,0611	0,0604	0,0595	0,0594	0,0587
	P_2	0,0870	0,1639	0,2235	0,2473	0,2567	0,2544	0,2424	0,1564	0,1535	0,1523	0,1507	0,1500	0,1488
	P_3	0,0405	0,0848	0,1319	0,1603	0,1788	0,2111	0,2217	0,2101	0,2083	0,2078	0,2071	0,2072	0,2064
	P_4	0,0207	0,0460	0,0771	0,0987	0,1145	0,1521	0,1700	0,2176	0,2185	0,2188	0,2190	0,2193	0,2196
	P_5	0,0101	0,0232	0,0409	0,0542	0,0647	0,0935	0,1102	0,1847	0,1868	0,1880	0,1890	0,1895	0,1900
	P_6	0,0040	0,0096	0,0175	0,0238	0,0291	0,0451	0,0553	0,1215	0,1239	0,1247	0,1258	0,1260	0,1272
	P_7	0,0009	0,0023	0,0043	0,0059	0,0074	0,0121	0,0155	0,0471	0,0479	0,0480	0,0488	0,0486	0,0493
8	P_1	0,8219	0,6444	0,4713	0,3733	0,3112	0,1979	0,1550	0,1315	0,1181	0,1078	0,1001	0,0942	0,0903
	P_2	0,0881	0,1627	0,2162	0,2343	0,2388	0,2268	0,2127	0,2003	0,1924	0,1847	0,1787	0,1735	0,1707
	P_3	0,0431	0,0884	0,1344	0,1602	0,1764	0,2007	0,2056	0,2059	0,2055	0,2037	0,2026	0,2006	0,2001
	P_4	0,0238	0,0517	0,0848	0,1072	0,1235	0,1570	0,1712	0,1792	0,1838	0,1870	0,1893	0,1907	0,1919
	P_5	0,0131	0,0295	0,0510	0,0671	0,0794	0,1100	0,1256	0,1364	0,1428	0,1486	0,1525	0,1562	0,1581
	P_6	0,0066	0,0153	0,0275	0,0373	0,0451	0,0670	0,0796	0,0889	0,0945	0,1002	0,1044	0,1085	0,1105
	P_7	0,0027	0,0064	0,0119	0,0165	0,0204	0,0320	0,0394	0,0451	0,0489	0,0526	0,0557	0,0586	0,0602
	P_8	0,0006	0,0016	0,0029	0,0041	0,0052	0,0086	0,0109	0,0128	0,0141	0,0153	0,0166	0,0177	0,0183
9	P_1	0,8095	0,6225	0,4438	0,3437	0,2823	0,1725	0,1325	0,0387	0,0373	0,0362	0,0361	0,0360	0,0351
	P_2	0,0886	0,1608	0,2093	0,2223	0,2235	0,2052	0,1886	0,1027	0,0996	0,0971	0,0966	0,0964	0,0945
	P_3	0,0448	0,0905	0,1348	0,1585	0,1719	0,1886	0,1898	0,1486	0,1462	0,1439	0,1438	0,1436	0,1416
	P_4	0,0261	0,0557	0,0895	0,1115	0,1265	0,1560	0,1670	0,1719	0,1707	0,1702	0,1700	0,1703	0,1692
	P_5	0,0155	0,0343	0,0579	0,0754	0,0883	0,1182	0,1325	0,1721	0,1729	0,1737	0,1738	0,1738	0,1743
	P_6	0,0088	0,0201	0,0352	0,0475	0,0568	0,0814	0,0945	0,1520	0,1543	0,1558	0,1559	0,1566	0,1578
	P_7	0,0045	0,0105	0,0192	0,0264	0,0323	0,0488	0,0587	0,1166	0,1190	0,1207	0,1211	0,1211	0,1230
	P_8	0,0019	0,0045	0,0083	0,0117	0,0146	0,0231	0,0286	0,0713	0,0733	0,0750	0,0751	0,0749	0,0765
	P_9	0,0004	0,0011	0,0020	0,0029	0,0037	0,0061	0,0079	0,0261	0,0268	0,0274	0,0275	0,0274	0,0280

Окончание таблицы А.56

k	t_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	P_1	0,7994	0,6018	0,4176	0,3186	0,2581	0,1514	0,1147	0,0949	0,0816	0,0751	0,0687	0,0647	0,0615
	P_2	0,0886	0,1586	0,2012	0,2104	0,2096	0,1849	0,1668	0,1540	0,1421	0,1369	0,1309	0,1267	0,1232
	P_3	0,0458	0,0919	0,1340	0,1549	0,1659	0,1756	0,1739	0,1700	0,1651	0,1630	0,1597	0,1577	0,1555
	P_4	0,0276	0,0588	0,0927	0,1137	0,1272	0,1515	0,1599	0,1631	0,1634	0,1641	0,1645	0,1643	0,1635
	P_5	0,0172	0,0381	0,0638	0,0812	0,0938	0,1224	0,1344	0,1418	0,1465	0,1492	0,1510	0,1528	0,1537
	P_6	0,0105	0,0242	0,0423	0,0554	0,0655	0,0916	0,1043	0,1125	0,1193	0,1228	0,1264	0,1289	0,1309
	P_7	0,0061	0,0145	0,0261	0,0351	0,0423	0,0627	0,0734	0,0810	0,0882	0,0912	0,0954	0,0978	0,1001
	P_8	0,0032	0,0078	0,0144	0,0196	0,0240	0,0375	0,0449	0,0506	0,0567	0,0589	0,0622	0,0644	0,0664
	P_9	0,0013	0,0034	0,0064	0,0088	0,0108	0,0177	0,0218	0,0250	0,0288	0,0302	0,0321	0,0332	0,0348
	P_{10}	0,0003	0,0008	0,0016	0,0022	0,0027	0,0047	0,0058	0,0071	0,0082	0,0087	0,0093	0,0096	0,0102

Таблица А.57 — Оптимальные граничные точки интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного и основного параметров гамма-распределения в зависимости от значений основного параметра θ_0) и соответствующие значения относительной асимптотической информации *A*

k	t_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	t_1	0,0002	0,0001	0,0174	0,0674	0,1465	0,6326	1,2531	1,9397	2,6678	3,4243	4,1991	5,0000	5,5684
	t_2	0,7690	1,3001	1,3958	1,7831	2,1616	3,6024	4,9530	6,2482	7,5171	8,7554	9,9722	11,0000	11,5683
	A	0,2935	0,4295	0,4235	0,4191	0,4160	0,4108	0,4090	0,4082	0,4078	0,4076	0,4074	0,4066	0,3959
4	t_1	0,0001	0,0009	0,0141	0,0547	0,1192	0,5255	1,0651	1,6535	2,3099	3,0485	3,8332	4,4721	5,1905
	t_2	0,1050	0,4420	0,7205	0,9295	1,1408	2,0195	2,9542	3,7846	4,7349	5,9786	7,0038	7,7331	8,5822
	t_3	1,0554	1,6647	2,1525	2,5459	2,9273	4,3900	5,7928	7,0557	8,3627	9,8297	11,0038	12,1919	13,3510
	A	0,3907	0,5375	0,5533	0,5528	0,5522	0,5519	0,5516	0,5518	0,5520	0,5519	0,5518	0,5522	0,5522
5	t_1	0,0001	0,0001	0,0022	0,0163	0,0489	0,3372	0,7833	1,3162	1,9088	2,5400	3,2076	3,8879	4,5914
	t_2	0,0067	0,0069	0,0562	0,1567	0,2866	0,9477	1,7049	2,5067	3,3384	4,1833	5,0516	5,9108	6,7911
	t_3	0,4719	0,4976	0,9018	1,2211	1,5380	2,7990	4,0007	5,1861	6,3503	7,4937	8,6378	9,7492	10,8738
	t_4	1,6365	1,7707	2,3241	2,8083	3,2629	4,9736	6,4906	7,9494	9,3623	10,7201	12,0696	13,3731	14,6632
	A	0,4606	0,6722	0,6873	0,6863	0,6854	0,6843	0,6831	0,6829	0,6828	0,6827	0,6827	0,6827	0,6827

Продолжение таблицы А.57

k	t_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	t_1	0,0001	0,0001	0,0015	0,0117	0,0359	0,2749	0,6666	1,1605	1,7122	2,3025	2,4947	3,5934	4,2563
	t_2	0,0084	0,0081	0,0395	0,1075	0,1994	0,7283	1,3734	2,0974	2,8583	3,6306	4,4208	5,2755	6,0669
	t_3	0,3965	0,4143	0,5026	0,6546	0,8360	1,7532	2,6992	3,7061	4,7238	5,7019	6,6737	7,7638	8,6866
	t_4	1,0052	1,1842	1,4058	1,7072	2,0307	3,3927	4,6776	5,9657	7,2088	8,4152	9,5909	10,8271	11,9504
	t_5	2,1652	2,4989	2,8500	3,2836	3,7235	5,4747	7,0410	8,5901	10,0180	11,4056	12,7849	14,1612	15,4369
	A	0,4971	0,7353	0,7537	0,7547	0,7550	0,7562	0,7552	0,7553	0,7553	0,7554	0,7554	0,7554	0,7554
7	t_1	0,0001	0,0001	0,0004	0,0057	0,0221	0,2167	0,5653	1,0141	1,5232	2,0821	2,6677	3,2932	3,9406
	t_2	0,0038	0,0025	0,0108	0,0500	0,1166	0,5478	1,1131	1,7702	2,4536	3,1743	3,9123	4,6777	5,4648
	t_3	0,1797	0,0410	0,0925	0,2284	0,3912	1,1407	1,9393	2,8270	3,6910	4,5783	5,4600	6,3671	7,3013
	t_4	0,5288	0,4646	0,6828	0,9915	1,2954	2,4686	3,5748	4,7415	5,8355	6,9445	8,0213	9,1131	10,2077
	t_5	1,0436	1,1561	1,5670	2,0188	2,4198	3,9694	5,3077	6,6860	7,9718	9,2499	10,4796	11,7240	12,9476
	t_6	2,2397	2,4021	2,9833	3,5832	4,0461	5,9991	7,5653	9,1629	10,6299	12,0854	13,4560	14,8718	16,2321
	A	0,5114	0,7667	0,8105	0,8109	0,8108	0,8119	0,8102	0,8102	0,8102	0,8102	0,8102	0,8102	0,8102
8	t_1	0,0001	0,0001	0,0003	0,0040	0,0159	0,1844	0,4977	0,9170	1,3943	1,9240	2,5077	3,0919	3,7563
	t_2	0,0027	0,0022	0,0084	0,0348	0,0826	0,4551	0,9594	1,5625	2,2038	2,8839	3,6103	4,3191	5,1373
	t_3	0,0957	0,0328	0,0705	0,1502	0,2602	0,8978	1,5950	2,3867	3,1820	4,0075	4,8728	5,6906	6,6741
	t_4	0,3263	0,3834	0,4798	0,5781	0,7609	1,7715	2,6854	2,7086	4,6920	5,6847	6,7305	7,6677	8,9040
	t_5	0,6101	0,9448	1,1839	1,3564	1,6561	3,0194	4,1947	5,4260	6,6012	7,7777	8,9631	10,0664	11,4006
	t_6	1,2780	1,7712	2,1530	2,3744	2,7596	4,4362	5,8189	7,2285	8,5823	9,8976	11,2079	12,4406	13,8668
	t_7	2,3017	3,1466	3,6705	3,9163	4,4165	6,4500	8,0196	9,6521	11,1743	12,6288	14,0809	15,4715	16,9779
	A	0,5196	0,7959	0,8453	0,8468	0,8470	0,8491	0,8471	0,8472	0,8472	0,8472	0,8472	0,8472	0,8471
9	t_1	0,0001	0,0001	0,0002	0,0022	0,0117	0,1574	0,4415	0,8250	1,2787	1,8036	2,3310	2,9325	3,5049
	t_2	0,0036	0,0018	0,0037	0,0189	0,0595	0,3801	0,8363	1,3799	1,9839	2,6636	3,3046	4,0472	4,7203
	t_3	0,1629	0,0233	0,0294	0,0782	0,1800	0,7206	1,3446	2,0408	2,7845	3,6131	4,3498	5,2235	5,9677
	t_4	0,4542	0,2630	0,1561	0,2537	0,4663	1,3046	2,1024	2,9543	3,8605	4,8731	5,6929	6,7298	7,5272
	t_5	0,8449	0,6803	0,7006	0,8015	1,1711	2,3623	3,3756	4,4160	5,5171	6,7275	7,6700	8,8737	9,8149
	t_6	1,3601	1,2444	1,4308	1,5324	2,0444	3,5295	4,7341	5,9506	7,2053	8,5518	9,6244	10,9257	11,9962
	t_7	2,0236	2,0557	2,4709	2,4940	3,1377	4,8994	6,2737	7,6705	9,0544	10,5335	11,7263	13,1211	14,3026
	t_8	3,2912	3,3968	4,0759	3,9852	4,7460	6,9403	8,4320	9,9701	11,5363	13,1888	14,4967	15,9995	17,3478
	A	0,5331	0,8132	0,8731	0,8746	0,8752	0,8777	0,8750	0,8751	0,8751	0,8751	0,8752	0,8751	0,8752

Окончание таблицы А.57

k	t_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	t_1	0,0001	0,0001	0,0001	0,0017	0,0088	0,1354	0,4037	0,7710	1,2056	1,7008	2,2056	2,7623	3,3874
	t_2	0,0014	0,0011	0,0015	0,0148	0,0445	0,3236	0,7554	1,2761	1,8522	2,4850	3,1019	3,7698	4,5270
	t_3	0,0258	0,0105	0,0114	0,0599	0,1314	0,5997	1,1925	1,8495	2,5594	3,3033	4,0198	4,7890	5,6411
	t_4	0,1769	0,0813	0,0537	0,1839	0,3195	1,0272	1,7976	2,6008	3,4385	4,3011	5,1228	5,9921	6,9987
	t_5	0,4189	0,3690	0,2154	0,5363	0,7622	1,7846	2,7624	3,7386	4,7390	5,7567	6,6818	7,6452	8,7656
	t_6	0,7642	0,7764	0,6807	1,1571	1,4768	2,7934	3,9800	5,1491	6,3872	7,4632	8,5358	9,6020	10,8348
	t_7	1,2344	1,3290	1,3022	1,9077	2,3108	3,8955	5,2602	6,5860	7,9069	9,1388	10,3168	11,5153	12,8376
	t_8	1,9812	2,1251	2,1657	2,9083	3,3819	5,2597	6,7736	8,2430	9,6771	10,0173	12,3097	13,6369	15,0781
	t_9	3,1510	3,4573	3,5785	4,4672	5,0088	7,3134	8,9003	10,5600	12,2411	13,5436	15,0178	16,4962	18,0356
	A	0,5362	0,8245	0,8936	0,8956	0,8958	0,8990	0,8957	0,8958	0,8956	0,8958	0,8959	0,8959	0,8959

Т а б л и ц а А.58 — Оптимальные вероятности (частоты) интервалов группирования при проверке сложных гипотез по критериям типа χ^2 (при оценивании масштабного и основного параметров гамма-распределения в зависимости от значений основного параметра θ_0) и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	P_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	P_1	0,1085	0,1103	0,1480	0,1399	0,1363	0,1327	0,1322	0,1322	0,1323	0,1325	0,1324	0,1334	0,1115
	P_2	0,8260	0,8157	0,7573	0,7523	0,7486	0,7418	0,7391	0,7374	0,7368	0,7361	0,7357	0,7234	0,7031
	P_3	0,0655	0,0740	0,0947	0,1079	0,1151	0,1255	0,1287	0,1304	0,1308	0,1314	0,1319	0,1432	0,1854
4	P_1	0,4173	0,1911	0,1334	0,1202	0,1124	0,0980	0,0927	0,0864	0,0849	0,0889	0,0940	0,0843	0,0812
	P_2	0,4352	0,6429	0,6366	0,5976	0,5681	0,5012	0,4738	0,4370	0,4269	0,4620	0,4568	0,4249	0,4069
	P_3	0,1254	0,1423	0,1920	0,2351	0,2660	0,3339	0,3617	0,3977	0,4075	0,3753	0,3707	0,4093	0,4271
	P_4	0,0221	0,0237	0,0380	0,0471	0,0535	0,0668	0,0719	0,0789	0,0807	0,0738	0,0785	0,0815	0,0848
5	P_1	0,4185	0,1103	0,0528	0,0493	0,0477	0,0456	0,0451	0,0447	0,0448	0,0447	0,0451	0,0447	0,0446
	P_2	0,2184	0,2072	0,2097	0,2044	0,2015	0,1995	0,1990	0,1991	0,1996	0,1994	0,2003	0,1991	0,1995
	P_3	0,3012	0,5283	0,5582	0,5444	0,5360	0,5237	0,5179	0,5163	0,5147	0,5137	0,5128	0,5125	0,5125
	P_4	0,0526	0,1309	0,1482	0,1664	0,1765	0,1899	0,1947	0,1960	0,1970	0,1978	0,1977	0,1993	0,1989
	P_5	0,0093	0,0233	0,0311	0,0355	0,0383	0,0413	0,0433	0,0439	0,0439	0,0443	0,0441	0,0444	0,0445

Продолжение таблицы А.58

k	P_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	P_1	0,4184	0,1103	0,0437	0,0385	0,0353	0,0315	0,0302	0,0304	0,0304	0,0301	0,0299	0,0305	0,0300
	P_2	0,2328	0,2201	0,1777	0,1567	0,1455	0,1342	0,1299	0,1304	0,1311	0,1300	0,1291	0,1332	0,1297
	P_3	0,2757	0,4891	0,4626	0,4142	0,3858	0,3574	0,3461	0,3463	0,3483	0,3452	0,3417	0,3499	0,3427
	P_4	0,0491	0,1286	0,2225	0,2733	0,3022	0,3292	0,3393	0,3386	0,3354	0,3386	0,3413	0,3317	0,3393
	P_5	0,0194	0,0427	0,0766	0,0959	0,1071	0,1205	0,1258	0,1260	0,1259	0,1267	0,1288	0,1258	0,1285
	P_6	0,0046	0,0092	0,0170	0,0214	0,0241	0,0271	0,0287	0,0283	0,0289	0,0294	0,0293	0,0289	0,0298
7	P_1	0,4185	0,1103	0,0226	0,0225	0,0219	0,0203	0,0198	0,0199	0,0197	0,0197	0,0194	0,0196	0,0196
	P_2	0,1834	0,1362	0,0943	0,0901	0,0882	0,0847	0,0824	0,0841	0,0830	0,0828	0,0823	0,0824	0,0830
	P_3	0,2697	0,2459	0,2160	0,2141	0,2137	0,2108	0,2047	0,2101	0,2083	0,2080	0,2060	0,2060	0,2083
	P_4	0,0732	0,3436	0,4245	0,4107	0,4025	0,3904	0,3859	0,3827	0,3813	0,3816	0,3815	0,3813	0,3791
	P_5	0,0328	0,1099	0,1659	0,1793	0,1848	0,2000	0,2062	0,2035	0,2064	0,2065	0,2081	0,2085	0,2077
	P_6	0,0184	0,0436	0,0621	0,0677	0,0714	0,0765	0,0818	0,0808	0,0819	0,0821	0,0829	0,0829	0,0828
	P_7	0,0041	0,0104	0,0146	0,0156	0,0175	0,0174	0,0193	0,0189	0,0194	0,0193	0,0198	0,0194	0,0194
8	P_1	0,4185	0,1103	0,0195	0,0173	0,0158	0,0150	0,0142	0,0143	0,0140	0,0140	0,0144	0,0140	0,0150
	P_2	0,1632	0,1285	0,0836	0,0691	0,0635	0,0619	0,0588	0,0594	0,0589	0,0587	0,0597	0,0584	0,0625
	P_3	0,2425	0,2276	0,1896	0,1600	0,1498	0,1498	0,1424	0,1448	0,1433	0,1434	0,1453	0,1422	0,1521
	P_4	0,0899	0,3416	0,3800	0,3250	0,3037	0,3019	0,2874	0,2891	0,2877	0,2864	0,2899	0,2851	0,3021
	P_5	0,0386	0,1181	0,2034	0,2553	0,2764	0,2751	0,2863	0,2821	0,2835	0,2851	0,2804	0,2859	0,2700
	P_6	0,0316	0,0505	0,0859	0,1167	0,1276	0,1319	0,1404	0,1396	0,1418	0,1414	0,1397	0,1424	0,1321
	P_7	0,0119	0,0191	0,0312	0,0457	0,0512	0,0526	0,0570	0,0570	0,0574	0,0574	0,0569	0,0583	0,0535
	P_8	0,0038	0,0042	0,0067	0,0110	0,0121	0,0118	0,0135	0,0136	0,0134	0,0136	0,0135	0,0137	0,0128

Окончание таблицы А.58

k	P_i	θ_0												
		0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	P_1	0,4185	0,1103	0,0160	0,0110	0,0116	0,0112	0,0103	0,0101	0,0100	0,0105	0,0100	0,0105	0,0100
	P_2	0,1802	0,1168	0,0526	0,0440	0,0461	0,0451	0,0424	0,0414	0,0412	0,434	0,0413	0,0435	0,0414
	P_3	0,2656	0,2019	0,1230	0,1006	0,1070	0,1067	0,1005	0,0988	0,0987	0,1038	0,0989	0,1037	0,0981
	P_4	0,0713	0,3223	0,2321	0,1942	0,2080	0,2118	0,1977	0,1922	0,1940	0,2041	0,1943	0,2034	0,1923
	P_5	0,0333	0,1365	0,3398	0,3223	0,3173	0,3085	0,3045	0,3008	0,3012	0,3014	03002	0,3000	0,3042
	P_6	0,0172	0,0645	0,1458	0,1854	0,1806	0,1839	0,1956	0,2010	0,1998	0,1911	0,1997	0,1908	0,1988
	P_7	0,0084	0,0315	0,0645	0,0926	0,0861	0,0888	0,0981	0,1028	0,1019	0,0963	0,1024	0,0973	0,1019
	P_8	0,0044	0,0130	0,0219	0,0396	0,0347	0,0363	0,0410	0,0423	0,0427	0,0399	0,0428	0,0407	0,0431
	P_9	0,0011	0,0031	0,0043	0,0102	0,0087	0,0077	0,0098	0,0106	0,0105	0,0095	0,0105	0,0100	0,0103
10	P_1	0,4185	0,1103	0,0113	0,0091	0,0088	0,0084	0,0081	0,0080	0,0079	0,0080	0,0076	0,0075	0,0081
	P_2	0,1263	0,0906	0,0324	0,0368	0,0348	0,0339	0,0331	0,0327	0,0324	0,0330	0,0314	0,0311	0,0334
	P_3	0,1827	0,1515	0,0763	0,0825	0,0796	0,0795	0,0777	0,0760	0,0766	0,0765	0,0738	0,0737	0,0765
	P_4	0,1429	0,2273	0,1369	0,1544	0,1504	0,1524	0,1498	0,1474	0,1461	0,1460	0,1432	0,1427	0,1527
	P_5	0,0601	0,2227	0,2315	0,2659	0,2599	0,2583	0,2528	0,2497	0,2496	0,2510	0,2459	0,2416	0,2423
	P_6	0,0337	0,1017	0,2683	0,2341	0,2383	0,2352	0,2374	0,2414	0,2509	0,2400	0,2457	0,2453	0,2399
	P_7	0,0190	0,0536	0,1367	0,1231	0,1292	0,1327	0,1367	0,1386	0,1315	0,1380	0,1410	0,1453	0,1396
	P_8	0,0109	0,0275	0,0692	0,0622	0,0652	0,0670	0,0693	0,0701	0,0691	0,0704	0,0729	0,0744	0,0716
	P_9	0,0045	0,0118	0,0299	0,0258	0,0273	0,0270	0,0284	0,0291	0,0296	0,0296	0,0310	0,0311	0,0290
	P_{10}	0,0014	0,0029	0,0075	0,0062	0,0067	0,0055	0,0068	0,0068	0,0064	0,0075	0,0075	0,0074	0,0069

ПРИЛОЖЕНИЕ Б
(справочное)

Процентные точки χ^2-распределений

Таблица Б.1 — (1—α)-квантили χ_r^2-распределения

r	α										
	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005
1	0,455	0,708	1,074	1,642	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879	10,828	12,116
2	1,386	1,833	2,408	3,219	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597	13,816	15,202
3	2,366	2,946	3,665	4,642	6,251	7,815	9,248	11,345	12,838	16,266	17,730
4	3,357	4,045	4,878	5,989	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860	18,467	19,997
5	4,351	5,132	6,064	7,289	9,236	11,070	12,832	15,086	16,750	20,515	22,105
6	5,348	6,211	7,231	8,558	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548	22,458	24,103
7	6,346	7,283	8,383	9,803	12,017	14,067	16,013	18,475	20,278	24,322	26,018
8	7,344	8,351	9,524	11,030	13,362	15,507	17,535	20,090	21,955	26,125	27,868
9	8,343	9,414	10,656	12,242	14,684	16,919	19,023	21,666	23,589	27,877	29,666
10	9,342	10,473	11,781	13,442	15,987	18,307	20,483	23,209	25,188	29,588	31,420
11	10,342	11,530	12,899	14,631	17,275	19,675	21,920	24,725	26,757	31,264	33,136
12	11,340	12,584	14,011	15,812	18,549	21,026	23,336	26,217	28,300	32,909	34,821
13	12,340	13,636	15,119	16,985	19,812	22,362	24,736	27,688	29,819	34,528	36,478
14	13,339	14,685	16,222	18,151	21,064	23,685	26,119	29,141	31,319	36,123	38,109
15	14,339	15,733	17,322	19,311	22,307	24,996	27,488	30,578	32,801	37,697	39,719
16	15,338	16,780	18,418	20,465	23,542	26,296	28,845	32,000	34,267	39,252	41,308

ПРИЛОЖЕНИЕ В
(справочное)

Библиография

[1] Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. — М.: Наука, 1973. — 900 с.
[2] Никулин М. С. Критерий хи-квадрат для непрерывных распределений с параметрами сдвига и масштаба//Теория вероятностей и ее применение. — 1973. — Т.XVIII. — № 3. — С. 583—591
[3] Никулин М. С. О критерии хи-квадрат для непрерывных распределений//Теория вероятностей и ее применение. — 1973. — Т. XVIII. — № 3. — С. 675—676
[4] Мирвалиев М., Никулин М. С. Критерии согласия типа хи-квадрат//Заводская лаборатория. — 1992. — Т. 58. — № 3. — С. 52—58
[5] Aguirre N., Nikulin M. Chi-squared goodness-of-fit test for the family of logistic distributions//Kybernetika. — 1994. — V. 30. — № 3. — P. 214—222
[6] Chernoff H., Lehmann E. L. The use of maximum likelihood estimates in χ^2 test for goodness of fit//Ann. Math. Stat., 1954. — V. 25. — P. 579—586
[7] Чибисов Д. М. Некоторые критерии типа хи-квадрат для непрерывных распределений//Теория вероятностей и ее применение. — 1971. — Т. XVI. — № 1. — С. 3—20
[8] Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применения. — М.: Наука, 1968. — 548 с.
[9] Кокс Д., Хинкли Д. Теоретическая статистика. — М.: Мир, 1978. — 560 с.
[10] Денисов В. И., Лемешко Б. Ю. Оптимальное группирование при обработке экспериментальных данных//Измерительные информационные системы. — Новосибирск, 1979. — С. 5—14
[11] Денисов В. И., Зачепа Г. Г., Лемешко Б. Ю. Об асимптотически оптимальном группировании при оценивании основного параметра гамма-распределения по группированным данным//Применение ЭВМ в оптимальном планировании и проектировании. — Новосибирск, 1974. — С. 50—53

[12] Лемешко Б. Ю. Об оценивании параметров распределений по группированным наблюдениям//Вопросы кибернетики. — М., 1977. — Вып. 30. — С. 80—96
[13] Лемешко Б. Ю. Об оценивании по частично группированным выборкам параметров распределения Эрланга//Применение ЭВМ в оптимальном планировании и проектировании. — Новосибирск, 1982. — С. 90—93
[14] Лемешко Б. Ю., Панфилов А. Г., Панфилова Л. В. Асимптотически оптимальное группирование данных при анализе наблюдений, распределенных по законам Лапласа и двойного показательного//Математическое обеспечение стохастических и детерминированных моделей. — Новосибирск, 1986. — С. 15—23
[15] Лемешко Б. Ю. К вопросу решения задачи асимптотически оптимального группирования данных при обработке наблюдений, подчиняющихся бета-распределению//Машинные методы оптимизации, моделирования и планирования эксперимента. — Новосибирск, 1988. — С.134—138
[16] Денисов В. И., Лемешко Б. Ю., Цой Е. Б. Оптимальное группирование, оценка параметров и планирование регрессионных экспериментов. В 2 ч. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1993. — 347 с.
[17] Лемешко Б. Ю. Статистический анализ одномерных наблюдений случайных величин: Программная система. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1995. — 125 с.
[18] Лемешко Б. Ю. Асимптотически оптимальное группирование наблюдений — это обеспечение максимальной мощности критериев//Надежность и контроль качества. — 1997. — № 8. — С. 3—14
[19] Лемешко Б. Ю. Асимптотически оптимальное группирование наблюдений в критериях согласия//Заводская лаборатория. — 1998. — Т. 64. — № 1 — С. 56—64
[20] Денисов В. И., Лемешко Б. Ю., Постовалов С. Н. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Методические рекомендации. Часть I. Критерии типа χ^2. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1998. — 126 с.
[21] Mann H. B., Wald A. On the choice of the number of class intervals in the application of the chi square test//Ann. Math. Stat., 1942. V. 13. — P. 306—317.
[22] Лемешко Б. Ю. Постовалов С. Н. Прикладные аспекты использования критериев согласия в случае проверки сложных гипотез//Надежность и контроль качества. — 1997. — № 11. — С. 3—17
[23] Лемешко Б. Ю. Постовалов С. Н. О зависимости предельных распределений статистик χ^2 Пирсона и отношения правдоподобия от способа группирования данных//Заводская лаборатория. — 1998. — Т. 64. — № 5. — С. 56—63
[24] Лемешко Б. Ю. Постовалов С. Н. О распределениях статистик непараметрических критериев согласия при оценивании по выборкам параметров наблюдаемых законов//Заводская лаборатория. — 1998. — Т. 64. — № 3. — С. 61—72
[25] Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. — Л.: Энергоатомиздат, 1991. — 303 с.
[26] Cochran W. G. Some Methods of Strengthening the Common χ^2 Tests//Biometrics, 1954. — V. 10. — P. 417
[27] Mann H. B., Wald A. On the choice of the number of intervals in the application of the chi-square test//Ann. Math. Stat., 1942. — V. 13. — P. 478—479
[28] Sturgess H. A. The choice of classic intervals//J. Am. Statist. Assoc. — March 1926. — 47 p.
[29] Шторм Р. Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества. — М.: Мир, 1970. — 368 с.
[30] Heinhold I., Gaede K. W. Ingeniur statistic. — München; Wien, Springler Verlag, 1964. — 352 s.
[31] Таушанов З., Тонева Е., Пенова Р. Вычисление энтропийного коэффициента при малых выборках//Изобретательство, стандартизация и качество. — 1973. — № 5. — София
[32] Тонева Е. Аппроксимация распределений погрешности средств измерений//Измерительная техника. — 1981. — № 6. — С. 15—16
[33] Алексеева И. У. Теоретическое и экспериментальное исследование законов распределения погрешностей, их классификация и методы оценки их параметров: Автореф. дис. на соиск. учен. степени кан. техн. наук. — Л., 1975. — 20 с.
[34] Бурдун Г. Д., Марков Б. Н. Основы метрологии. — М.: Изд-во стандартов, 1985. — 120 с.
[35] Ченцов Н. Н. Статистические решающие правила и оптимальные выводы. — М.: Наука, 1972. — 520 с.
[36] Чибисов Д. М., Гванцеладзе Л. Г. О критериях согласия, основанных на группированных данных//III советско-японский симпозиум по теории вероятностей. — Ташкент: Фан, 1975. — С. 183—185
[37] Боровков А. А. О мощности критерия χ^2 при увеличении числа групп//Теория вероятностей и ее применение. — 1977. — Т. XXII. — № 2. — С. 375—378
[38] Лемешко Б. Ю., Чимитова Е. В. Максимизация мощности критериев типа χ^2//Доклады Сибирского отделения Академии наук высшей школы. — Новосибирск, 2000. — № 2. — С. 53—61
[39] Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. — М.: Наука, 1983. — 416 с.

УДК 311.218:311(084):006(094) ОКС 03.120.30 ОКСТУ 0011

Ключевые слова: проверка гипотез, простые и сложные гипотезы, критерии согласия, группирование данных, асимптотически оптимальное группирование данных, уровень значимости, конкурирующая гипотеза, мощность критерия

Р 50.1.033—2001

Рекомендации по стандартизации

Прикладная статистика

ПРАВИЛА ПРОВЕРКИ СОГЛАСИЯ ОПЫТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С ТЕОРЕТИЧЕСКИМ

Часть 1
Критерии типа хи-квадрат

Редактор *Л. В. Афанасенко*
Технический редактор *Л.А. Гусева*
Корректор *С. И. Фирсова*
Компьютерная верстка *Л.А. Круговой*

Подписано в печать 15.11.2006. Формат 60х84 1/8. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать офсетная. Усл. печ. л. 10,23. Уч.-изд. л. 9,10. Тираж 32 экз. Зак. 270. Изд. № 3496/4. С 3478.

ФГУП «Стандартинформ», 123995 Москва, Гранатный пер., 4.
www.gostinfo.ru info@gostinfo.ru
Набрано в Калужской типографии стандартов.
Отпечатано во ФГУП «Стандартинформ»

Р50.1.033-2001