

### Группа Т51

# ОТРАСЛЕВОЙ СТАНДАРТ

**ОТРАСЛЕВАЯ  
АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ.  
ПОДСИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ**

OCT 1 00320-78

На 16 страницах

## Методика прогнозирования показателей

Введен впервые

Проверено в 1982 г.

Распоряжением Министерства от 26 декабря 1978 г.

№ 087-16

срок введения установлен с 1 июля 1979 г.

Настоящий стандарт распространяется на теоретические методы прогнозирования показателей, закладываемых в отраслевой автоматизированной системе управления (ОАСУ).

Стандарт устанавливает способ определения значений показателей, представленных в виде временных рядов.

$$\Phi(B)(1-B)^d = \psi(B), \quad (3)$$

то получается

$$\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_{r+d} B^{r+d}. \quad (4)$$

Тогда общая модель представляется в виде

$$\bar{p}_t = \varphi_1 \bar{p}_{t-1} + \dots + \varphi_{r+d} \bar{p}_{t-r-d} - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} + a_t, \quad (5)$$

где  $r$  - число параметров авторегрессии;

$q$  - число параметров скользящего среднего.

Такое представление модели называется разностным уравнением и используется для прогнозирования временных рядов

$$\bar{p}_{t+l} = \varphi_1 \bar{p}_{t+l-1} + \dots + \varphi_{r+d} \bar{p}_{t+l-r-d} - \theta_1 a_{t+l-1} - \dots - \theta_q a_{t+l-q} + a_{t+l}, \quad (6)$$

где  $l$  - упреждение прогноза в момент  $t$ .

2.4. Корректирование прогноза производится с помощью оператора авторегрессии

$$\bar{p}_t = \phi_1 \bar{p}_{t-1} + \phi_2 \bar{p}_{t-2} + \dots + \phi_r \bar{p}_{t-r} + a_t, \quad (7)$$

значение  $\bar{p}_{t-1}$  может быть, в свою очередь, выражено как

$$\bar{p}_{t-1} = \phi_1 \bar{p}_{t-2} + \phi_2 \bar{p}_{t-3} + \dots + \phi_r \bar{p}_{t-r-1} + a_{t-1}. \quad (8)$$

Исключая таким же образом  $\bar{p}_{t-2}$  и т.д., получаем бесконечный ряд из импульсов  $a$ , т.е. модель

$$\phi(B) \bar{p}_t = a_t \quad (9)$$

принимает вид

$$\bar{p}_t = \psi(B) a_t, \quad (10)$$

при  $\psi(B) = \phi^{-1}(B)$ .

Такое представление модели через текущее и предшествующие значения импульсов  $a$  используется для корректирования прогноза. На основании того, что прог-

нозы  $\bar{p}_{t+1}(l)$  и  $\bar{p}_t(l+1)$  будущего значения  $\bar{p}_{t+l+1}$ , сделанные в моменты  $(t+1)$  и  $t$ , выражаются как

$$\begin{aligned} \bar{p}_{t+1}(l) &= \psi_l a_{t+1} + \psi_{l+1} a_t + \psi_{l+2} a_{t-1} + \dots + \psi_{l+n} a_{t-(n-1)} \\ \bar{p}_t(l+1) &= \psi_{l+1} a_t + \psi_{l+2} a_{t-1} + \dots + \psi_{l+n} a_{t-(n-1)} \end{aligned} \quad (11)$$

определяется прогнозируемое значение

$$\bar{p}'_t(l) = \bar{p}_{t-1}(l+1) + \psi_l a_t. \quad (12)$$

№ изм.

№ изв.

4000

Инв. № дубликата

Инв. № оригинала

2.5. Доверительные интервалы прогнозируемых значений определяются из предположения, что импульсы  $a$  подчиняются нормальному закону распределения; вычисление доверительных интервалов прогнозируемых значений осуществляется по формуле

$$A_{пр} = U_{пр} \left\{ 1 + \sum_{j=1}^{l-1} \psi_j^2 \right\}^{0,5} \left( \frac{S'}{N} \right)^{0,5}, \quad (13)$$

при  $S' = 0,25S$ ,

где  $U_{пр}$  - квантиль уровня  $(1 - \varepsilon/2)$  стандартного нормального распределения;

$S$  - безусловная сумма квадратов последовательности импульсов  $a$ ;

$N$  - число наблюдений стационарного временного ряда.

### 3. АЛГОРИТМ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

#### 3.1. Входные данные:

- число наблюдений временного ряда  $N$ ;
- значения временного ряда  $\{\bar{p}_t\}$ ,  $t = 1, 2, \dots, N$ ;
- вид и порядок модели временного ряда  $r, q, d$ ;
- значения параметров модели  $\phi_i, i = 1, \dots, r; \theta_j, j = 1, \dots, q$ ;
- интервал прогнозирования  $L_{пр}$ ;
- квантиль уровня  $(1 - \varepsilon/2)$  стандартного нормального распределения  $U_{пр}$ .

#### 3.2. Определение последовательности импульсов $a_t$

3.2.1. Вычисление последовательности случайных импульсов  $e_t$  производится по формуле

$$e_t = \bar{p}_t - \phi_1 \bar{p}_{t+1} - \dots - \phi_r \bar{p}_{t+r} + \theta_1 e_{t+1} + \dots + \theta_q e_{t+q}, \quad (14)$$

при  $t = 1, 2, \dots, N - r$ .

3.2.2. Вычисление значений временного ряда  $\bar{p}_t$  для  $t \leq 0$  производится по формуле

$$\bar{p}_t = e_t + \phi_1 \bar{p}_{t+1} + \dots + \phi_r \bar{p}_{t+r} - \theta_1 e_{t+1} - \dots - \theta_q e_{t+q}, \quad (15)$$

при  $t = 0, -1, -2, \dots, T$ ;  $e_t = 0$ ,

где  $T$  - момент времени, при котором  $|\bar{p}_t| \leq 0,01$ .

3.2.3. Вычисление последовательности случайных импульсов  $a_t$  производится по формуле

$$a_t = \bar{p}_t - \phi_1 \bar{p}_{t-1} - \dots - \phi_r \bar{p}_{t-r} + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q}, \quad (16)$$

при  $t = T, \dots, 0, 1, \dots, N - r$ ;  $a_{-t} = 0, t > T - 1$ .

№ изм.  
№ изв.

4000

Изм. № дубликата  
Изм. № подлинника

3.3. Вычисление прогноза из разностного уравнения производится по формуле

$$\hat{p}_t(l) = \sum_{j=1}^l \{\psi_j \hat{p}_t(l-j)\} + \sum_{i=1}^{r+d-l} \{\psi_{i+l} p_{t-i}\} + a_{t+l} - \sum_{k=1}^q \theta_k a_{t+l-k} \quad (17)$$

для  $l = 1, 2, \dots, L_{пр}$ .  $\hat{p}_t(0) = 1$ .

3.4. Вычисление доверительных интервалов прогнозируемых значений

3.4.1. Вычисление суммы квадратов последовательности случайных импульсов производится по формуле

$$S = \sum_{t=1-T}^N a_t^2. \quad (18)$$

3.4.2. Вычисление доверительных интервалов производится по формулам

$$A_{пр}(l) = u_{пр} \left\{ 1 + \sum_{j=1}^{l-1} \psi_j^2 \right\}^{0,5} \left( \frac{S'}{N} \right)^{0,5}, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} (\sigma_{t+l})_1 &= \hat{p}_t(l) + A_{пр}(l), \\ (\sigma_{t+l})_2 &= \hat{p}_t(l) - A_{пр}(l). \end{aligned} \quad (20)$$

3.5. Корректирование прогноза

3.5.1. Вычисление поправки производится по формуле

$$A_t = p_t - \hat{p}_{t-1}(1). \quad (21)$$

3.5.2. Вычисление подправленных значений прогнозов производится по формуле

$$\hat{p}_t^{\psi}(l) = \hat{p}_{t-1}(l+1) + \psi_l A_t, \quad (22)$$

при  $l = 1, 2, \dots, (L_{пр} - 1)$ .

3.6. Выходные данные:

- прогнозируемые значения временного ряда, полученные из разностного уравнения  $\hat{p}_t(l)$ ;

- прогнозируемые значения, полученные подправлением  $\hat{p}_t^{\psi}(l)$ ;

- доверительные интервалы прогнозируемых значений в зависимости от интервала прогнозирования  $(\sigma_{t+l})_1, (\sigma_{t+l})_2$ .

3.7. Блок-схема алгоритма прогнозирования приведена в рекомендуемом приложении 1.

3.8. Пример прогнозирования временных рядов приведен в справочном приложении 2.

№ изм.  
№ изв.

4000

Изм. № дубликата  
Изм. № подлинника

```

graph TD
    Start([Начало]) --> Input[Ввод  
исходных  
данных]
    Input --> CalcE[Вычисление  
 $e_t$  по формуле  
(14)  
 $t = 1, \dots, N-r$ ]
    CalcE --> CalcP[Вычисление  
 $p_t$  по фор-  
муле (15)  
 $t \leq 0$ ]
    CalcP --> CalcA[Вычисление  
 $a_t$  по фор-  
муле (16)  
 $t = T, \dots, 0, \dots, N-r$ ]
    CalcA --> CalcF[Вычисление  
прогноза  
из разностного  
уравнения (17)]
    CalcF --> CalcI[Вычисление  
доверительных  
интервалов по  
формулам (19), (20)]
    CalcI --> CalcC[Подправление  
прогнозов  
по формулам (21),  
(22)]
    CalcC --> Output[Вывод  
результатов]
    Output --> End([Конец])
  
```

**Конец**

ПРИЛОЖЕНИЕ 2  
Справочное

## ПРИМЕР ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

## 1. ИСХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА

## 1.1. Входные данные:

- число значений временного ряда  $N=24$ ;
- значения временного ряда, сведенные в табл. 1.

Таблица 1

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P_t$	0,92	0,90	0,88	0,87	0,92	0,91	0,91	0,94	0,92	0,92

Продолжение табл. 1

$t$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$P_t$	0,90	0,94	0,93	0,94	0,94	0,92	0,93	0,93	0,94	0,91

Продолжение табл. 1

$t$	21	22	23	24
$P_t$	0,92	0,94	0,94	0,94

1.2. Для данного временного ряда была получена модель вида

$$0,6 \bar{P}_t = 0,2 a_t$$

с параметрами:

- порядок нестационарности  $d=0$ ;
- порядок авторегрессии  $r=1$ ;
- порядок скользящего среднего  $q=1$ ;
- параметр авторегрессии  $\phi=0,6$ ;
- параметр скользящего среднего  $\theta=0,2$ .

1.3. Для вычисления доверительных интервалов прогнозов необходимы значения квантилей  $(1-\delta/2)\%$  стандартного нормального распределения, представленные в табл. 2.

Таблица 2

Пределы, %	50	90	95
Квантили	0,674	1,650	1,960

№ изм.  
№ изм.

4000

Изм. № дубликата  
Изм. № подлинника

1.4. В результате расчета нужно получить:

- прогнозируемые значения ряда на  $L_{np}=1, 2, 3, 4$ ;
- скорректированные значения на  $L_{np}=1, 2, 3$ ;
- вероятностные пределы прогнозов.

1.5. Результаты расчета удобно представить в виде таблицы, графы которой соответствуют времени упреждения, а строки - моментам времени, на которые осуществляется прогноз. Таким образом, прогнозируемые значения располагаются по диагонали таблицы, скорректированные значения располагаются в таблице под соответствующими прогнозируемыми значениями.

## 2. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ РАСЧЕТА

### 2.1. Приведение ряда к стационарному виду

2.1.1. В данном случае процесс стационарен ( $d=0$ ), следовательно, приводить его к стационарному виду не надо.

### 2.2. Вычисление последовательности случайных импульсов

2.2.1. Вычисление приведенных значений временного ряда (если имели место процедуры взятия разностей вследствие нестационарности исходного ряда, этот пункт не нужен) производится по формуле

$$\bar{p}_t = p_t - \mu,$$

при  $t = 1, \dots, N$ ,

где  $\mu$  - математическое ожидание ряда, вычисляемое по формуле

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N p_t,$$

$$\mu = 0,042 \cdot (0,92 + 0,90 + 0,88 + \dots + 0,94) = 0,921,$$

$$\bar{p}_1 = 0,920 - 0,921 = -0,001;$$

$$\bar{p}_2 = 0,900 - 0,921 = -0,021;$$

.....

$$\bar{p}_{24} = 0,940 - 0,921 = 0,019.$$

Приведенные значения ряда сведены в табл. 3.

Таблица 3

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\bar{p}_t$	-0,001	-0,021	-0,041	-0,051	-0,001	-0,011	-0,011	0,019	-0,001

№ изм.  
№ изв.

4000

Изм. № дубликата  
Изм. № подлинника



Продолжение табл. 3

$t$	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$\bar{p}_t$	-0,001	-0,021	0,019	0,009	0,019	0,019	-0,001	0,009	0,009

Продолжение табл. 3

$t$	19	20	21	22	23	24
$\bar{p}_t$	0,019	-0,011	-0,001	0,019	0,019	0,019

2.2.2. Вычисление последовательности  $e_t$  производится по формуле:

$$e_t = \bar{p}_t - \phi \bar{p}_{t+1} + \theta e_{t+1},$$

при  $t = 23, 22, \dots, 1$ ,

$$e_{24} = 0;$$

$$e_{23} = 0,019 - 0,6 \cdot 0,019 = 0,0076;$$

$$e_{22} = 0,019 - 0,6 \cdot 0,019 + 0,2 \cdot 0,0076 = 0,0078;$$

$$e_{21} = -0,001 - 0,6 \cdot 0,019 + 0,2 \cdot 0,0078 = -0,0084.$$

.....

$$e_1 = \dots$$

Результаты расчета  $e_t$  сведены в табл. 4.

Таблица 4

$t$	23	22	21	20	19	18	17	16
$e_t$	0,0076	0,0078	-0,0084	-0,0118	0,0232	0,0220	0,0080	0,0048

Продолжение табл. 4

$t$	15	14	13	12	11	10	9	8
$e_t$	0,0197	0,0115	-0,0001	0,0136	-0,0297	0,0055	0,0007	0,0197

Продолжение табл. 4

$t$	7	6	5	4	3	2	1
$e_t$	-0,0185	-0,0081	0,0040	-0,0412	-0,0461	-0,0056	0,0105

2.2.3. Вычисление значений временного ряда  $\bar{p}_t$  для  $t \leq 0$  производится по формуле

$$\bar{p}_t = \phi \bar{p}_{t+1} - \theta e_{t+1},$$

при  $e_t = 0$  и  $t = 0, -1, \dots, \Gamma$ ;

где  $\Gamma$  - время, при котором  $\bar{p}_t \leq 0,01$ ;

$$\bar{p}_0 = 0,6 \cdot (-0,001) - 0,2 \cdot 0,0105 = -0,003.$$

Вследствие этого получаем  $\Gamma = 0$ .

4000

Исх. № дубликата  
Исх. № подлинника

2.2.4. Вычисление последовательности  $a_t$  производится по формуле

$$a_t = \bar{P}_t - \phi P_{t-1} + \theta a_{t-1},$$

при  $t = 0, \dots, 23,$

$$a_0 = -0,0027,$$

$$a_1 = -0,001 - 0,6(-0,0027) + 0,2(-0,0027) = -0,0013,$$

$$a_2 = -0,021 - 0,6(-0,001) + 0,2(-0,0013) = -0,0206.$$

Результаты вычислений сведены в табл. 5.

Таблица 5

$t$	0	1	2	3	4	5	6	7
$a_t$	-0,0027	-0,0013	-0,0206	-0,0325	-0,0311	0,0234	-0,0078	-0,0106

Продолжение табл. 5

$t$	8	9	10	11	12	13	14	15
$a_t$	0,0235	-0,0078	-0,0006	-0,0205	0,0275	0,0031	0,0142	0,0104

Продолжение табл. 5

$t$	16	17	18	19	20	21	22	23
$a_t$	-0,0099	0,0076	0,0051	0,0146	-0,0195	0,0017	0,0199	0,0116

Продолжение табл. 5

$t$	24
$a_t$	0,0099

2.3. Вычисление прогнозов из разностного уравнения

2.3.1. Производится вычисление коэффициентов  $\varphi_i$

$$\varphi_1 = \phi_1 - d \phi_0 = 0,6;$$

$$\varphi_2 = \phi_2 - d \phi_1 - \frac{d(d-1)}{1 \cdot 2} \phi_0 = 0;$$

$$\varphi_3 = \varphi_4 = \dots = 0.$$

2.3.2 Вычисляются коэффициенты  $\psi_j$

$$\psi_1 = \varphi_1 - \theta_1 = 0,60 - 0,20 = 0,40;$$

$$\psi_2 = \varphi_1 \psi_1 + \varphi_2 = 0,6 \cdot 0,4 = 0,24;$$

.....

$$\psi_j = \dots$$

Результаты вычислений сведены в табл. 6.

4000

Ис. № дубликата  
Ис. № подлинника

Таблица 6

$j$	1	2	3	4	5	6	7	8
$\psi_j$	0,40	0,24	0,144	0,086	0,052	0,031	0,019	0,011

2.3.3. Для осуществления корректирования прогноза необходимо иметь для одного и того же момента времени спрогнозированное и реальное значения временного ряда, поэтому прогноз осуществляется с момента  $t = 23$ .

Разностное уравнение имеет вид:

$$\bar{p}_t = 0,6 \bar{p}_{t-1} + a_t - 0,2 a_{t-1}.$$

Вычисление прогнозов приведенного ряда проводится следующим образом:

$$\hat{\bar{p}}_{23}^{(1)} = 0,6 \cdot 0,0190 + 0,0116 - 0,2 \cdot 0,0199 = 0,0191;$$

$$\hat{\bar{p}}_{23}^{(2)} = 0,6 \cdot 0,0191 - 0,2 \cdot 0,0116 = 0,0091;$$

$$\hat{\bar{p}}_{23}^{(3)} = 0,6 \cdot 0,0091 = 0,0054;$$

$$\hat{\bar{p}}_{23}^{(4)} = 0,6 \cdot 0,0054 = 0,0032.$$

Вычисление прогнозов ряда проводится следующим образом:

$$\hat{p}_{23}^{(1)} = 0,921 + 0,0191 = 0,9401;$$

$$\hat{p}_{23}^{(2)} = 0,921 + 0,0091 = 0,9301;$$

$$\hat{p}_{23}^{(3)} = 0,921 + 0,0054 = 0,9264;$$

$$\hat{p}_{23}^{(4)} = 0,921 + 0,0032 = 0,9242.$$

#### 2.4. Вычисление доверительных интервалов

2.4.1. Вычисление суммы квадратов последовательности случайных импульсов проводится по формуле

$$S = \sum_{t=0}^{24} a_t^2,$$

$$S = (-0,0027)^2 + (-0,0013)^2 + \dots + 0,0099^2 = 0,0114; \quad S' = 0,0028.$$

2.4.2. Из таблицы квантилей стандартного нормального распределения выбирается значение, соответствующее требуемым пределам в процентах, например:

$$U_{пр} = 1,960 \text{ для пределов } 95\text{-ной вероятности.}$$

Вычисление доверительной области прогнозируемых значений проводится следующим образом:

$$A_{пр}^{(1)} = 1,96 \cdot (0,0028/24)^{0,5} = 0,0216;$$

$$A_{пр}^{(2)} = 1,96 \cdot (1 + 0,40^2)^{0,5} (0,0028/24)^{0,5} = 0,0230;$$

$$A_{пр}^{(3)} = 1,96 \cdot (1 + 0,40^2 + 0,24^2)^{0,5} (0,0028/24)^{0,5} = 0,0234;$$

$$A_{пр}^{(4)} = 1,96 \cdot (1 + 0,40^2 + 0,24^2 + 0,144^2)^{0,5} (0,0028/24)^{0,5} = 0,0236.$$

2.4.3. Вычисление доверительных интервалов проводится следующим образом:

$$(\sigma_{24})_1 = 0,9401 + 0,0216 = 0,9612,$$

$$(\sigma_{24})_2 = 0,9401 - 0,0216 = 0,8760;$$

$$(\sigma_{25})_1 = 0,9301 + 0,0230 = 0,9532,$$

$$(\sigma_{25})_2 = 0,9301 - 0,0230 = 0,8620;$$

$$(\sigma_{26})_1 = 0,9264 + 0,0234 = 0,9500;$$

$$(\sigma_{26})_2 = 0,9264 - 0,0234 = 0,8561;$$

$$(\sigma_{27})_1 = 0,9242 + 0,0236 = 0,9474;$$

$$(\sigma_{27})_2 = 0,9242 - 0,0236 = 0,8533.$$

2.5. Корректирование прогноза

2.5.1. Вычисление поправки производится следующим образом:

$$\alpha_{24} = \bar{p}_{24} - \hat{p}_{23}^{(1)},$$

$$\alpha_{24} = 0,0190 - 0,0191 = -0,0001.$$

2.5.2. Вычисление скорректированных значений прогнозов приведенного ряда производится следующим образом:

$$\hat{p}_{24}^{\psi}(1) = 0,0091 + 0,40(-0,0001) = 0,00896;$$

$$\hat{p}_{24}^{\psi}(2) = 0,0054 + 0,24(-0,0001) = 0,00538;$$

$$\hat{p}_{24}^{\psi}(3) = 0,0032 + 0,14(-0,0001) = 0,00319.$$

2.5.3. Вычисление скорректированных значений ряда производится следующим образом:

$$\hat{p}_{24}^{\psi}(1) = 0,921 + 0,00896 = 0,9300;$$

$$\hat{p}_{24}^{\psi}(2) = 0,9264;$$

$$\hat{p}_{24}^{\psi}(3) = 0,9242.$$

Результаты расчета сведены в табл. 7 и 8.

Таблица 7

Время упреждения	1	2	3	4
95%-ной предел вероятности	0,0216	0,0230	0,0234	0,0236

№ изм.

№ изм.

4000

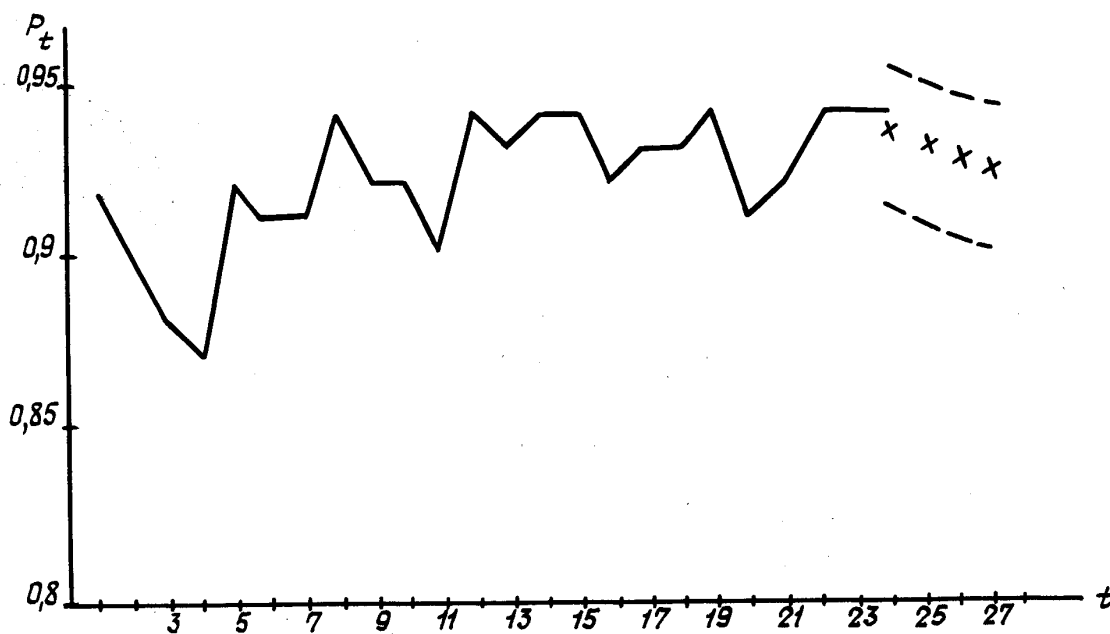
Изм. № дубликата

Изм. № подлинника

Таблица 8

$t$	$P_t$	$a_t$	Время упреждения			
			1	2	3	4
23	0,94	-	-	-	-	-
24	0,94	-0,0001	0,9401	-	-	-
25	-	-	0,9300	0,9301	-	-
26	-	-	-	0,9264	0,9264	-
27	-	-	-	-	0,9242	0,9242

Результаты прогноза приведены на черт. 1



Обозначения:

x - прогноз

----- - доверительные интервалы

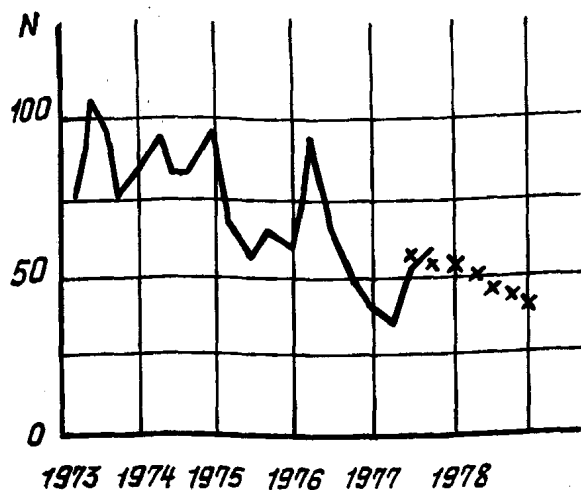
Черт. 1

2.5.4. На черт. 2 - 9 представлены примеры прогнозирования реальных временных рядов таких показателей, как наработка на отказ ( $N$ ) и процент брака ( $\delta$ ).

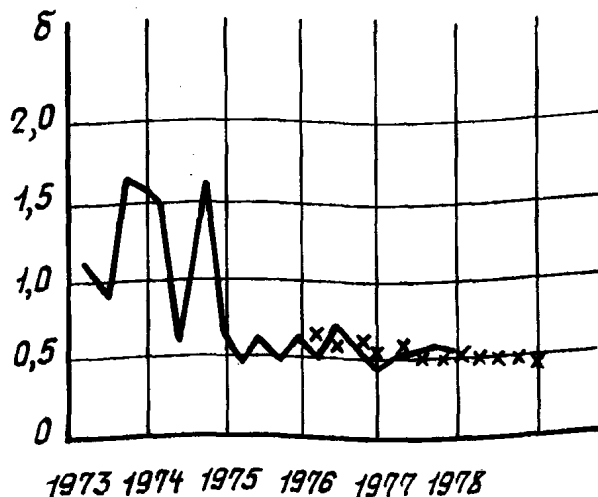
№ изм.  
№ изм.

4000

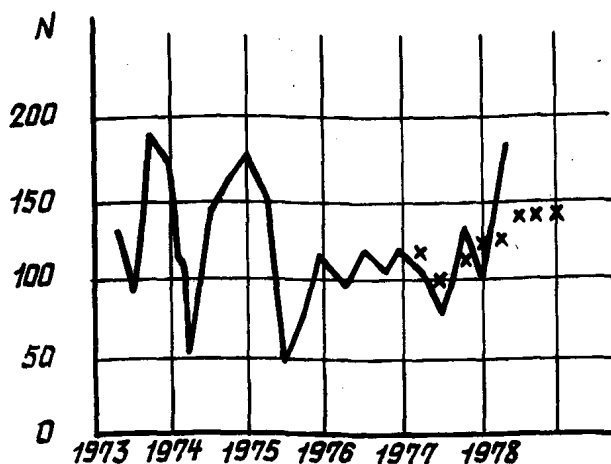
Изм. № дубликата  
Изм. № подлинника



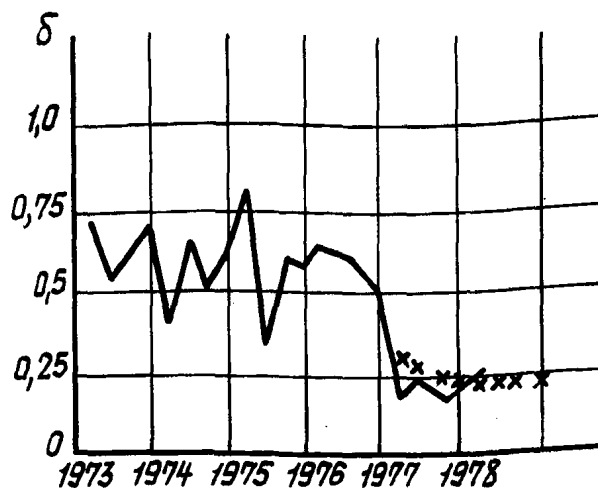
Черт. 2



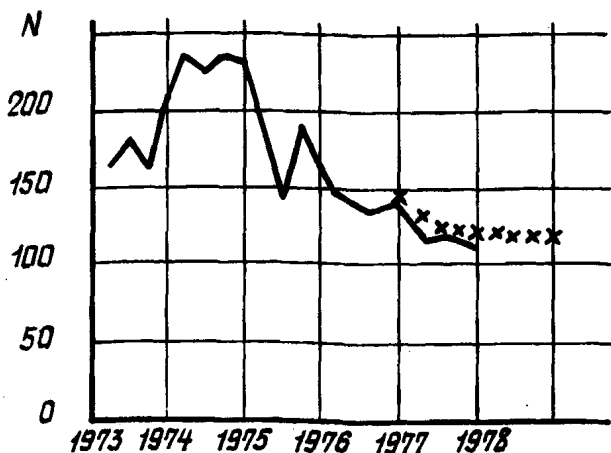
Черт. 3



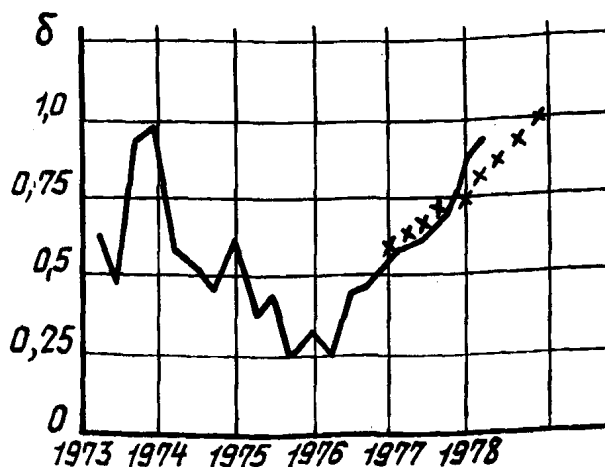
Черт. 4



Черт. 5



Черт. 6

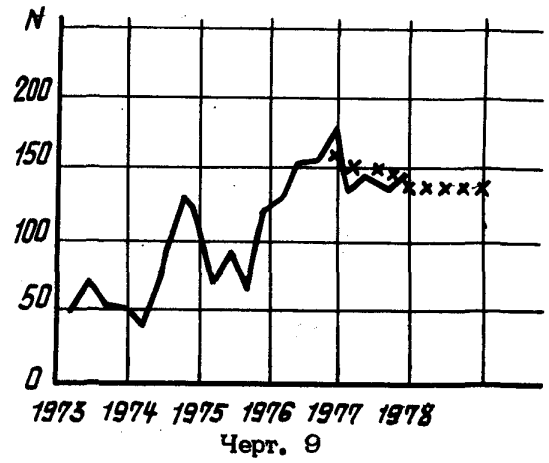
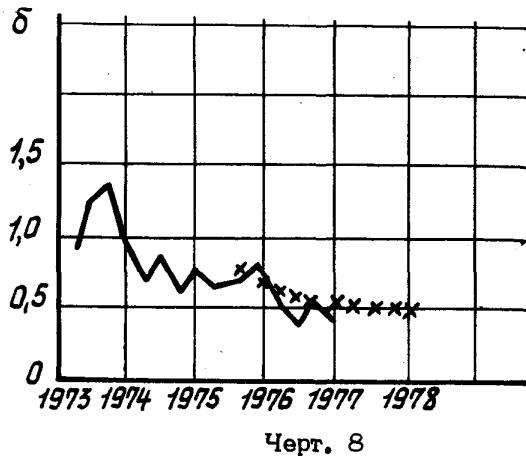


Черт. 7

№ взм.  
№ взв.

4000

Изм. № дубликата  
Изм. № подлинника



№ изм.  
№ изм.

Изм. № дубликата  
Изм. № подлинника  
4000

## ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№ изм.	Номера страниц				Номер "Изв. об изм."	Подпись	Дата	Срок введения изменения
	Изме- ненных	Заме- ненных	Новых	Анну- лиро- ванных				
1	1	—	—	—	9040	<i>[Signature]</i>	22.06.84	01.07.84
2	1	—	—	—	9339	<i>[Signature]</i>	1985	