ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ И МЕТРОЛОГИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ СТАНДАРТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ГОСТ Р 50779.21— 2004

Статистические методы

ПРАВИЛА ОПРЕДЕЛЕНИЯ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПО ВЫБОРОЧНЫМ ДАННЫМ

Часть 1

Нормальное распределение

Издание официальное

БЗ 8—2003/84

Москва
ИПК Издательство стандартов
2004

Предисловие

1 РАЗРАБОТАН Техническим комитетом по стандартизации ТК 125 «Статистические методы в управлении качеством продукции»

2 ВНЕСЕН Научно-техническим управлением Госстандарта России

3 УТВЕРЖДЕН И ВВЕДЕН В ДЕЙСТВИЕ Постановлением Госстандарта России от 12 января 2004 г. № 3-ст

4 Настоящий стандарт разработан с учетом основных нормативных положений международного стандарта ИСО 2854:1976 «Статистическое представление данных. Методы оценки и проверки гипотез о средних значениях и дисперсиях» (ISO 2854:76 «Statistical interpretation of data — Techniques of estimation and tests relating to means and variance», NEQ)

5 ВЗАМЕН ГОСТ Р 50779.21—96

Информация об изменениях к настоящему стандарту публикуется в указателе «Национальные стандарты», а текст этих изменений — в информационных указателях «Национальные стандарты». В случае пересмотра или отмены настоящего стандарта соответствующая информация будет опубликована в информационном указателе «Национальные стандарты»

Содержание

Введение

Стандарт устанавливает процедуры и методы решения ряда практических задач статистики в случае, когда наблюдаемые величины являются случайными и распределены по нормальному закону.

В стандарте изложены методы решения следующих задач:

а) точечного оценивания параметров нормального распределения случайной величины;

б) точечного оценивания вероятности попадания (доли распределения) случайной величины в заданный интервал и вне его;

в) интервального (доверительного) оценивания параметров нормального распределения и доли распределения;

г) проверки гипотез об этих же величинах.

Все процедуры, приведенные в стандарте, используют ограниченный ряд статистически независимых наблюдений, полученных в производстве, в лабораторных условиях, при контроле, измерении, оценке и т. п.

НАЦИОНАЛЬНЫЙ СТАНДАРТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Статистические методы

ПРАВИЛА ОПРЕДЕЛЕНИЯ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПО ВЫБОРОЧНЫМ ДАННЫМ

Часть 1

Нормальное распределение

Statistical methods. Determination rules and methods for calculation of statistical characteristics based on sample data. Part 1. Normal distribution

Дата введения — 2004—06—01

1 Область применения

Настоящий стандарт устанавливает методы, применяемые для:
- оценки математического ожидания и дисперсии генеральной совокупности;
- проверки гипотез относительно значений этих параметров;
- оценки вероятности попадания (доли распределения) случайной величины в заданный интервал.

Примечание — Вероятность попадания случайной величины в интервал равна доле распределения случайной величины в этом интервале. В большинстве практических задач физический смысл имеет понятие «доля распределения случайной величины в интервале», которое далее применено в настоящем стандарте.

Методы, изложенные в настоящем стандарте, применимы в том случае, если выполнены следующие условия:

- элементы выборки получены путем независимых повторений эксперимента. В случае конечной генеральной совокупности объем выборки должен составлять не более 10 % объема генеральной совокупности;
- наблюдаемые переменные распределены по нормальному закону. Однако если распределение вероятностей несильно отличается от нормального, то описанные в стандарте методы остаются применимыми для большинства практических приложений. В этом случае объем выборки должен быть не менее 10 единиц, причем достоверность получаемых статистических выводов возрастает при увеличении объемов выборок.

2 Нормативные ссылки

В настоящем стандарте использованы ссылки на следующие стандарты:

ГОСТ Р 50779.10—2000 (ИСО 3534-1—93) Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения

ГОСТ Р 50779.11—2000 (ИСО 3534-2—93) Статистические методы. Статистическое управление качеством. Термины и определения

Примечание — При пользовании настоящим стандартом целесообразно проверить действие ссылочных стандартов по указателю «Национальные стандарты», составленному по состоянию на 1 января текущего года, и по соответствующим информационным указателям, опубликованным в текущем году. Если ссылочный документ заменен (изменен), то при пользовании настоящим стандартом следует руководствоваться замененным (измененным) стандартом. Если ссылочный документ отменен без замены, то положение, в котором дана ссылка на него, применяется в части, не затрагивающей эту ссылку.

Издание официальное

3 Термины и определения

В настоящем стандарте применены термины по ГОСТ Р 50779.10 и ГОСТ Р 50779.11, а также следующие термины с соответствующими определениями:

3.1 **точечное оценивание параметра:** Получение оценки параметра в виде одного численного значения;

3.2 **интервальное (доверительное) оценивание параметра:** Получение оценки параметра в виде доверительного интервала;

3.3 **доверительный интервал:** Интервал, границы которого являются функциями от выборочных данных и который накрывает истинное значение оцениваемого параметра с вероятностью не менее $1-\alpha$ (где $1-\alpha$ — доверительная вероятность).

Примечание — Доверительный интервал может быть двусторонним или односторонним;

3.4 **нулевая гипотеза:** Предположение о распределении генеральной совокупности, которое проверяют по статистическим данным.

Примечание — В частности, в настоящем стандарте рассмотрены предположения о значениях параметров распределения.

4 Обозначения

В настоящем стандарте применены следующие обозначения:

μ — математическое ожидание нормального закона распределения (среднее значение генеральной совокупности, далее — среднее значение);

μ_0 — известное значение параметра μ;

μ_1, μ_2 — математические ожидания для двух различных генеральных совокупностей;

$\widehat{\mu}$ — точечная оценка параметра μ; $\widehat{\mu} = \bar{x}$;

μ_M, μ_L — верхняя и нижняя доверительные границы параметра μ;

$(\mu_1 - \mu_2)^\wedge$ — точечная оценка разности значений параметров μ_1 и μ_2;

σ — стандартное (среднеквадратичное) отклонение нормально распределенной случайной величины;

D — дисперсия генеральной совокупности; $D = \sigma^2$;

D_0 — известное значение дисперсии генеральной совокупности, $D_0 = \sigma_0^2$;

σ_0 — известное численное значение параметра σ;

σ_{01}, σ_{02} — известные значения параметров σ_1 и σ_2 для двух генеральных совокупностей;

$\widehat{\sigma}$ — точечная оценка параметра σ, $\widehat{\sigma} = S$;

σ_M, σ_L — верхняя и нижняя доверительные границы параметра σ;

D — точечная оценка дисперсии;

x — выборочное значение наблюдаемой случайной величины;

x_1 — выборочное значение случайной величины из первой генеральной совокупности;

x_2 — то же, из второй генеральной совокупности;

n, n_1, n_2 — объемы выборок;

$\bar{x}, \bar{x}_1, \bar{x}_2$ — среднеарифметические значения (выборочные средние);

$S = \sqrt{\frac{(x-\bar{x})^2}{(n-1)}}$ — выборочное стандартное (среднеквадратичное) отклонение;

S_1, S_2 — то же для двух выборок соответственно;

α — риск первого рода (вероятность отвергнуть гипотезу, когда она верна);

$(1-\alpha)$ — уровень значимости при проверке гипотез, а также доверительная вероятность $0 < \alpha < 1$;

ν — число степеней свободы;

$u_{1-\alpha}$, $u_{1-\alpha/2}$ — квантили стандартного нормального закона распределения уровней $1-\alpha$ и $1-\alpha/2$ соответственно;

$t_{1-\alpha}(\nu)$, $t_{1-\alpha/2}(\nu)$ — квантили распределения Стьюдента с ν степенями свободы уровней $1-\alpha$ и $1-\alpha/2$ соответственно;

$F_{1-\alpha}(\nu_1, \nu_2)$ — квантиль распределения Фишера с ν_1 и ν_2 степенями свободы уровня $1-\alpha$;

$\chi^2_{1-\alpha}(\nu)$, $\chi^2_{1-\alpha/2}(\nu)$, $\chi^2_{\alpha/2}(\nu)$ — квантили χ^2 распределения с ν степенями свободы уровней $1-\alpha$, $1-\alpha/2$ и $\alpha/2$ соответственно;

L, M — нижняя и верхняя границы интервала соответственно;

p — доля распределения (вероятность попадания) случайной величины в заданный интервал $[L, M]$;

q — доля распределения (вероятность попадания) случайной величины вне интервала $[L, M]$, причем $q + p = 1$;

$\widehat{p}$, $\widehat{q}$ — точечные оценки p и q;

p_L, q_L — нижние односторонние доверительные границы для p и q;

p_M, q_M — верхние односторонние доверительные границы для p и q;

C — случайное событие: например, попадание случайной величины в заданный интервал;

Prob$\{C\}$ — вероятность случайного события C;

Σx — сумма выборочных значений.

5 Общие требования

5.1 Настоящий стандарт содержит описание типовых статистических задач, а также процедур, при помощи которых они решаются. Представленные задачи могут быть разбиты на три класса:

- точечное и интервальное оценивание среднего значения генеральной совокупности;
- точечное и интервальное оценивание дисперсии генеральной совокупности;
- точечное и интервальное оценивание доли распределения (вероятность попадания) случайной величины в заданном интервале и вне его.

5.2 Для решения каждой из перечисленных задач по 5.1 приведены процедуры их решения (разделы 6, 7, 8), включающие в себя:

1) статистические и исходные данные;

2) определение стандартных табличных данных, которые необходимы для проведения вычислений (приложения А, Б, В, Г), а также проведение вычислений параметров и коэффициентов по приведенным формулам;

3) результаты, полученные в итоге проведенных вычислений.

5.3 Для задач каждого класса приведены примеры их применения на практике (в производстве, медицине, химии). Спектр возможных применений этих задач не ограничивается приведенными в разделах 6, 7, 8 примерами.

5.4 Во всех приведенных задачах предполагается, что статистические и исходные данные подчиняются нормальному закону распределения. В тех случаях, когда изначально в этом нет достаточной уверенности, должны быть проведены предварительные исследования соответствия исходных данных нормальному закону.

5.5 Процедуры решения перечисленных в 5.1 задач представлены в таблицах, соответствующих этим задачам (разделы 6, 7, 8).

Номера таблиц разделов 6, 7, 8 для решения соответствующих задач перечислены в обобщенных таблицах 5.1, 5.2, 5.3, 5.4.

Т а б л и ц а 5.1 — Номера таблиц для решения задач по оценке среднего значения (раздел 6)

Задача оценки среднего значения	Номер таблицы	
	D известна	D неизвестна
Оценка среднего	6.1	6.2
Сравнение среднего значения с заданным значением	6.3	6.4
Сравнение двух средних	6.5	6.6
Оценка разности двух средних	6.7	6.8

Т а б л и ц а 5.2 — Номера таблиц для решения задач по оценке дисперсии (раздел 7)

Задача оценки дисперсии	Номер таблицы
Оценка дисперсии	7.1
Сравнение дисперсии или стандартного отклонения с заданным значением	7.2
Сравнение двух дисперсий или двух стандартных отклонений	7.3

Т а б л и ц а 5.3 — Номера таблиц для решения задач по точечной оценке доли распределения случайной величины в заданном интервале (раздел 8)

Номер таблицы	
D известна	D неизвестна
8.2	8.3

Т а б л и ц а 5.4 — Номера таблиц для решения задач по интервальной оценке доли распределения случайной величины при неизвестной дисперсии в заданном интервале (раздел 8)

Заданные границы интервала	Искомая величина	Номер таблицы
L	p_L, q_M	8.4
M	p_L, q_M	8.5
L, M	p_L, q_M	8.6
L	p_M, q_L	8.7
M	p_M, q_L	8.8
L, M	p_M, q_L	8.9

5.6 Процедуры интервального оценивания доли распределения случайной величины в заданном интервале, изложенные в разделе 8 настоящего стандарта, являются простыми для применения, но не самыми эффективными. Более эффективными являются процедуры с использованием таблиц нецентрального распределения Стьюдента или таблиц толерантных множителей, которые в настоящем стандарте не приведены.

6 Точечное и интервальное оценивание математического ожидания генеральной совокупности

6.1 Алгоритм точечного и интервального оценивания среднего значения при известной дисперсии приведен в таблице 6.1.

Таблица 6.1 — Оценка среднего значения при известной дисперсии

Статистические и исходные данные	Табличные данные и вычисления
1 Объем выборки: $n =$ 2 Сумма значений наблюдаемых величин: $\Sigma x =$ 3 Известное значение дисперсии: $\sigma_0^2 =$ 4 Выбранная доверительная вероятность: $1 - \alpha =$	1 Квантиль стандартного нормального закона распределения уровня $(1 - \alpha)$: $u_{1-\alpha} =$ 2 Квантиль стандартного нормального закона распределения уровня $(1 - \alpha/2)$: $u_{1-\alpha/2} =$ 3 Вычисляем: $x = \frac{1}{n} \sum x =$ 4 Вычисляем: $K_1 = \frac{U_{1-\alpha}}{\sqrt{n}} =$ 5 Вычисляем: $K_2 = \frac{U_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} =$
Результаты 1 Точечная оценка параметра μ: $\widehat{\mu} = x =$ 2 Двусторонний симметричный доверительный интервал для μ: $x - K_2 \sigma_0 \le \mu \le x + K_2 \sigma_0$. 3 Односторонние доверительные интервалы для μ: $\mu \le \bar{x} + K_1\sigma_0$ или $\mu \ge \bar{x} - K_1\sigma_0$.	
Примечание — Квантили стандартного нормального закона распределения определяют по таблице А.1 приложения А.	

Примеры

1 Определение настроенности станка-автомата при механической обработке (например, токарного, шлифовального). Точность станка, определяемая разбросом получаемых размеров деталей без изменения настройки, считается известной, а центр настройки μ требуется определить. Возможны оценки в виде точечного значения $\widehat{\mu}$ или в виде интервала, который с известной степенью доверия (доверительной вероятностью) включает неизвестное значение μ. Интервал может быть:

- двусторонним, если необходима уверенность с заданной доверительной вероятностью, в каких пределах может лежать μ;

- односторонним с верхней границей, если необходима уверенность, что μ не выше какого-то значения;

- односторонним с нижней границей, если необходима уверенность, что μ не ниже какого-то значения.

2 Оценка настройки автоматического оборудования для розлива жидкости в тару. Условие и возможные типы оценок — как в примере 1.

3 Многие другие технологические процессы с известной или оцененной заранее точностью (т. е. известным параметром σ_0^2), в которых выходной контролируемый параметр имеет равновозможные отклонения в большую или меньшую стороны от центра настройки μ. Условие и возможные типы оценок — как в примере 1.

6.2 Алгоритм точечного и интервального оценивания среднего значения при неизвестной дисперсии приведен в таблице 6.2.

Т а б л и ц а 6.2 — Оценка среднего значения при неизвестной дисперсии

Статистические и исходные данные	Табличные данные и вычисления
1 Объем выборки: $n =$ 2 Сумма значений наблюдаемых величин: $\Sigma x =$ 3 Сумма квадратов значений наблюдаемых величин: $\Sigma x^2 =$ 4 Степени свободы: $\nu = n - 1 =$ 5 Выбранная доверительная вероятность: $1 - \alpha =$	1 Квантиль распределения Стьюдента уровня $(1 - \alpha)$ с ν степенями свободы: $t_{1-\alpha}(\nu) =$ 2 Квантиль распределения Стьюдента уровня $(1 - \alpha/2)$ с ν степенями свободы: $t_{1-\alpha/2}(\nu) =$ 3 Вычисляем: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x =$ 4 Вычисляем: $\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2/n}{n-1} =$ 5 Вычисляем: $S = \sqrt{\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n-1}} =$ 6 Вычисляем: $l_1 = \frac{t_{1-\alpha}(\nu)}{\sqrt{n}} =$ 7 Вычисляем: $l_2 = \frac{t_{1-\alpha/2}(\nu)}{\sqrt{n}} =$
Результаты 1 Точечная оценка параметра μ: $\hat{\mu} = \bar{x} =$ 2 Точечная оценка параметра D: $D = S^2 =$ 3 Двусторонний симметричный доверительный интервал для параметра μ: $\bar{x} - l_2 S \le \mu \le \bar{x} + l_2 S.$ 4 Односторонние доверительные интервалы для параметра μ: $\mu \le \bar{x} + l_1 S$ или (1) $\mu \ge \bar{x} - l_1 S.$ (2)	
П р и м е ч а н и е — Квантили распределения Стьюдента определяют по таблице Б.1 приложения Б.	

П р и м е р ы — Примеры те же, что в 6.1, но точность, определяемая разбросом контролируемых значений, заранее неизвестна.

6.3 Алгоритм решения задачи сравнения неизвестного среднего значения с заданным значением μ_0 при известной дисперсии приведен в таблице 6.3.

Таблица 6.3 — Сравнение неизвестного среднего значения с заданным значением μ_0 при известной дисперсии

Статистические и исходные данные	Табличные данные и вычисления
1 Объем выборки: $n =$ 2 Сумма значений наблюдаемых величин: $\Sigma x =$ 3 Заданное значение: $\mu_0 =$ 4 Известное значение дисперсии генеральной совокупности: $\sigma_0^2 =$ или стандартного отклонения: $\sigma_0 =$ 5 Выбранный уровень значимости: $\alpha =$	1 Квантиль стандартного нормального закона распределения уровня (1 — α): $u_{1-\alpha} =$ 2 Квантиль стандартного нормального закона распределения уровня (1 — α/2): $u_{1-\alpha/2} =$ 3 Вычисляем: $\bar{x} = \frac{1}{n} \Sigma x =$
Результаты Сравнение выборочного среднего значения $\bar{x}$ с заданным значением μ_0: 1 В двустороннем случае: Предположение равенства выборочного среднего и заданного значений (нулевая гипотеза) отклоняется, если: $\lvert \bar{x} - \mu_0 \rvert > [u_{1-\alpha/2}/\sqrt{n}]\,\sigma_0$. 2 В одностороннем случае: а) предположение о том, что выборочное среднее не менее чем μ_0 (нулевая гипотеза) отклоняется, если: $\bar{x} < \mu_0 - [u_{1-\alpha}/\sqrt{n}]\,\sigma_0$; б) предположение о том, что выборочное среднее не более чем μ_0 (нулевая гипотеза) отклоняется, если: $\bar{x} > \mu_0 + [u_{1-\alpha}/\sqrt{n}]\,\sigma_0$.	
Примечание — Квантили стандартного нормального закона распределения определяют по таблице А.1 приложения А.	

Пример — Проверка правильности настройки технологического процесса на середину поля допуска или на заданное оптимальное значение. Точность технологического процесса предполагается известной или заранее оцененной, т. е. значение σ_0^2 известно.

Возможные технологические процессы: механическая обработка, расфасовка и другие, где равновозможны отклонения контролируемого параметра в большую и меньшую сторону от центра настройки.

6.4 Алгоритм решения задачи сравнения неизвестного среднего значения с заданным значением μ_0 при неизвестной дисперсии приведен в таблице 6.4.

Таблица 6.4 — Сравнение неизвестного среднего значения с заданным значением μ_0 при неизвестной дисперсии

Статистические и исходные данные	Табличные данные и вычисления
1 Объем выборки: $n =$ 2 Сумма значений наблюдаемых величин: $\Sigma x =$ 3 Сумма квадратов значений наблюдаемых величин: $\Sigma x^2 =$ 4 Заданное значение: $\mu_0 =$ 5 Степени свободы: $\nu = n - 1 =$ 6 Выбранный уровень значимости: $\alpha =$	1 Квантиль распределения Стьюдента уровня (1 — α) с ν степенями свободы: $t_{1-\alpha}(\nu) =$ 2 Квантиль распределения Стьюдента уровня (1 — α)/2 с ν степенями свободы: $t_{1-\alpha/2}(\nu) =$ 3 Вычисляем: $x = \frac{1}{n}\Sigma x =$ 4 Вычисляем: $\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2/n}{n-1} =$ 5 Вычисляем: $S = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1}} =$
Результаты Сравнение выборочного среднего значения $\bar{x}$ с заданным значением μ_0: 1 В двустороннем случае: Предположение равенства выборочного среднего и заданного значений (нулевая гипотеза) отклоняется, если: $\lvert\bar{x} - \mu_0\rvert > [t_{1-\alpha/2}(\nu)/\sqrt{n}]\,S$. 2 В одностороннем случае: а) предположение о том, что выборочное среднее не менее чем μ_0 (нулевая гипотеза) отклоняется, если: $x < \mu_0 - [t_{1-\alpha}(\nu)/\sqrt{n}]\,S$; б) предположение о том, что выборочное среднее не более чем μ_0 (нулевая гипотеза) отклоняется, если: $x > \mu_0 + [t_{1-\alpha}(\nu)/\sqrt{n}]\,S$.	
Примечание — Квантили распределения Стьюдента определяют по таблице Б.1 приложения Б.	

Примеры

1 То же, что в примере 6.3, но точность технологического процесса заранее неизвестна.

2 Контрольные проверки в розничной торговле и сфере обслуживания.

Например, у пяти человек, купивших по 1 кг сливочного масла, проводят повторное взвешивание товара на контрольных, более точных весах. При этом должен быть получен ответ на вопрос: являются ли отклонения от точного веса случайными или имеется систематическое обвешивание покупателей.

То же — при отпуске бензина и масел на автозаправочных станциях, то же — при продаже тканей в магазинах и т. п.

6.5 Алгоритм решения задачи сравнения двух неизвестных средних значений при известных дисперсиях приведен в таблице 6.5.

Т а б л и ц а 6.5 — Сравнение двух неизвестных средних значений при известных дисперсиях

<table>
<tr><th>Статистические и исходные данные</th><th>Табличные данные и вычисления</th></tr>
<tr><td>Первая выборка / Вторая выборка
1 Объем выборки: $n_1 =$ $n_2 =$
2 Сумма значений наблюдаемых величин: $\Sigma\ x_1 =$ $\Sigma\ x_2 =$
3 Известные значения дисперсий генеральных совокупностей: $\sigma^2_{01} =$ $\sigma^2_{02} =$
4 Выбранный уровень значимости: $\alpha =$</td><td>1 Квантиль стандартного нормального закона распределения уровня (1 — α):
$u_{1-\alpha} =$
2 Квантиль стандартного нормального закона распределения уровня (1— α/2):
$u_{1-\alpha/2} =$
3 Вычисляем:
$\bar{x}_1 = \frac{\Sigma\ x_1}{n_1} =$; $\bar{x}_2 = \frac{\Sigma\ x_2}{n_2} =$
4 Вычисляем:
$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sigma^2_{01}}{n_1} + \frac{\sigma^2_{02}}{n_2}} =$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Результаты
Сравнение средних значений двух совокупностей:
1 В двустороннем случае:
Предположение равенства средних значений (нулевая гипотеза) отклоняется, если:
$|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| > u_{1-\alpha/2}\,\sigma_d$.
2 В одностороннем случае:
а) предположение о том, что первое среднее не менее второго (нулевая гипотеза) отклоняется, если:
$\bar{x}_1 < \bar{x}_2 - u_{1-\alpha}\,\sigma_d$;
б) предположение о том, что первое среднее не более второго (нулевая гипотеза) отклоняется, если:
$\bar{x}_1 > \bar{x}_2 + u_{1-\alpha}\,\sigma_d$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">П р и м е ч а н и е — Квантили стандартного нормального закона распределения определяют по таблице А.1 приложения А.</td></tr>
</table>

Примеры

1 Технологический процесс механической обработки проводят параллельно на двух станках, точность каждого из них известна, т. е. известны параметры σ_{01} и σ_{02}. Можно ли считать, что оба станка настроены одинаково? Можно ли смешивать детали, произведенные на этих двух станках? Это бывает существенно, если дальнейшие технологические процессы подстраивают под среднее значение — параметр данного технологического процесса.

2 Требуется определить, одинаково ли среднее значение — параметр содержания кофеина в двух партиях таблеток аскофена, выпущенных разными фармацевтическими заводами. При этом заранее известны характеристики разброса этого содержания (т. е. дисперсии) для каждого из двух заводов.

6.6 Алгоритм решения задачи сравнения двух средних значений при неизвестных, но равных дисперсиях приведен в таблице 6.6.

Т а б л и ц а 6.6 — Сравнение двух средних значений при неизвестных дисперсиях

<table>
<tr><th>Статистические и исходные данные</th><th>Табличные данные и вычисления</th></tr>
<tr><td>

	Первая выборка	Вторая выборка
1 Объем выборки:	$n_1 =$	$n_2 =$
2 Сумма значений наблюдаемых величин:	$\Sigma\ x_1 =$	$\Sigma\ x_2 =$
3 Сумма квадратов значений наблюдаемых величин:	$\Sigma x_1^2 =$	$\Sigma x_2^2 =$
4 Степени свободы:	$\nu = n_1 + n_2 - 2 =$	
5 Выбранный уровень значимости:	$\alpha =$	

</td><td>

1 Квантиль распределения Стьюдента уровня (1 — α) с ν степенями свободы:

$$t_{1-\alpha}(\nu) =$$

2 Квантиль распределения Стьюдента уровня (1 — α/2) с ν степенями свободы:

$$t_{1-\alpha/2}(\nu) =$$

3 Вычисляем:

$$x_1 = \frac{\Sigma x_1}{n_1} = \quad ; \qquad x_2 = \frac{\Sigma x_2}{n_2} =$$

4 Вычисляем:

$$\Sigma (x_1 - x_1)^2 + \Sigma (x_2 - x_2)^2 =$$

$$= \Sigma x_1^2 + \Sigma x_2^2 - \frac{1}{n_1}(\Sigma x_1)^2 - \frac{1}{n_2}(\Sigma x_2)^2 =$$

5 Вычисляем:

$$S_d = \sqrt{\frac{(n_1 + n_2)}{n_1 n_2} \cdot \frac{\Sigma (x_1 - \bar{x}_1)^2 + \Sigma (x_2 - \bar{x}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}} =$$

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

Результаты

Сравнение средних значений двух совокупностей:

1 В двустороннем случае:

а) предположение о том, что средние μ_1 и μ_2 совпадают (нулевая гипотеза) отклоняется, если:

$$| \bar{x}_1 - x_2 | > t_{1-\alpha/2}(\nu)\, S_d .$$

2 В одностороннем случае:

а) предположение о том, что $\mu_1 \geq \mu_2$ (нулевая гипотеза) отклоняется, если:

$$x_1 < x_2 - t_{1-\alpha}(\nu)\, S_d ;$$

б) предположение о том, что $\mu_1 \leq \mu_2$ (нулевая гипотеза) отклоняется, если:

$$x_1 > x_2 + t_{1-\alpha}(\nu)\, S_d .$$

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

П р и м е ч а н и е — Квантили распределения Стьюдента определяют по таблице Б.1 приложения Б.

</td></tr>
</table>

П р и м е ч а н и е — Дисперсии неизвестны, но в предположении могут быть равными.

Примеры

1 Примеры те же, что для 6.5, но дисперсии неизвестны. Применение этих задач может встречаться чаще, чем применение задач по 6.5, т. к. в большинстве случаев в двух сравниваемых процессах или совокупностях дисперсии неизвестны.

2 Пример 2 по 6.5 может быть распространен на сравнение содержания различных химических веществ или примесей в двух совокупностях.

6.7 Алгоритм точечного и интервального оценивания разности двух средних значений при известных дисперсиях приведен в таблице 6.7.

Т а б л и ц а 6.7 — Оценка разности двух средних значений при известных дисперсиях

<table>
<tr><th>Статистические и исходные данные</th><th>Табличные данные и вычисления</th></tr>
<tr><td>Первая выборка / Вторая выборка
1 Объем выборки: $n_1 =$ $n_2 =$
2 Сумма значений наблюдаемых величин: $\Sigma\, x_1 =$ $\Sigma\, x_2 =$
3 Известное значение дисперсий генеральной совокупности: $\sigma^2_{01} =$ $\sigma^2_{02} =$
4 Выбранный уровень значимости: $\alpha =$,
тогда доверительная вероятность равна $1 - \alpha =$</td><td>1 Квантиль стандартного нормального закона распределения уровня $(1 - \alpha)$:
$u_{1-\alpha} =$
2 Квантиль стандартного нормального закона распределения уровня $(1 - \alpha/2)$:
$u_{1-\alpha/2} =$
3 Вычисляем:
$\bar{x}_1 = \frac{\Sigma x_1}{n_1} =$; $\bar{x}_2 = \frac{\Sigma x_2}{n_2} =$
4 Вычисляем:
$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sigma^2_{01}}{n_1} + \frac{\sigma^2_{02}}{n_2}} =$</td></tr>
<tr><td colspan="2">**Результаты**
1 Точечная оценка равности между средними значениями параметров μ_1 и μ_2 для двух совокупностей:
$(\mu_1 - \mu_2)^\wedge = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$.
2 Односторонний доверительный интервал для разности $(\mu_1 - \mu_2)$:
$(\mu_1 - \mu_2) < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + u_{1-\alpha}\,\sigma_d$ или
$(\mu_1 - \mu_2) > (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - u_{1-\alpha}\,\sigma_d$.
3 Двусторонний доверительный интервал для разности $(\mu_1 - \mu_2)$:
$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - u_{1-\alpha/2}\,\sigma_d < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + u_{1-\alpha/2}\,\sigma_d$.
4 Предположение равенства средних значений (нулевая гипотеза) отклоняется, если:
$\lvert \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \rvert > u_{1-\alpha/2}\,\sigma_d$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">П р и м е ч а н и е — Квантили стандартного нормального закона распределения определяют по таблице А.1 приложения А.</td></tr>
</table>

Пример — Сопоставление однотипных средних значений показателя качества для двух технологических процессов или двух совокупностей изделий. Считается, что дисперсии для обоих технологических процессов или совокупностей известны.

Например, оценка разности средней толщины гальванического покрытия двух партий одинаковых изделий; оценка разности среднего содержания вредных примесей в двух партиях химикатов и т. п.

6.8 Алгоритм точечного и интервального оценивания разности двух средних значений при неизвестных, но равных дисперсиях приведен в таблице 6.8.

Т а б л и ц а 6.8 — Оценка разности двух средних значений при неизвестных, но равных* дисперсиях

<table>
<tr><th>Статистические и исходные данные</th><th>Табличные данные и вычисления</th></tr>
<tr><td>

	Первая выборка	Вторая выборка
1 Объем выборки:	$n_1 =$	$n_2 =$
2 Сумма значений наблюдаемых величин:	$\Sigma x_1 =$	$\Sigma x_2 =$
3 Сумма квадратов значений наблюдаемых величин:	$\Sigma x_1^2 =$	$\Sigma x_2^2 =$

4 Степени свободы: $\nu = n_1 + n_2 - 2 =$

5 Выбранная доверительная вероятность: $1 - \alpha =$

</td><td>

1 Квантиль распределения Стьюдента уровня $(1 - \alpha)$ с ν степенями свободы:

$$t_{1-\alpha}(\nu) =$$

2 Квантиль распределения Стьюдента уровня $(1 - \alpha/2)$ с ν степенями свободы:

$$t_{1-\alpha/2}(\nu) =$$

3 Вычисляем:

$$\bar{x}_1 = \frac{\Sigma x_1}{n_1} = \quad ; \qquad \bar{x}_2 = \frac{\Sigma x_2}{n_2} =$$

4 Вычисляем:

$$\Sigma (x_1 - \bar{x}_1)^2 + \Sigma (x_2 - \bar{x}_2)^2 =$$

$$= \Sigma x_1^2 + \Sigma x_2^2 - \frac{1}{n_1} (\Sigma x_1)^2 - \frac{1}{n_2} (\Sigma x_2)^2 =$$

5 Вычисляем:

$$S_d = \sqrt{\frac{(n_1 + n_2)}{n_1 n_2} \cdot \frac{\Sigma (x_1 - \bar{x}_1)^2 + \Sigma (x_2 - \bar{x}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}} =$$

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

Результаты

1 Точечная оценка равности между средними значениями параметров μ_1 и μ_2 для двух совокупностей:

$$(\mu_1 - \mu_2)^\wedge = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 .$$

2 Двусторонний доверительный интервал для разности $(\mu_1 - \mu_2)$:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{1-\alpha/2}(\nu)\, S_d < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{1-\alpha/2}(\nu)\, S_d .$$

3 Односторонний доверительный интервал для разности $(\mu_1 - \mu_2)$:

$$(\mu_1 - \mu_2) < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{1-\alpha}(\nu)\, S_d \text{ или}$$

$$(\mu_1 - \mu_2) > (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{1-\alpha}(\nu)\, S_d .$$

</td></tr>
<tr><td colspan="2">П р и м е ч а н и е — Квантили распределения Стьюдента определяют по таблице Б.1 приложения Б.</td></tr>
</table>

Пример — Пример тот же, что в 6.7, но дисперсии неизвестны. Применение этих оценок может встречаться чаще, чем применение оценок по 6.7, т. к. в большинстве случаев в двух сравниваемых совокупностях дисперсии неизвестны.

* Гипотезы равенства дисперсий двух генеральных совокупностей могут быть проверены по таблице 7.3 раздела 7.

7 Точечное и интервальное оценивание дисперсии генеральной совокупности

7.1 Алгоритм точечного и интервального оценивания дисперсии или стандартного отклонения приведен в таблице 7.1.

Таблица 7.1 — Точечная и интервальная оценки дисперсии или стандартного отклонения

Статистические и исходные данные	Табличные данные и вычисления
1 Объем выборки: $n =$ 2 Сумма значений наблюдаемых величин: $\Sigma x =$ 3 Сумма квадратов значений наблюдаемых величин: $\Sigma x^2 =$ 4 Степени свободы: $\nu = n - 1 =$ 5 Выбранная доверительная вероятность: $1 - \alpha =$	1 Квантили χ^2 распределения с ν степенями свободы уровней α, $(1-\alpha)$, $\alpha/2$ и $(1-\alpha/2)$ соответственно: $\chi^2_{\alpha}(\nu) =$ $\chi^2_{1-\alpha}(\nu) =$ $\chi^2_{\alpha/2}(\nu) =$ $\chi^2_{1-\alpha/2}(\nu) =$ 3 Вычисляем: $\Sigma(x-\bar{x})^2 = \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2/n =$ 4 Вычисляем: $S^2 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1} =$
Результаты 1 Точечные оценки дисперсии D и стандартного отклонения σ генеральной совокупности: $D = S^2$; $\hat{\sigma} = \sqrt{S^2}$. 2 Двусторонний доверительный интервал* для дисперсии D: $\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(\nu)} < D < \frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{\chi^2_{\alpha/2}(\nu)}$. 3 Односторонний доверительный интервал* для дисперсии D: $D > \frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{\chi^2_{1-\alpha}(\nu)} = \sigma^2_L$ или (3) $D < \frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{\chi^2_{\alpha}(\nu)} = \sigma^2_M$. (4)	
* Значения границ доверительного интервала стандартного отклонения σ являются корнем квадратным из значений границ доверительного интервала дисперсии D. Примечание — Квантили χ^2 распределения определяют по таблице В.1 приложения В.	

Примеры

1 Оценка точности (среднее значение величины разброса) показателей качества на выходе технологического процесса.

2 Оценка точности поддержания заданного значения параметра в системах автоматического регулирования (например, температура в печи).

Если необходимо знать просто среднее значение показателя точности, то определяется точечная оценка σ^2 или σ, а если необходима уверенность в том, что точность не хуже (разброс не выше) определенного значения, то определяют интервальную оценку σ^2 или σ с верхней доверительной границей.

7.2 Алгоритм решения задачи сравнения дисперсии или стандартного отклонения с заданной величиной приведен в таблице 7.2.

Т а б л и ц а 7.2 — Сравнение дисперсии или стандартного отклонения с заданным значением

Статистические и исходные данные	Табличные данные и вычисления
1 Объем выборки: $n =$ 2 Сумма значений наблюдаемых величин: $\Sigma x =$ 3 Сумма квадратов значений наблюдаемых величин: $\Sigma x^2 =$ 4 Заданное значение: $\sigma_0^2 = D_0 =$ 5 Степени свободы: $\nu = n - 1 =$ 6 Выбранная доверительная вероятность: $\alpha =$	1 Квантили χ^2 распределения с ν степенями свободы уровней α, $(1 - \alpha)$, $\alpha/2$ и $(1 - \alpha/2)$ соответственно: $\chi^2_{\alpha}(\nu) =$ $\chi^2_{1-\alpha}(\nu) =$ $\chi^2_{\alpha/2}(\nu) =$ $\chi^2_{1-\alpha/2}(\nu) =$ 2 Вычисляем: $\Sigma(x - \bar{x})^2 = \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2/n =$ 3 Вычисляем: $\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{\sigma_0^2} =$
Результаты Сравнение дисперсии D с заданным значением σ_0^2 или сравнение стандартного отклонения σ с заданным значением σ_0: 1 Двусторонний случай: Предположение равенства дисперсии (стандартного отклонения) и заданного значения (нулевая гипотеза) отклоняется, если: $\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{\sigma_0^2} < \chi^2_{\alpha/2}(\nu)$ или $\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{\sigma_0^2} > \chi^2_{1-\alpha/2}(\nu)$. 2 Односторонний случай: а) предположение о том, что дисперсия (стандартное отклонение) не более заданного значения (нулевая гипотеза) отклоняется, если: $\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{\sigma_0^2} > \chi^2_{1-\alpha}(\nu)$; б) предположение о том, что дисперсия (стандартное отклонение) не менее заданного значения (нулевая гипотеза) отклоняется, если: $\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{\sigma_0^2} < \chi^2_{\alpha}(\nu)$.	
П р и м е ч а н и е — Квантили χ^2 распределения определяют по таблице В.1 приложения В.	

Примеры

1 Оценка точности одного оборудования или технологического процесса в сравнении с известной точностью (т. е. известным параметром σ_0) другого оборудования или технологического процесса.

2 Сравнение степени однородности одной совокупности изделий (т. е. величины разброса показателя качества) с известной заранее степенью однородности, характеризуемой стандартным отклонением σ_0.

7.3 Алгоритм решения задачи сравнения дисперсий или стандартных отклонений двух генеральных совокупностей приведен в таблице 7.3.

Таблица 7.3 — Сравнение дисперсий или стандартных отклонений двух генеральных совокупностей

Статистические и исходные данные	Табличные данные и вычисления
Первая выборка / Вторая выборка 1 Объем выборки: $n_1 =$ $n_2 =$ 2 Сумма значений наблюдаемых величин: $\Sigma\ x_1 =$ $\Sigma\ x_2 =$ 3 Сумма квадратов значений наблюдаемых величин: $\Sigma x_1^2 =$ $\Sigma x_2^2 =$ 4 Степени свободы: $\nu_1 = n_1 - 1 =$; $\nu_2 = n_2 - 1 =$ 5 Выбранный уровень значимости: $\alpha =$	1 Вычисляем: $\Sigma (x_1 - x_1)^2 = \Sigma x_1^2 - \frac{1}{n_1} (\Sigma x_1)^2 =$ $\Sigma (x_2 - x_2)^2 = \Sigma x_2^2 - \frac{1}{n_2} (\Sigma x_2)^2 =$ 2 Вычисляем: $S_1^2 = \frac{\Sigma (x_1 - \bar{x}_1)^2}{n_1 - 1} =$ $S_2^2 = \frac{\Sigma (x_2 - \bar{x}_2)^2}{n_2 - 1} =$ 3 Квантили распределения Фишера: $F_{1-\alpha/2} (\nu_1, \nu_2) =$ $F_{1-\alpha} (\nu_1, \nu_2) =$
Результаты Сравнение дисперсий двух совокупностей: 1 Двусторонний случай: Предположение равенства дисперсии или равенства двух стандартных отклонений (нулевая гипотеза) отвергается, если: $\frac{S_1^2}{S_2^2} < \frac{1}{F_{1-\alpha/2} (\nu_2, \nu_1)}$ или $\frac{S_1^2}{S_2^2} > F_{1-\alpha/2} (\nu_1, \nu_2)$. 2 Односторонний случай: а) предположение о том, что $D_1 \le D_2$ ($\sigma_1 \le \sigma_2$) (нулевая гипотеза) отклоняется, если: $\frac{S_1^2}{S_2^2} > \frac{1}{F_{1-\alpha} (\nu_1, \nu_2)}$; б) предположение о том, что $D_1 \ge D_2$ ($\sigma_1 \ge \sigma_2$) (нулевая гипотеза) отклоняется, если: $\frac{S_1^2}{S_2^2} < \frac{1}{F_{1-\alpha} (\nu_2, \nu_1)}$.	
Примечание — Квантили распределения Фишера определяют по таблицам Г.1—Г.9 приложения Г.	

Примеры

1 Сравнение точности двух станков-автоматов по результатам контроля геометрических размеров деталей.

2 Соотношение стабильности двух технологий, например отечественного и зарубежного предприятий, на основе сравнения результатов контроля двух выборок из двух соответстующих совокупностей изделий.

8 Точечное и интервальное оценивание доли распределения случайной величины в заданном интервале*

8.1 Алгоритм вычисления доли распределения случайной величины в заданном интервале [L, M] и вне его при известных параметрах нормального распределения приведен в таблице 8.1.

Т а б л и ц а 8.1 — Вычисление доли распределения случайной величины в заданном интервале [L, M] и вне его при известных параметрах нормального распределения (вспомогательный алгоритм)

<table>
<tr><th>Статистические и исходные данные</th><th>Табличные данные и вычисления</th></tr>
<tr><td>1 Среднее значение (математическое ожидание):
μ_0 =
2 Стандартное отклонение:
σ_0 =
или дисперсия: $D_0 = \sigma_0^2$ =
3 Границы интервала:
нижняя L =
верхняя M =</td><td>1 Пересчитанная для стандартного нормального закона эквивалентная нижняя граница интервала:
$u^L = \frac{\mu_0 - L}{\sigma_0}$ =
2 Пересчитанная для стандартного нормального закона эквивалентная верхняя граница интервала:
$u^M = \frac{M - \mu_0}{\sigma_0}$ =
3 Доля распределения случайной величины, лежащая ниже границы L:
$q_L = 1 — \Phi(u^L)$ =
Если значение L не задано, то $q_L = 0$
4 Доля распределения случайной величины, лежащая выше границы M:
$q_M = 1 — \Phi(u^M)$ =
Если значение M не задано, то $q_M = 0$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Результаты
1 Доля распределения случайной величины вне интервала [L, M]:
$q = q_L + q_M$.
2 Доля распределения случайной величины в интервале [L, M]:
$p = 1 — q$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">П р и м е ч а н и е — Величины $\Phi(u^L)$ и $\Phi(—u^M)$ представляют собой значение функции стандартного нормального закона распределения, которые определяют по таблице А.1 приложения А.</td></tr>
</table>

Для решения данной задачи не используют выборочные данные, а значения параметров μ и σ^2 считают известными. Таблица 8.1 содержит вспомогательный алгоритм для решения задач по 8.2—8.9.

Пример — Оценка ожидаемого уровня несоответствий показателя качества продукции (уровня несоответствий) при настройке станка на середину поля допуска или на номинальное значение и известную точность σ_0^2.

* Доля распределения случайной величины в заданном интервале равна вероятности попадания случайной величины в этот интервал. В большинстве практических задач физический смысл, используемый в данном стандарте, имеет понятие — «доля распределения случайной величины в интервале», хотя все приведенные статистические выводы справедливы и для понятия «вероятность попадания случайной величины в интервал».

8.2 Алгоритм точечного оценивания доли распределения случайной величины в заданном интервале [L, M] и вне его при известном стандартном отклонении или дисперсии приведен в таблице 8.2.

Таблица 8.2 — Точечное оценивание доли распределения случайной величины в заданном интервале [L, M] и вне его при известном стандартном отклонении или дисперсии

Статистические и исходные данные	Табличные данные и вычисления
1 Объем выборки: $n =$ 2 Стандартное отклонение: $\sigma_0 =$ или дисперсия $D_0 = \sigma_0^2 =$ 3 Сумма значений наблюдаемых величин: $\Sigma\, x =$ 4 Границы интервала: нижняя $L =$ верхняя $M =$	1 Точечная оценка среднего значения: $\widehat{\mu} = \frac{1}{n} \Sigma\, x =$ 2 Пересчитанные для стандартного нормального закона эквивалентные границы интервала: нижняя $u^L = \frac{\widehat{\mu} - L}{\sigma_0} =$ верхняя $u^M = \frac{M - \widehat{\mu}}{\sigma_0} =$ 3 Точечная оценка доли распределения случайной величины, лежащей ниже границы L (см. таблицу 8.1): $\widehat{q_L} = 1 - \Phi(u^L) =$ Если значение L не задано, то $\widehat{q_L} = 0$ 4 Точечная оценка доли распределения случайной величины, лежащей выше границы M (см. таблицу 8.1): $\widehat{q_M} = 1 — \Phi(u^M) =$ Если значение M не задано, то $\widehat{q_M} = 0$
Результаты 1 Точечная оценка доли распределения случайной величины вне интервала [L, M]: $\widehat{q} = \widehat{q_L} + \widehat{q_M}$. 2 Точечная оценка доли распределения случайной величины в интервале [L, M]: $\widehat{p} = 1 — \widehat{q}$.	
Примечание — Величины $\Phi(u^L)$ и $\Phi(u^M)$ представляют собой значение функции стандартного нормального закона распределения, которые определяют по таблице А.1 приложения А.	

Пример — Оценка уровня несоответствия показателя качества продукции, который следует ожидать при работе станка или технологического процесса при установленном допуске и неизвестном уровне настройки. При этом считают, что точность станка или технологического процесса известна или достаточно точно оценена заранее.

8.3 Алгоритм точечного оценивания доли распределения случайной величины в заданном интервале [L, M] и вне его при неизвестной дисперсии приведен в таблице 8.3.

Т а б л и ц а 8.3 — Точечная оценка доли распределения случайной величины в заданном интервале [L, M] и вне его при неизвестной дисперсии

Статистические и исходные данные	Табличные данные и вычисления
1 Объем выборки: $n =$ 2 Сумма значений наблюдаемых величин: $\Sigma x =$ 3 Сумма квадратов значений наблюдаемых величин: $\Sigma x^2 =$ 4 Границы интервала: нижняя $L =$ верхняя $M =$	1 Точечная оценка среднего значения: $\widehat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n} \Sigma x =$ 2 Вычисляем: $\frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2/n}{n - 1} =$ 3 Точечная оценка стандартного отклонения: $S = \sqrt{\frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n - 1}} =$ 4 Пересчитанные для стандартного нормального закона эквивалентные границы интервала: нижняя $u^L = \frac{\widehat{\mu} - L}{S} =$ верхняя $u^M = \frac{M - \widehat{\mu}}{S} =$ 5 Точечная оценка доли распределения случайной величины, лежащей ниже границы L (см. таблицу 8.1): $\widehat{q_L} = 1 — \Phi (u^L) =$ Если значение L не задано, то $\widehat{q_L} = 0$ 6 Точечная оценка доли распределения случайной величины, лежащей выше границы M (см. таблицу 8.1): $\widehat{q_M} = 1 — \Phi (u^M) =$ Если значение M не задано, то $\widehat{q_M} = 0$
Результаты 1 Точечная оценка доли распределения случайной величины вне интервала [L, M]: $\widehat{q} = \widehat{q_L} + \widehat{q_M}$. 2 Точечная оценка доли распределения случайной величины в интервале [L, M]: $\widehat{p} = 1 — \widehat{q}$.	
П р и м е ч а н и е — Величины $\Phi (u^L)$ и $\Phi (u^M)$ представляют собой значение функции стандартного нормального закона распределения, которые определяют по таблице А.1 приложения А.	

Пример тот же, что в 8.2, но точность станка или технологического процесса неизвестна.

8.4 Алгоритм определения верхней и нижней доверительных границ для доли распределения случайной величины с неизвестной дисперсией в одностороннем интервале и вне его с заданной нижней границей L приведен в таблице 8.4.

Указанным в таблице 8.4 способом определяют верхнюю доверительную границу q_M для доли распределения вне одностороннего интервала с нижней границей L, а также нижнюю доверительную границу p_L для доли распределения случайной величины в указанном интервале.

П р и м е ч а н и е — Здесь и далее следует различать заданный изначально односторонний или двусторонний интервал (допуск) с известной границей (границами) для случайной величины X и доверительный интервал для доли распределения случайной величины в этом допуске и вне его. Границы заданного интервала (допуска) L и M для случайной величины измеряют в тех же единицах величин, какие имеет случайная величина, например: в миллиметрах, граммах и т. п. Границы получаемого доверительного интервала являются безразмерными, как и сама вероятность.

Примеры

1 Определение уровня несоответствий для показателя «толщина гальванопокрытия». Случай, когда необходимо иметь определенную уверенность в том, что уровень несоответствий не превышает установленного предельного процента.

2 Оценка доли годных и несоответствующих деталей по показателю качества «твердость после термической обработки». Требование (допуск) одностороннее: L = 45 ед. Роквелла. Оценка получается в виде верхней доверительной границы q_M на долю несоответствующей продукции с твердостью ниже 45 ед. Кроме того, получается нижняя доверительная граница p_L на долю продукции, соответствующей требованию, т. е. на долю деталей с твердостью не ниже 45 ед. Доверительные оценки p_L и q_M в отличие от точечных имеют характеристики достоверности утверждений (с вероятностью 1 — α):

истинная доля годной продукции — не менее p_L;

истинная доля несоответствующей продукции — не более q_M.

Таблица 8.4 — Определение верхней q_M и нижней p_L доверительных границ для доли распределения случайной величины в одностороннем интервале и вне его с заданной нижней границей L (дисперсия неизвестна)

<table>
<tr><td colspan="2">Необходимые условия: Prob $\{q \le q_M\} \ge 1 - \alpha$, Prob $\{p \ge p_L\} \ge 1 - \alpha$</td></tr>
<tr><td>Статистические и исходные данные</td><td>Табличные данные и вычисления</td></tr>
<tr><td>1 Объем выборки:
$n =$
2 Сумма значений наблюдаемых величин:
$\Sigma x =$
3 Сумма квадратов значений наблюдаемых величин:
$\Sigma x^2 =$
4 Степени свободы:
$\nu = n - 1 =$
5 Выбранная доверительная вероятность:
$1 - \alpha =$
6 Нижняя граница одностороннего интервала:
$L =$</td><td>1 Устанавливаем соответственно три пары доверительных вероятностей:
$(1 - \alpha^j_\mu)$ — для μ и
$(1 - \alpha^j_\sigma)$ — для σ, причем
$(1 - \alpha^j_\mu)(1 - \alpha^j_\sigma) = 1 - \alpha$,
где j = 1, 2, 3, тогда
$\alpha^1_\mu = {}^1/_4\,\alpha$;
$\alpha^2_\mu = {}^1/_2\,\alpha$;
$\alpha^3_\mu = {}^3/_4\,\alpha$;
$\alpha^j_\sigma = (\alpha - \alpha^j_\mu)/(1 - \alpha^j_\mu)$.
2 Процедура доверительного оценивания среднего значения и стандартного отклонения:
2.1 Интервальная оценка параметра μ с доверительной вероятностью $1 - \alpha_\mu$:
$\mu_L = x - l_1 S$
(см. формулу (2) таблицы 6.2).
2.2 Интервальная оценка параметра σ с доверительной вероятностью $1 - \alpha_\sigma$:
$\sigma_M = \sqrt{\sigma^2_M}$
(см. формулу (4) таблицы 7.1).
Примечание — Указанную процедуру повторяют три раза.
3 Интервальная оценка величины q при полученных значениях параметров μ и σ — (см. таблицу 8.1):
$q^j_M =$
4 После повторения процедуры по пунктам 2 и 3 для j = 1, 2, 3 имеем:
q_M^1, q_M^2, q_M^3.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Результаты
1 Верхняя доверительная граница для q, соответствующая доверительной вероятности 1 — α:
$q_M = \min\{q_M^1, q_M^2, q_M^3\}$.
2 Нижняя доверительная граница для p:
$p_L = 1 - q_M$.</td></tr>
</table>

8.5 Алгоритм определения верхней и нижней доверительных границ для доли распределения случайной величины с неизвестной дисперсией в одностороннем интервале и вне его с заданной верхней границей M приведен в таблице 8.5.

Указанным в таблице 8.5 способом определяют верхнюю доверительную границу q_M для доли распределения вне одностороннего интервала с верхней границей M, а также нижнюю доверительную границу p_L для доли распределения случайной величины в указанном интервале.

Т а б л и ц а 8.5 — Определение верхней q_M и нижней p_L доверительных границ для доли распределения случайной величины в одностороннем интервале и вне его с заданной верхней границей M (дисперсия неизвестна)

Необходимые условия: Prob $\{q \le q_M\} \ge 1 - \alpha$, Prob $\{p \ge p_L\} \ge 1 - \alpha$	
Статистические и исходные данные	Табличные данные и вычисления
1 Объем выборки: $n =$ 2 Сумма значений наблюдаемых величин: $\Sigma\ x =$ 3 Сумма квадратов значений наблюдаемых величин: $\Sigma x^2 =$ 4 Степени свободы: $\nu = n - 1 =$ 5 Выбранная доверительная вероятность: $1 - \alpha =$ 6 Нижняя граница одностороннего интервала: $M =$	1 Устанавливаем соответственно три пары доверительных вероятностей: $(1 - \alpha^j_\mu)$ — для μ ; $(1 - \alpha^j_\sigma)$ — для σ, причем $(1 - \alpha^j_\mu)(1 - \alpha^j_\sigma) = 1 - \alpha$, где $j = 1, 2, 3$, тогда: $\alpha^1_\mu = {}^1/_4\ \alpha$; $\alpha^2_\mu = {}^1/_2\ \alpha$; $\alpha^3_\mu = {}^3/_4\ \alpha$; $\alpha^j_\sigma = (\alpha - \alpha^j_\mu)/(1 - \alpha^j_\mu)$. 2 Процедура доверительного оценивания среднего значения и стандартного отклонения: 2.1 Интервальная оценка параметра μ с доверительной вероятностью $1 - \alpha_\mu$: $\mu_M = x + l_1 S$ (см. формулу (1) таблицы 6.2). 2.2 Интервальная оценка параметра σ с доверительной вероятностью $1 - \alpha_\sigma$: $\sigma_M = \sqrt{\sigma^2_M}$ (см. формулу (4) таблицы 7.1). П р и м е ч а н и е — Данную процедуру повторяют три раза. 3 Интервальная оценка величины q при полученных значениях параметров μ и σ — (см. таблицу 8.1): $q^j_M =$ 4 После повторения процедуры по пунктам 2 и 3 для $j = 1, 2, 3$ имеем: q_M^1, q_M^2, q_M^3.
Результаты 1 Верхняя доверительная граница для q, соответствующая доверительной вероятности $1 - \alpha$: $q_M = \min\{q_M^1, q_M^2, q_M^3\}$. 2 Нижняя доверительная граница для p: $p_L = 1 - q_M$.	

Пример — Определение уровня несоответствий для показателя «процент примесей» в металлургии или в фармакологии. Случай, когда необходимо иметь определенную уверенность в том, что уровень несоответствий не превышает установленного предельного процента.

8.6 Алгоритм интервального оценивания доли распределения случайной величины с неизвестной дисперсией в заданном интервале [L, M] и вне его приведен в таблице 8.6.

Указанным в таблице 8.5 способом определяют верхнюю доверительную границу q_M для доли распределения вне интервала [L, M], а также нижнюю доверительную границу p_L для доли распределения случайной величины в данном интервале.

Таблица 8.6 — Определение верхней q_M и нижней p_L доверительных границ для доли распределения случайной величины в заданном интервале [L, M] и вне его (дисперсия неизвестна)

Необходимые условия: Prob $\{q \le q_M\} \ge 1 - \alpha$, Prob $\{p \ge p_L\} \ge 1 - \alpha$	
Статистические и исходные данные	Табличные данные и вычисления
1 Объем выборки: n = 2 Сумма значений наблюдаемых величин: Σx = 3 Сумма квадратов значений наблюдаемых величин: Σx^2 = 4 Степени свободы: $\nu = n - 1$ = 5 Выбранная доверительная вероятность: $1 - \alpha$ = 6 Границы интервала: L = M =	1 Устанавливаем соответственно три пары доверительных вероятностей: $(1 - \alpha^j_\mu)$ — для μ и $(1 - \alpha^j_\sigma)$ — для σ, причем $(1 - \alpha^j_\mu)(1 - \alpha^j_\sigma) = 1 - \alpha$, где j = 1, 2, 3, тогда: $\alpha^1_\mu = {}^1/_4\,\alpha$; $\alpha^2_\mu = {}^1/_2\,\alpha$; $\alpha^3_\mu = {}^3/_4\,\alpha$; $\alpha^j_\sigma = (\alpha - \alpha^j_\mu)/(1 - \alpha^j_\mu)$. 2 Процедура доверительного оценивания среднего значения и стандартного отклонения: 2.1 Интервальная оценка параметра μ с доверительной вероятностью $1 - \alpha_\mu$: $\mu_L = \bar{x} - l_1 S$; $\mu_M = \bar{x} + l_2 S$. (см. формулы (1), (2) таблицы 6.2). 2.2 Наихудшая точка μ': $\mu' = \mu_L$, если $\mu_L - A \le B - \mu_M$; $\mu' = \mu_M$, если $\mu_L - A > B - \mu_M$. 2.3 Интервальная оценка параметра σ, соответствующая доверительной вероятности $1 - \alpha_\sigma$: $\sigma_M = \sqrt{\sigma^2_M}$ (см. формулу (4) таблицы 7.1). Примечание — Данную процедуру повторяют три раза. 3 Интервальная оценка величины q при полученных значениях параметров μ и σ — (см. таблицу 8.1): q^j_M = 4 После повторения процедуры по пунктам 2 и 3 для j = 1, 2, 3 имеем: q_M^1, q_M^2, q_M^3.
Результаты 1 Верхняя доверительная граница для q, соответствующая доверительной вероятности $1 - \alpha$: $q_M = \min\{q_M^1, q_M^2, q_M^3\}$. 2 Нижняя доверительная граница для p: $p_L = 1 - q_M$.	

Пример — тот же, что в 8.2, но точность станка заранее неизвестна. Случай, когда необходимо иметь определенную уверенность в том, что уровень несоответствий не превышает установленного предельного значения.

8.7 Алгоритм определения нижней и верхней доверительных границ для доли распределения случайной величины с неизвестной дисперсией в одностороннем интервале и вне его с заданной нижней границей L приведен в таблице 8.7.

Указанным в таблице 8.7 способом определяют нижнюю доверительную границу q_L для доли распределения вне одностороннего интервала с нижней границей L, а также верхнюю доверительную границу p_M для доли распределения случайной величины в указанном интервале.

Т а б л и ц а 8.7 — Определение нижней q_L и верхней p_M доверительных границ для доли распределения случайной величины в одностороннем интервале и вне его с заданной нижней границей L (дисперсия неизвестна)

Необходимые условия: Prob $(q \geq q_L) \geq 1 - \alpha$, Prob $(p \leq p_M) \geq 1 - \alpha$	
Статистические и исходные данные	Табличные данные и вычисления
1 Объем выборки: $n =$ 2 Сумма значений наблюдаемых величин: $\Sigma\ x =$ 3 Сумма квадратов значений наблюдаемых величин: $\Sigma\ x^2 =$ 4 Степени свободы: $\nu = n - 1 =$ 5 Выбранная доверительная вероятность: $1 - \alpha =$ 6 Нижняя граница одностороннего интервала: $L =$	1 Устанавливаем соответственно три пары доверительных вероятностей: $(1 - \alpha_\mu^j)$ — для μ и $(1 - \alpha_\sigma^j)$ — для σ, причем $(1 - \alpha_\mu^j)(1 - \alpha_\sigma^j) = 1 - \alpha$, где $j = 1, 2, 3$, тогда: $\alpha_\mu^1 = {}^1/_4\ \alpha$; $\alpha_\mu^2 = {}^1/_2\ \alpha$; $\alpha_\mu^3 = {}^3/_4\ \alpha$; $\alpha_\sigma^j = (\alpha - \alpha_\mu^j)/(1 - \alpha_\mu^j)$. 2 Процедура доверительного оценивания среднего значения и стандартного отклонения: 2.1 Интервальная оценка параметра μ с доверительной вероятностью $1 - \alpha_\mu$: $\mu_M = x + l_1 S$ (см. формулу (2) таблицы 6.2). 2.2 Интервальная оценка параметра σ с доверительной вероятностью $1 - \alpha_\sigma$: $\sigma_L = \sqrt{\sigma_L^2}$ (см. формулу (3) таблицы 7.1). П р и м е ч а н и е — Данную процедуру повторяют три раза. 3 Интервальная оценка величины q при полученных значениях параметров μ и σ — (см. таблицу 8.1): $q_L^j =$ 4 После повторения процедуры по пунктам 2 и 3 для $j = 1, 2, 3$ имеем: q_L^1, q_L^2, q_L^3.
Результаты 1 Нижняя доверительная граница для q, соответствующая доверительной вероятности $1 - \alpha$: $q_L = \max\{q_L^1, q_L^2, q_L^3\}$. 2 Верхняя доверительная граница для p: $p_M = 1 - q_L$.	

Пример — Доказательство (с заданной вероятностью) того, что уровень несоответствий по данному показателю качества превышает установленное в нормативной документации предельное значение. Случай предъявления рекламаций на серийную или массовую продукцию по определенному показателю качества.

8.8 Алгоритм определения нижней и верхней доверительных границ для доли распределения случайной величины с неизвестной дисперсией в одностороннем интервале и вне его с заданной верхней границей M приведен в таблице 8.8.

Указанным в таблице 8.8 способом определяют нижнюю доверительную границу q_L для доли распределения вне одностороннего интервала с верхней границей M, а также верхнюю доверительную границу p_M для доли распределения случайной величины в указанном интервале.

Т а б л и ц а 8.8 — Определение нижней q_L и верхней p_M доверительных границ для доли распределения случайной величины в одностороннем интервале и вне его с заданной верхней границей M (дисперсия неизвестна)

Необходимые условия: Prob $\{q \ge q_L\} \ge 1 - \alpha$, Prob $\{p \le p_M\} \ge 1 - \alpha$	
Статистические и исходные данные	Табличные данные и вычисления
1 Объем выборки: $n =$ 2 Сумма значений наблюдаемых величин: $\Sigma\ x =$ 3 Сумма квадратов значений наблюдаемых величин: $\Sigma\ x^2 =$ 4 Степени свободы: $\nu = n - 1 =$ 5 Выбранная доверительная вероятность: $1 - \alpha =$ 6 Верхняя граница одностороннего интервала: $M =$	1 Устанавливаем соответственно три пары доверительных вероятностей: $(1 - \alpha^j_\mu)$ — для μ и $(1 - \alpha^j_\sigma)$ — для σ, причем $(1 - \alpha^j_\mu)(1 - \alpha^j_\sigma) = 1 - \alpha$, где j = 1, 2, 3, тогда: $\alpha^1_\mu = {}^1/_4\ \alpha$; $\alpha^2_\mu = {}^1/_2\ \alpha$; $\alpha^3_\mu = {}^3/_4\ \alpha$; $\alpha^j_\sigma = (\alpha - \alpha^j_\mu)/(1 - \alpha^j_\mu)$. 2 Процедура доверительного оценивания среднего значения и стандартного отклонения: 2.1 Интервальная оценка параметра μ с доверительной вероятностью $1 - \alpha_\mu$: $\mu_L = x - l_1\ S$ (см. формулу (2) таблицы 6.2). 2.2 Интервальная оценка параметра σ с доверительной вероятностью $1 - \alpha_\sigma$: $\sigma_L = \sqrt{\sigma^2_L}$ (см. формулу (3) таблицы 7.1). П р и м е ч а н и е — Данную процедуру повторяют три раза. 3 Интервальная оценка величины q при полученных значениях параметров μ и σ — (см. таблицу 8.1): $q^j_L =$ 4 После повторения процедуры по пунктам 2 и 3 для j = 1, 2, 3 имеем: q_L^1, q_L^2, q_L^3.
Результаты 1 Нижняя доверительная граница для q, соответствующая доверительной вероятности $1 - \alpha$: $q_L = \max\{q_L^1, q_L^2, q_L^3\}$. 2 Верхняя доверительная граница для p: $p_M = 1 - q_L$.	

8.9 Алгоритм определения нижней и верхней доверительных границ для доли распределения случайной величины с неизвестной дисперсией в заданном интервале [L, M] и вне его приведен в таблице 8.9.

Указанным в таблице 8.9 способом определяют нижнюю доверительную границу q_L для доли распределения вне интервала [L, M], а также верхнюю доверительную границу p_M для доли распределения случайной величины в заданном интервале.

Т а б л и ц а 8.9 — Определение нижней q_L и верхней p_M доверительных границ для доли распределения случайной величины в заданном интервале [L, M] и вне его (дисперсия неизвестна)

<table>
<tr><td colspan="2">Необходимые условия: Prob $\{q \geq q_L\} \geq 1 - \alpha$, Prob$\{p \leq p_M\} \geq 1 - \alpha$</td></tr>
<tr><td>Статистические и исходные данные</td><td>Табличные данные и вычисления</td></tr>
<tr><td>1 Объем выборки:
$n =$
2 Сумма значений наблюдаемых величин:
$\Sigma\ x =$
3 Сумма квадратов значений наблюдаемых величин:
$\Sigma\ x^2 =$
4 Степени свободы:
$\nu = n - 1 =$
5 Выбранная доверительная вероятность:
$1 - \alpha =$
6 Границы интервала:
$L =$
$M =$</td><td>1 Устанавливаем соответственно три пары доверительных вероятностей:
$(1 - \alpha^j_\mu)$ — для μ и
$(1 - \alpha^j_\sigma)$ — для σ, причем
$(1 - \alpha^j_\mu)(1 - \alpha^j_\sigma) = 1 - \alpha$,
где $j = 1, 2, 3$, тогда:
$\alpha^1_\mu = {}^1/_4\ \alpha$;
$\alpha^2_\mu = {}^1/_2\ \alpha$;
$\alpha^3_\mu = {}^3/_4\ \alpha$;
$\alpha^j_\sigma = (\alpha - \alpha^j_\mu)/(1 - \alpha^j_\mu)$.
2 Процедура доверительного оценивания среднего значения и стандартного отклонения:
2.1 Интервальная оценка параметра μ с доверительной вероятностью $1 - \alpha_\mu$:
$\mu_L = x - l_1 S$; $\mu_M = x + l_2 S$
(см. формулы (1), (2) таблицы 6.2).
2.2 Наихудшая точка μ':
$\mu' = \mu_M$, если $\mu_M > \frac{A+B}{2}$; (2.2.1)
$\mu' = \mu_L$, если $\mu_L < \frac{A+B}{2}$; (2.2.2)
$\mu' = \frac{A+B}{2}$, если формулы (2.2.1) и (2.2.2) не выполняются.
2.3 Интервальная оценка параметра σ с доверительной вероятностью $1 - \alpha_\sigma$:
$\sigma_L = \sqrt{\sigma^2_L}$
(см. формулу (3) таблицы 7.1).
П р и м е ч а н и е — Данную процедуру повторяют три раза.
3 Интервальная оценка величины q при полученных значениях параметров μ и σ — (см. таблицу 8.1):
$q^j_L =$
4 После повторения процедуры по пунктам 2 и 3 для $j = 1, 2, 3$ имеем:
q_L^1, q_L^2, q_L^3.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Результаты
1 Нижняя доверительная граница для q, соответствующая доверительной вероятности $1 - \alpha$:
$q_L = \max\{q_L^1, q_L^2, q_L^3\}$.
2 Верхняя доверительная граница для p:
$p_M = 1 - q_L$.</td></tr>
</table>

Приложение А
(справочное)

Таблица значений функции стандартного нормального закона распределения

А.1 В таблице А.1 приведены значения функции стандартного нормального закона распределения Ф (u), рассчитываемой по формуле

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} l^{-\frac{1}{2}t^2}\, dt, \tag{A.1}$$

т. е. значения площади y под кривой, рассчитываемой по формуле:

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\ l^{-\frac{1}{2}t^2}, \tag{A.2}$$

лежащей левее точки u.

А.2 В первой колонке таблицы А.1 приведены значения аргумента u от 0,00 до 0,49, обозначенные буквой z. Во второй колонке приведены значения функции Ф (u) для этих значений аргумента. В последующих колонках таблицы даны значения функции Ф (u) для значений аргумента u от 0,5 и выше. При этом значение аргумента u находят как сумму z и значений: 0,5; 1,0; 1.5; 2,0; 2,5; 3.0.

Пример — Для u = 1,86 = (1,5 + 0,36) находим Ф (1,86) = 0,96856.

А.3 Значения функции Ф(u) для отрицательных значений аргумента u рассчитывают по формуле:

$$\Phi(-u) = 1 - \Phi(u). \tag{A.3}$$

А.4 Значение квантили u_α уровня α находят как значение аргумента u, соответствующего значению функции Ф(u) = α.

Пример — Значению α = 0,99 соответствует ближайшее табличное значение Ф = 0,99010. По таблице А.1 для этого значения функции находят значение аргумента u:

u = 2,0 + 0,33 = 2,33

Таблица А.1 — Значения функции стандартного нормального закона распределения

z	Ф (z)	Ф (0,5 + z)	Ф (1,0 + z)	Ф (1,5 + z)	Ф (2,0 + z)	Ф (2,5 + z)	Ф (3,0 + z)
0,00	0,50000	0,69146	0,84134	0,93319	0,97725	0,99379	0,99865
0,01	0,50399	0,69497	0,84375	0,93448	0,97778	0,99396	0,99869
0,02	0,50798	0,69847	0,84614	0,93574	0,97831	0,99413	0,99874
0,03	0,51197	0,70194	0,84850	0,93699	0,97882	0,99430	0,99878
0,04	0,51595	0,70540	0,85083	0,93822	0,97932	0,99446	0,99882
0,05	0,51994	0,70884	0,85314	0,93943	0,97982	0,99461	0,99886
0,06	0,52392	0,71226	0,85543	0,94062	0,98030	0,99477	0,99889
0,07	0,52790	0,71566	0,85769	0,94179	0,98077	0,99492	0,99893
0,08	0,53188	0,71904	0,85993	0,94295	0,98124	0,99506	0,99896
0,09	0,53586	0,72240	0,86214	0,94408	0,98169	0,99520	0,99900
0,10	0,53983	0,72575	0,86433	0,94520	0,98214	0,99534	0,99903
0,11	0,54380	0,72907	0,86650	0,94630	0,98257	0,99547	0,99906
0,12	0,54776	0,73237	0,86864	0,94738	0,98300	0,99560	0,99910
0,13	0,55172	0,73565	0,87076	0,94845	0,98341	0,99573	0,99913
0,14	0,55567	0,73891	0,87286	0,94950	0,98382	0,99585	0,99916
0,15	0,55962	0,74215	0,87493	0,95053	0,98422	0,99598	0,99918
0,16	0,56356	0,74537	0,87698	0,95154	0,98461	0,99609	0,99921
0,17	0,56750	0,74857	0,87900	0,95254	0,98500	0,99621	0,99924
0,18	0,57142	0,75175	0,88100	0,95352	0,98537	0,99632	0,99926
0,19	0,57535	0,75490	0,88298	0,95449	0,98574	0,99643	0,99929

Окончание таблицы А.1

z	Ф (z)	Ф (0,5 + z)	Ф (1,0 + z)	Ф (1,5 + z)	Ф (2,0 + z)	Ф (2,5 + z)	Ф (3,0 + z)
0,20	0,57926	0,75804	0,88493	0,95543	0,98610	0,99653	0,99931
0,21	0,58317	0,76115	0,88686	0,95637	0,98645	0,99664	0,99934
0,22	0,58706	0,76424	0,88877	0,95728	0,98679	0,99674	0,99936
0,23	0,59095	0,76731	0,89065	0,95818	0,98713	0,99683	0,99938
0,24	0,59483	0,77035	0,89251	0,95907	0,98745	0,99693	0,99940
0,25	0,59871	0,77337	0,89435	0,95994	0,98778	0,99702	0,99942
0,26	0,60257	0,77637	0,89617	0,96080	0,98809	0,99711	0,99944
0,27	0,60642	0,77935	0,89796	0,96164	0,98840	0,99720	0,99946
0,28	0,61026	0,78230	0,89973	0,96246	0,98870	0,99728	0,99948
0,29	0,61409	0,78524	0,90147	0,96327	0,98899	0,99736	0,99950
0,30	0,61791	0,78814	0,90320	0,96407	0,98928	0,99744	0,99952
0,31	0,62172	0,79103	0,90490	0,96485	0,98956	0,99752	0,99953
0,32	0,62552	0,79389	0,90658	0,96562	0,98983	0,99760	0,99955
0,33	0,62930	0,79673	0,90824	0,96638	0,99010	0,99767	0,99957
0,34	0,63307	0,79955	0,90988	0,96712	0,99036	0,99774	0,99958
0,35	0,63683	0,80234	0,91149	0,96784	0,99061	0,99781	0,99960
0,36	0,64058	0,80511	0,91308	0,96856	0,99086	0,99788	0,99961
0,37	0,64431	0,80785	0,91466	0,96926	0,99111	0,99795	0,99962
0,38	0,64803	0,81057	0,91621	0,96995	0,99134	0,99801	0,99964
0,39	0,65173	0,81327	0,91774	0,97062	0,99158	0,99807	0,99965
0,40	0,65542	0,81594	0,91924	0,97128	0,99180	0,99813	0,99966
0,41	0,65910	0,81859	0,92073	0,97193	0,99202	0,99819	0,99968
0,42	0,66276	0,82121	0,92220	0,97257	0,99224	0,99825	0,99969
0,43	0,66640	0,82381	0,92364	0,97320	0,99245	0,99831	0,99970
0,44	0,67003	0,82639	0,92507	0,97381	0,99266	0,99836	0,99971
0,45	0,67364	0,82894	0,92647	0,97441	0,99286	0,99841	0,99972
0,46	0,67724	0,83147	0,92785	0,97500	0,99305	0,99846	0,99973
0,47	0,68082	0,83398	0,92922	0,97558	0,99324	0,99851	0,99974
0,48	0,68439	0,83646	0,93056	0,97615	0,99343	0,99856	0,99975
0,49	0,68793	0,83891	0,93189	0,97670	0,99361	0,99861	0,99976

П р и м е ч а н и е — z — значение аргумента u от 0,00 до 0,49. Значение аргумента u от 0,50 и выше находят как сумму z и значений 0,5; 1,0; 1,5 и т. д. (см. обозначения граф таблицы).

Приложение Б
(справочное)

Таблица значений квантилей распределения Стьюдента

Б.1 В таблице Б.1 приведены значения квантилей распределения Стьюдента $t_\alpha(\nu)$ уровня α с ν степенями свободы.

Пример — Для ν = 9 квантиль уровня α = 0,99 имеет значение 2,821.

Б.2 Квантили уровня α = 0,5 при любом ν равны нулю.

Б.3 Квантили уровня α < 0,5 находят по формуле

$$t_\alpha(\nu) = -\,t_{1-\alpha}(\nu).$$

Б.4 Для промежуточных значений α, лежащих между двумя соседними табличными значениями α_1 и α_2:

$$\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$$

значение квантиля $t_\alpha(\nu)$ может быть вычислено приближенно по формуле (метод линейной интерполяции):

$$t_\alpha = (\alpha - \alpha_1)\left(\frac{t_{\alpha 2} - t_{\alpha 1}}{\alpha_2 - \alpha_1}\right) + t_{\alpha 1}.$$

Пример — Для ν = 9 требуется найти квантиль уровня α = 0,992. Полагаем, что α_1 = 0,99, α_2 = 0,995; находим по таблице Б.1 $t_{0,99}$ = 2,821, $t_{0,995}$ = 3,250 и вычисляем для степеней свободы ν = 9.

$$t_{0,992} = (0,992 - 0,99)\left(\frac{3,250 - 2,821}{0,995 - 0,99}\right) + 2,821 = 2,9926.$$

Таблица Б.1 — Значения квантилей распределения Стьюдента $t_\alpha(\nu)$

ν	Значения квантилей распределения Стьюдента $t_\alpha(\nu)$ с ν степенями свободы для уровня α												
	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,9995
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,265	0,404	0,543	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,173
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,128	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850

Окончание таблицы Б.1

ν	Значения квантилей распределения Стьюдента $t_{\alpha}(\nu)$ с ν степенями свободы для уровня α												
	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,9995
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2473	2,771	3,690
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,255	0,388	0,529	0,681	0,851	0,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
60	0,126	0,254	0,387	0,527	0,679	0,848	0,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,254	0,386	0,526	0,677	0,845	0,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,126	0,253	0,385	0,524	0,674	0,842	0,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

Приложение В
(справочное)

Таблица значений квантилей χ^2_α распределения

В.1 В таблице В.1 приведены значения квантилей $\chi^2_\alpha(\nu)$, т. е. квантилей χ^2 распределения уровня α с ν степенями свободы.

Пример — Для ν = 9 и α = 0,98 квантиль $\chi^2_{0,98}$ = 19,679.

В.2 Для промежуточных значений α, лежащих между двумя соседними табличными значениями α_1 и α_2:

$$\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$$

значение квантиля χ^2_α может быть вычислено приближенно по формуле (метод линейной интерполяции):

$$\chi^2_\alpha = (\alpha - \alpha_1)\left(\frac{\chi^2_{\alpha 2} - \chi^2_{\alpha 1}}{\alpha_2 - \alpha_1}\right) + \chi^2_{\alpha 1}.$$

Пример — Для ν = 14 требуется найти квантиль уровня α = 0,988. Полагаем α_1 = 0,98, α_2 = 0,99; находим по таблице В.1 $\chi^2_{0,98}$ = 26,873; $\chi^2_{0,99}$ = 29,141 и вычисляем для степеней свободы ν = 14.

$$\chi^2_{0,988} = (0,988 - 0,98)\left(\frac{29,141 - 26,873}{0,99 - 0,98}\right) + 26,873 = 28,6874.$$

Таблица В.1 — Значения квантилей χ^2_α распределения

ν	Значения квантилей χ^2_α распределения с ν степенями свободы для уровня α												
	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99
1	0,0157	0,0628	0,0393	0,0158	0,0642	0,148	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635
2	0,0201	0,0404	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210
3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,005	1,424	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	9,837	11,345
4	0,297	0,429	0,711	1,064	1,649	2,195	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	11,668	13,277
5	0,554	0,752	1,145	1,160	2,343	3,000	4,351	6,064	7,289	9,233	11,070	13,388	15,086
6	0,872	1,134	1,635	2,204	3,070	3,828	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812
7	1,239	1,564	2,167	2,833	3,822	4,671	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475
8	1,646	2,032	2,733	3,490	4,594	5,527	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090
9	2,088	2,532	3,325	4,168	5,380	6,393	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666
10	2,358	3,059	3,940	4,865	6,179	7,267	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209
11	3,053	3,609	4,575	5,578	6,989	8,148	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	22,618	24,725
12	3,571	4,178	5,226	6,304	7,807	9,034	11,340	14,011	15,821	18,549	21,026	24,054	26,217
13	4,107	4,765	5,892	7,042	8,634	9,926	12,340	15,119	16,985	19,812	22,362	25,472	27,688
14	5,660	5,368	6,571	7,790	9,467	10,821	13,339	16,222	18,151	21,064	23,996	26,873	29,141
15	5,229	5,985	7,261	8,547	10,307	11,721	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578
16	5,812	6,614	7,962	9,312	11,152	12,624	15,333	18,418	20,465	23,542	26,296	29,633	32,000
17	6,408	7,255	8,672	10,035	12,002	13,531	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	30,995	33,409
18	7,015	7,906	9,390	10,865	12,857	14,440	17,338	20,601	22,760	25,989	28,869	32,346	34,805
19	7,633	8,567	10,117	11,651	13,716	15,352	18,338	21,689	23,900	27,204	30,144	33,687	36,191
20	8,260	9,237	10,851	12,443	14,578	16,266	19,337	22,775	25,038	28,412	31,410	35,020	37,566
21	8,897	9,915	11,591	13,240	15,445	17,182	20,337	23,858	26,171	29,615	32,671	36,343	38,932
22	9,542	10,600	12,338	14,041	16,314	18,101	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289
23	10,196	11,293	13,091	14,848	17,187	19,021	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638
24	10,856	11,992	13,848	15,659	18,062	19,943	23,337	27,096	29,553	33,196	36,415	40,270	42,980
25	11,524	12,697	14,611	16,473	18,940	20,867	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	41,566	44,314
26	12,198	13,409	15,379	17,292	19,820	21,792	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642
27	12,879	14,125	16,151	18,114	20,703	22,719	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	44,140	46,963
28	13,565	14,847	16,928	18,939	21,588	23,647	27,336	31,391	34,027	37,916	41,337	45,419	48,278
29	14,256	15,574	17,708	19,768	22,475	24,577	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588
30	14,953	16,306	18,493	20,599	23,364	25,508	29,336	33,530	36,250	40,256	43,773	47,962	50,892

Приложение Г
(справочное)

Таблицы значений квантилей распределения Фишера

Г.1 В таблицах Г.1—Г.9 содержатся значения квантилей $F_\alpha(\nu_1, \nu_2)$ при заданных уровнях α для различных сочетаний степеней свободы ν_1 и ν_2. Каждая таблица соответствует одному уровню α, значение которого указано в заголовке таблицы, и различным значениям ν_1 и ν_2.

Г.1.1 Для определения квантилей уровня α менее 0,5 следует использовать соотношение:

$$F_\alpha(\nu_1, \nu_2) = \frac{1}{F_{1-\alpha}(\nu_2, \nu_1)}.$$

Г.1.2 Для промежуточных значений α, лежащих между двумя соседними табличными значениями α_1 и α_2:

$$\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$$

значение квантиля F_α может быть вычислено приближенно по формуле (метод линейной интерполяции):

$$F_\alpha = (\alpha - \alpha_1)\left(\frac{F_{\alpha 2} - F_{\alpha 1}}{\alpha_2 - \alpha_1}\right) + F_{\alpha 1}.$$

Г.1.3 Для промежуточных значений ν_1 и ν_2, лежащих между двумя соседними табличными значениями ν_1' и ν_1'' или ν_2' и ν_2'', т. е.

$$\nu_1' < \nu_1 < \nu_1'' \text{ или } \nu_2' < \nu_2 < \nu_2'',$$

значения квантилей $F_\alpha(\nu_1)$, $F_\alpha(\nu_2)$ могут быть приближенно вычислены по формулам:

$$F_\alpha(\nu_1) = (\nu_1 - \nu_1')\frac{F_\alpha(\nu_1'') - F_\alpha(\nu_1')}{\nu_1'' - \nu_1'} + F_\alpha(\nu_1');$$

$$F_\alpha(\nu_2) = (\nu_2 - \nu_2')\frac{F_\alpha(\nu_2'') - F_\alpha(\nu_2')}{\nu_2'' - \nu_2'} + F_\alpha(\nu_2').$$

Т а б л и ц а Г.1 — Значения квантилей F-распределения уровня α = 0,5

ν_2	Значения квантилей F-распределения уровня α = 0,5 для степеней свободы ν_1																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	1,0000	1,5000	1,7092	1,8227	1,8937	1,9422	1,9774	2,0041	2,0250	2,0419	2,0674	2,0931	2,1190	2,1321	2,1452	2,1584	2,1716	2,1848	2,1981
2	0,66667	1,0000	1,1349	1,2071	1,2519	1,2824	1,3045	1,3213	1,3344	1,3450	1,3610	1,3771	1,3933	1,4014	1,4096	1,4178	1,4261	1,4344	1,4427
3	0,58506	0,88110	1,0000	1,0632	1,1024	1,1289	1,1482	1,1627	1,1741	1,1833	1,1972	1,2111	1,2252	1,2322	1,2393	1,2464	1,2536	1,2608	1,2680
4	0,54863	0,82843	0,94054	1,0000	1,0367	1,0617	1,0797	1,0933	1,1040	1,1126	1,1255	1,1386	1,1517	1,1583	1,1649	1,1716	1,1782	1,1849	1,1916
5	0,52807	0,79877	0,90715	0,96456	1,0000	1,0240	1,0414	1,0545	1,0648	1,0730	1,0855	1,0980	1,1106	1,1170	1,1234	1,1297	1,1361	1,1426	1,1490
6	0,51489	0,77976	0,88578	0,94191	0,97654	1,0000	1,0169	1,0298	1,0398	1,0478	1,0600	1,0722	1,0845	1,0907	1,0969	1,1031	1,1093	1,1156	1,1219
7	0,50572	0,76655	0,87095	0,92619	0,96026	0,98334	1,0000	1,0126	1,0224	1,0304	1,0423	1,0543	1,0664	1,0724	1,0785	1,0846	1,0908	1,0969	1,1031
8	0,49898	0,75683	0,86004	0,91464	0,93831	0,97111	0,98757	1,0000	1,0097	1,0175	1,0293	1,0412	1,0531	1,0591	1,0651	1,0711	1,0771	1,0832	1,0893
9	0,49382	0,74938	0,85168	0,90580	0,93916	0,96175	0,97805	0,99037	1,0000	1,0077	1,0194	1,0311	1,0429	1,0489	1,0548	1,0608	1,0667	1,0727	1,0788
10	0,48973	0,74349	0,84508	0,89882	0,93193	0,95436	0,97054	0,98276	0,99232	1,0000	1,0116	1,0232	1,0349	1,0408	1,0467	1,0526	1,0585	1,0645	1,0705
11	0,48644	0,73872	0,83973	0,89316	0,92608	0,94837	0,96445	0,97661	0,98610	0,99373	1,0052	1,0168	1,0284	1,0343	1,0401	1,0460	1,0519	1,0578	1,0637
12	0,48369	0,73477	0,83530	0,88848	0,92124	0,94342	0,95943	0,97152	0,98097	0,98856	1,0000	1,0115	1,0231	1,0289	1,0347	1,0405	1,0464	1,0523	1,0582
13	0,48141	0,73145	0,83159	0,88454	0,91718	0,93926	0,95520	0,96724	0,97665	0,98421	0,99560	1,0071	1,0186	1,0243	1,0301	1,0360	1,0418	1,0476	1,0535
14	0,47944	0,72862	0,82842	0,88119	0,91371	0,93573	0,95161	0,96360	0,97298	0,98051	0,99186	1,0033	1,0147	1,0205	1,0263	1,0321	1,0379	1,0437	1,0495
15	0,47775	0,72619	0,82569	0,87830	0,91073	0,93627	0,94850	0,96046	0,96981	0,97732	0,98863	1,0000	1,0114	1,0172	1,0229	1,0287	1,0345	1,0403	1,0461
16	0,47628	0,72406	0,82330	0,87578	0,90812	0,93001	0,94580	0,95773	0,96705	0,97454	0,98582	0,99716	1,0086	1,0143	1,0200	1,0258	1,0315	1,0373	1,0431
17	0,47499	0,72219	0,82121	0,87357	0,90584	0,92767	0,94342	0,95532	0,96462	0,97203	0,98334	0,99466	1,0060	1,0117	1,0174	1,0232	1,0289	1,0347	1,0405
18	0,47385	0,72053	0,81936	0,87161	0,90381	0,92560	0,94132	0,95319	0,96247	0,96993	0,98116	0,99245	1,0038	1,0095	1,0152	1,0209	1,0267	1,0324	1,0382
19	0,47284	0,71906	0,81771	0,86987	0,90200	0,92375	0,93944	0,95129	0,96056	0,96800	0,97920	0,99047	1,0018	1,0075	1,0132	1,0189	1,0246	1,0304	1,0361
20	0,47192	0,71773	0,81621	0,86830	0,90038	0,92210	0,93776	0,94959	0,95884	0,96626	0,97746	0,98870	1,0000	1,0057	1,0114	1,0171	1,0228	1,0285	1,0343
21	0,47108	0,71653	0,81487	0,86688	0,89891	0,92060	0,93624	0,94805	0,95728	0,96470	0,97587	0,98710	0,99838	1,0040	1,0097	1,0154	1,0211	1,0268	1,0326
22	0,47033	0,71545	0,81365	0,86559	0,89759	0,91924	0,93486	0,94665	0,95588	0,96328	0,97444	0,98565	0,99692	1,0026	1,0082	1,0139	1,0196	1,0253	1,0311
23	0,46965	0,71446	0,81255	0,86442	0,89638	0,91800	0,93360	0,94538	0,95459	0,96199	0,97313	0,98433	0,99558	1,0012	1,0069	1,0126	1,0183	1,0240	1,0297
24	0,46902	0,71356	0,81153	0,86335	0,89527	0,91687	0,93245	0,94422	0,95342	0,96081	0,97194	0,98312	0,99436	1,0000	1,0057	1,0113	1,0170	1,0227	1,0284
25	0,46844	0,71272	0,81061	0,86236	0,89425	0,91583	0,93140	0,94315	0,95234	0,95972	0,97084	0,98201	0,99324	0,99887	1,0045	1,0102	1,0159	1,0215	1,0273
26	0,46793	0,71195	0,80975	0,86145	0,89331	0,91487	0,93042	0,94217	0,95135	0,95872	0,96983	0,98099	0,99220	0,99783	1,0035	1,0091	1,0148	1,0205	1,0262
27	0,46744	0,71124	0,80894	0,86061	0,89244	0,91399	0,92952	0,94126	0,95044	0,95779	0,96889	0,98004	0,99125	0,99687	1,0025	1,0082	1,0138	1,0195	1,0252
28	0,46697	0,71059	0,80820	0,85983	0,89164	0,91317	0,92869	0,94041	0,94958	0,95694	0,96802	0,97917	0,99036	0,99598	1,0016	1,0073	1,0129	1,0186	1,0243
29	0,46654	0,70999	0,80753	0,85911	0,89089	0,91241	0,92791	0,93963	0,94879	0,95614	0,96722	0,97835	0,98954	0,99515	1,0008	1,0064	1,0121	1,0177	1,0234
30	0,46616	0,70941	0,80689	0,85844	0,89019	0,91169	0,92719	0,93889	0,94805	0,95540	0,96647	0,97759	0,98877	0,99438	1,0000	1,0056	1,0113	1,0170	1,0226
40	0,46330	0,70531	0,80228	0,85357	0,88516	0,90654	0,92197	0,93361	0,94272	0,95003	0,96104	0,97211	0,98323	0,98880	0,99440	1,0000	1,0056	1,0113	1,0169
60	0,46053	0,70122	0,79770	0,84873	0,88017	0,90144	0,91679	0,92838	0,93743	0,94471	0,95566	0,96667	0,97773	0,98328	0,98884	0,99411	1,0000	1,0056	1,0112
120	0,45774	0,69717	0,79314	0,84392	0,87521	0,89637	0,91164	0,92318	0,93218	0,93943	0,95032	0,96128	0,97228	0,97780	0,98333	0,98887	0,99443	1,0000	1,0056
∞	0,45494	0,69315	0,78866	0,83918	0,87029	0,89135	0,90654	0,91802	0,92698	0,93418	0,94503	0,95593	0,96687	0,97236	0,97787	0,98339	0,98891	0,99445	1,0000

Т а б л и ц а Г.2 — Значения квантилей F-распределения уровня α = 0,75

ν_2	Значения квантилей F-распределения уровня α = 0,75 для степеней свободы ν_1																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	5,8285	7,5000	8,1999	8,5810	8,8198	8,9833	9,1021	9,1922	9,2631	9,3202	9,4064	9,4934	9,5813	9,6255	9,6698	9,7144	9,7591	9,8041	9,8492
2	2,5714	3,0000	3,1534	3,2320	3,2799	3,3121	3,3352	3,3526	3,3661	3,3770	3,3934	3,4098	3,4263	3,4345	3,4428	3,4511	3,4594	3,4677	3,4761
3	2,0239	2,2798	2,3555	2,3901	2,4095	2,4218	2,4302	2,4364	2,4410	2,4447	2,4500	2,4552	2,4602	2,4626	2,4650	2,4674	2,4697	2,4720	2,4742
4	1,8074	2,0000	2,0467	2,0642	2,0723	2,0766	2,0790	2,0805	2,0814	2,0820	2,0826	2,0829	2,0828	2,0827	2,0825	2,0821	2,0817	2,0812	2,0806
5	1,6925	1,8528	1,8843	1,8927	1,8947	1,8945	1,8935	1,8923	1,8911	1,8899	1,8877	1,8851	1,8820	1,8802	1,8784	1,8763	1,8742	1,8719	1,8694
6	1,6214	1,7622	1,7844	1,7872	1,7852	1,7821	1,7789	1,7760	1,7733	1,7708	1,7668	1,7621	1,7569	1,7540	1,7510	1,7477	1,7443	1,7407	1,7368
7	1,5732	1,7010	1,7169	1,7157	1,7111	1,7059	1,7011	1,6969	1,6931	1,6898	1,6843	1,6781	1,6712	1,6675	1,6635	1,6593	1,6548	1,6502	1,6452
8	1,5384	1,6569	1,6683	1,6642	1,6575	1,6508	1,6448	1,6396	1,6350	1,6310	1,6244	1,6170	1,6088	1,6043	1,5996	1,5945	1,5892	1,5836	1,5777
9	1,5121	1,6236	1,6315	1,6253	1,6170	1,6091	1,6022	1,5961	1,5909	1,5863	1,5788	1,5705	1,5611	1,5560	1,5506	1,5450	1,5389	1,5325	1,5257
10	1,4915	1,5975	1,6028	1,5949	1,5863	1,5765	1,5688	1,5621	1,5563	1,5513	1,5430	1,5338	1,5235	1,5179	1,5119	1,5056	1,4990	1,4919	1,4843
11	1,4749	1,5767	1,5798	1,5794	1,5598	1,5502	1,5418	1,5346	1,5284	1,5230	1,5140	1,5041	1,4930	1,4869	1,4805	1,4737	1,4664	1,4587	1,4504
12	1,4613	1,5595	1,5609	1,5503	1,5389	1,5286	1,5197	1,5120	1,5054	1,4996	1,4902	1,4796	1,4678	1,4613	1,4544	1,4471	1,4393	1,4310	1,4221
13	1,4500	1,5452	1,5451	1,5336	1,5214	1,5105	1,5011	1,4931	1,4861	1,4801	1,4701	1,4590	1,4465	1,4397	1,4324	1,4247	1,4164	1,4075	1,3980
14	1,4403	1,5331	1,5317	1,5194	1,5066	1,4952	1,4854	1,4770	1,4697	1,4634	1,4530	1,4414	1,4284	1,4212	1,4136	1,4055	1,3967	1,3874	1,3772
15	1,4321	1,5227	1,5202	1,5071	1,4938	1,4820	1,4718	1,4631	1,4556	1,4491	1,4383	1,4263	1,4127	1,4052	1,3973	1,3888	1,3796	1,3698	1,3591
16	1,4249	1,5137	1,5103	1,4965	1,4827	1,4705	1,4601	1,4511	1,4433	1,4366	1,4255	1,4130	1,3990	1,3913	1,3830	1,3742	1,3646	1,3543	1,3432
17	1,4186	1,5057	1,5015	1,4873	1,4730	1,4605	1,4497	1,4405	1,4325	1,4256	1,4142	1,4014	1,3869	1,3790	1,3704	1,3613	1,3514	1,3406	1,3290
18	1,4130	1,4988	1,4938	1,4790	1,4644	1,4516	1,4406	1,4312	1,4230	1,4159	1,4042	1,3911	1,3762	1,3680	1,3592	1,3497	1,3395	1,3284	1,3162
19	1,4081	1,4925	1,4870	1,4717	1,4568	1,4437	1,4325	1,4228	1,4145	1,4073	1,3953	1,3819	1,3666	1,3582	1,3492	1,3394	1,3289	1,3174	1,3048
20	1,4037	1,4870	1,4808	1,4652	1,4500	1,4366	1,4252	1,4153	1,4069	1,3995	1,3873	1,3763	1,3580	1,3494	1,3401	1,3301	1,3193	1,3074	1,2943
21	1,3997	1,4820	1,4573	1,4593	1,4438	1,4302	1,4186	1,4086	1,4000	1,3925	1,3801	1,3661	1,3502	1,3414	1,3319	1,3217	1,3105	1,2983	1,2848
22	1,3961	1,4774	1,4703	1,4540	1,4382	1,4244	1,4126	1,4025	1,3937	1,3861	1,3735	1,3593	1,3431	1,3341	1,3245	1,3140	1,3025	1,2900	1,2761
23	1,3928	1,4733	1,4657	1,4491	1,4331	1,4191	1,4072	1,3969	1,3880	1,3803	1,3675	1,3531	1,3366	1,3275	1,3176	1,3069	1,2952	1,2824	1,2681
24	1,3898	1,4695	1,4615	1,4447	1,4285	1,4143	1,4022	1,3918	1,3828	1,3750	1,3621	1,3474	1,3307	1,3214	1,3113	1,3004	1,2885	1,2754	1,2607
25	1,3870	1,4661	1,4577	1,4406	1,4242	1,4099	1,3976	1,3871	1,3780	1,3701	1,3570	1,3422	1,3252	1,3158	1,3056	1,2945	1,2823	1,2689	1,2538
26	1,3845	1,4629	1,4542	1,4368	1,4203	1,4058	1,3935	1,3828	1,3737	1,3656	1,3524	1,3374	1,3202	1,3106	1,3002	1,2889	1,2765	1,2628	1,2474
27	1,3822	1,4600	1,4510	1,4334	1,4166	1,4021	1,3896	1,3788	1,3696	1,3615	1,3481	1,3329	1,3155	1,3058	1,2953	1,2838	1,2712	1,2572	1,2414
28	1,3800	1,4573	1,4480	1,4302	1,4133	1,3986	1,3860	1,3752	1,3658	1,3576	1,3441	1,3288	1,3112	1,3013	1,2906	1,2790	1,2662	1,2519	1,2358
29	1,3780	1,4547	1,4452	1,4272	1,4102	1,3953	1,3826	1,3717	1,3623	1,3541	1,3404	1,3249	1,3071	1,2971	1,2863	1,2745	1,2615	1,2470	1,2306
30	1,3761	1,4524	1,4426	1,4244	1,4073	1,3923	1,3795	1,3685	1,3590	1,3507	1,3369	1,3213	1,3033	1,2933	1,2823	1,2703	1,2571	1,2424	1,2256
40	1,3626	1,4355	1,4239	1,4045	1,3863	1,3706	1,3571	1,3455	1,3354	1,3266	1,3119	1,2952	1,2758	1,2649	1,2529	1,2397	1,2249	1,2080	1,1883
60	1,3493	1,4188	1,4055	1,3848	1,3657	1,3491	1,3349	1,3226	1,3119	1,3026	1,2780	1,2691	1,2481	1,2361	1,2229	1,2081	1,1912	1,1715	1,1474
120	1,3362	1,4024	1,3873	1,3654	1,3453	1,3278	1,3128	1,2999	1,2886	1,2787	1,2621	1,2428	1,2200	1,2068	1,1921	1,1752	1,1555	1,1314	1,0987
∞	1,3233	1,3863	1,3694	1,3463	1,3251	1,3068	1,2910	1,2774	1,2654	1,2549	1,2371	1,2163	1,1914	1,1767	1,1600	1,1404	1,1164	1,0838	1,0000

Т а б л и ц а Г.3 — Значения квантилей F-распределения уровня α = 0,999

ν_2	Значения квантилей F-распределения уровня α = 0,999 для степеней свободы ν_1																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	405300	500000	540400	562500	576400	585900	592900	598100	602300	605600	610700	615800	620900	623500	626100	628700	631300	634000	636600
2	998,5	999,0	999,2	999,2	999,3	999,3	999,4	999,4	999,4	999,4	999,4	999,4	999,4	999,5	999,5	999,5	999,5	999,5	999,5
3	167,0	148,5	141,1	137,1	134,6	132,8	131,6	130,6	129,9	129,2	128,3	127,4	126,4	125,9	125,4	125,0	124,5	124,0	123,5
4	74,14	61,25	56,18	53,44	51,71	50,53	49,66	49,00	48,47	48,05	47,41	46,76	46,10	45,77	45,43	45,09	44,75	44,40	44,05
5	47,18	37,12	33,20	31,09	29,75	28,84	28,16	27,64	27,24	26,92	26,42	25,91	25,39	25,14	24,87	26,40	24,33	24,06	23,79
6	35,51	27,00	23,70	21,92	20,81	20,03	19,46	19,03	18,69	18,41	17,99	17,56	17,12	16,89	16,67	16,44	16,21	15,99	15,75
7	29,25	21,69	18,77	17,19	16,21	15,52	15,02	14,63	14,33	14,08	13,71	13,32	12,93	12,73	12,53	12,33	12,12	11,91	11,70
8	25,42	18,49	15,83	14,39	13,49	12,86	12,40	12,04	11,77	11,54	11,19	10,84	10,48	10,30	10,11	9,92	9,73	9,53	9,33
9	22,86	16,39	13,90	12,56	11,71	11,13	10,70	10,37	10,11	9,89	9,57	9,24	8,90	8,72	8,55	8,37	8,19	8,00	7,81
10	21,04	14,91	12,55	11,28	10,48	9,92	9,52	9,20	8,96	8,75	8,45	8,13	7,80	7,64	7,47	7,30	7,12	6,94	6,76
11	19,69	13,81	11,56	10,35	9,58	9,05	8,66	8,35	8,12	7,92	7,63	7,32	7,01	6,85	6,68	6,52	6,35	6,17	6,00
12	18,64	12,97	10,80	9,63	8,89	8,38	8,00	7,71	7,48	7,29	7,00	6,71	6,40	6,25	6,09	5,93	5,76	5,59	5,42
13	17,81	12,31	10,21	9,07	8,35	7,86	7,49	7,21	6,98	6,80	6,52	6,23	5,93	5,78	5,63	5,47	5,30	5,14	4,97
14	17,14	11,78	9,73	8,62	7,92	7,43	7,08	6,80	6,58	6,40	6,13	5,85	5,56	5,41	5,25	5,10	4,94	4,77	4,60
15	16,59	11,34	9,34	8,25	7,57	7,09	6,74	6,47	6,26	6,08	5,81	5,54	5,25	5,10	4,95	4,80	4,64	4,47	4,31
16	16,12	10,97	9,00	7,94	7,27	6,81	6,46	6,19	5,98	5,81	5,55	5,27	4,99	4,85	4,70	4,54	4,39	4,23	4,06
17	15,72	10,66	8,73	7,68	7,02	6,56	6,22	5,96	5,75	5,58	5,32	5,05	4,78	4,63	4,48	4,33	4,18	4,02	3,85
18	15,38	10,39	8,49	7,46	6,81	6,35	6,02	5,76	5,56	5,39	5,13	4,87	4,59	4,45	4,30	4,15	4,00	3,84	3,67
19	15,08	10,16	8,28	7,26	6,62	6,18	5,85	5,59	5,39	5,22	4,97	4,70	4,43	4,29	4,14	3,99	3,84	3,68	3,51
20	14,82	9,95	8,10	7,10	6,46	6,02	5,69	5,44	5,24	5,08	4,82	4,56	4,29	4,15	4,00	3,86	3,70	3,54	3,38
21	14,59	9,77	7,94	6,95	6,32	5,88	5,56	5,31	5,11	4,95	4,70	4,44	4,17	4,03	3,88	3,74	3,58	3,42	3,26
22	14,38	9,61	7,80	6,81	6,19	5,76	5,44	5,19	4,99	4,83	4,58	4,33	4,06	3,92	3,78	3,63	3,48	3,32	3,15
23	14,19	9,47	7,67	6,69	6,08	5,65	5,33	5,09	4,89	4,73	4,48	4,23	4,23	3,82	3,68	3,53	3,38	3,22	3,05
24	14,03	9,34	7,55	6,59	5,98	5,55	5,23	4,99	4,80	4,64	4,39	4,14	3,87	3,74	3,59	3,45	3,29	3,14	2,97
25	13,88	9,22	7,45	6,49	5,88	5,46	5,15	4,91	4,71	4,56	4,31	4,06	3,79	3,66	3,52	3,37	3,22	3,06	2,89
26	13,74	9,12	7,36	6,41	5,80	5,38	5,07	4,83	4,64	4,48	4,24	3,99	3,72	3,59	3,44	3,30	3,15	2,99	2,82
27	13,61	9,02	7,27	6,33	5,73	5,31	5,00	4,76	4,57	4,41	4,17	3,92	3,66	3,52	3,38	3,23	3,08	2,92	2,75
28	13,50	8,93	7,19	6,25	5,66	5,24	4,93	4,69	4,50	4,35	4,11	3,86	3,60	3,46	3,32	3,18	3,02	2,86	2,69
29	13,39	8,85	7,12	6,19	5,59	5,18	4,87	4,64	4,45	4,29	4,05	3,80	3,54	3,41	3,27	3,12	2,97	2,81	2,64
30	13,29	8,77	7,05	6,12	5,53	5,12	4,82	4,58	4,39	4,24	4,00	3,75	3,49	3,36	3,22	3,07	2,92	2,76	2,59
40	12,61	8,25	6,60	5,70	5,13	4,73	4,44	4,21	4,02	3,87	3,64	3,40	3,15	3,01	2,87	2,73	2,57	2,41	2,23
60	11,97	7,76	6,17	5,31	4,76	4,37	4,09	3,87	3,69	3,54	3,31	3,08	2,83	2,69	2,55	2,41	2,25	2,08	1,89
120	11,38	7,32	5,79	4,95	4,42	4,04	3,77	3,55	3,38	3,24	3,02	2,78	2,53	2,40	2,26	2,11	1,95	1,76	1,54
∞	10,83	6,91	5,42	4,62	4,10	3,74	3,47	3,27	3,10	2,96	2,74	2,51	2,27	2,13	1,99	1,84	1,66	1,45	1,00

Таблица Г.4 — Значения квантилей F-распределения уровня α = 0,9995

ν_2	Квантили F-распределения уровня α = 0,9995											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1620000	2000000	2160000	2250000	2310000	2340000	2370000	2390000	2410000	2420000	2430000	2440000
2	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
3	266	237	225	218	214	211	209	208	207	206	204	204
4	106	87,4	80,1	76,1	73,6	71,9	70,6	69,7	68,9	68,3	67,8	67,4
5	63,6	49,8	44,4	41,5	39,7	38,5	37,6	36,9	36,4	35,9	35,6	35,2
6	46,1	34,8	30,4	28,1	26,6	25,6	24,9	24,3	23,9	23,5	23,2	23,0
7	37,0	27,2	23,5	21,4	20,2	19,3	18,7	18,2	17,8	17,5	17,2	17,0
8	31,6	22,8	19,4	17,6	16,4	15,7	15,1	14,6	14,3	14,0	13,8	13,6
9	28,0	19,9	16,8	15,1	14,1	13,3	12,8	12,4	12,1	11,8	11,6	11,4
10	25,5	17,9	15,0	13,4	12,4	11,8	11,3	10,9	10,6	10,3	10,1	9,93
11	23,6	16,4	13,6	12,2	11,2	10,6	10,1	9,76	9,48	9,24	9,04	8,88
12	22,2	15,3	12,7	11,2	10,4	9,74	9,28	8,94	8,66	8,43	8,24	8,08
15	19,5	13,2	10,8	9,48	8,66	8,10	7,68	7,36	7,11	6,91	6,75	6,60
20	17,2	11,4	9,20	8,02	7,28	6,76	6,38	6,08	5,85	5,66	5,51	5,38
24	16,2	10,6	8,52	7,39	6,68	6,18	5,82	5,54	5,31	5,13	4,98	4,85
30	15,2	9,90	7,90	6,82	6,14	5,66	5,31	5,04	4,82	4,65	4,51	4,38
40	14,4	9,25	7,33	6,30	5,64	5,19	4,85	4,59	4,38	4,21	4,07	3,95
60	13,6	8,65	6,81	5,82	5,20	4,76	4,44	4,18	3,98	3,82	3,69	3,57
120	12,8	8,10	6,34	5,39	4,79	4,37	4,07	3,82	3,63	3,47	3,34	3,22
∞	12,1	7,60	5,91	5,00	4,42	4,02	3,72	3,48	3,30	3,14	3,02	2,90

Таблица Г.5 — Значения квантилей F-распределения уровня α = 0,995

ν_2	Квантили F-распределения уровня α = 0,995								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	16211	20000	21615	22500	23056	23437	23715	23925	24091
2	198,50	199,00	199,17	199,25	199,30	199,33	199,36	199,37	199,39
3	55,552	49,799	47,467	46,195	45,392	44,838	44,434	44,126	43,882
4	31,333	26,284	24,259	23,155	22,456	21,975	21,622	21,352	21,139
5	22,785	18,314	16,530	15,556	14,940	14,513	14,200	13,961	13,772
6	18,635	14,544	12,917	12,028	11,464	11,073	10,786	10,566	10,391
7	16,236	12,404	10,882	10,050	9,5221	9,1554	8,8854	8,6781	8,5138
8	14,688	11,042	9,5965	8,8051	8,3018	7,9520	7,6942	7,4960	7,3386
9	13,614	10,107	8,7171	7,9559	7,4711	7,1338	6,8849	6,6933	6,5411
10	12,826	9,4270	8,0807	7,3428	6,8723	6,5446	6,3025	6,1159	5,9676
11	12,226	8,9122	7,6004	6,8809	6,4217	6,1015	5,8648	5,6821	5,5368
12	11,754	8,5096	7,2258	6,5211	6,0711	5,7570	5,5245	5,3451	5,2021
13	11,374	8,1865	6,9257	6,2335	5,7910	5,4819	5,2529	5,0761	4,9351
14	11,060	7,9216	6,6803	5,9984	5,5623	5,2574	5,0313	4,8566	4,7173
15	10,798	7,7008	6,4760	5,8029	5,3721	5,0708	4,8473	4,6743	4,5364
16	10,575	7,5138	6,3034	5,6378	5,2117	4,9134	4,6920	4,5207	4,3838
17	10,384	7,3536	6,1556	5,4967	5,0746	4,7789	4,5594	4,3893	4,2535
18	10,218	7,2148	6,0277	5,3746	4,9560	4,6627	4,4448	4,2759	4,1410
19	10,073	7,0935	5,9161	5,2181	4,8526	4,5614	4,3448	4,1770	4,0428
20	9,9439	6,9865	5,8177	5,1743	4,7616	4,4721	4,2569	4,0900	3,9564
21	9,8295	6,8914	5,7304	5,0911	4,6808	4,3931	4,1789	4,0128	3,8799
22	9,7271	6,8064	5,6524	5,0168	4,6088	4,3225	4,1094	3,9440	3,8116
23	9,6348	6,7300	5,5823	4,9500	4,5441	4,2591	4,0469	3,8822	3,7502
24	9,5513	6,6609	5,5190	4,8898	4,4857	4,2019	3,9905	3,8264	3,6949

	для степеней свободы ν_1											
	15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞
	2460000	2480000	2490000	2500000	2510000	2520000	2520000	2530000	2530000	2530000	2540000	2540000
	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
	203	201	200	199	199	198	198	197	197	197	196	196
	66,5	65,5	65,1	64,6	64,1	63,8	63,6	63,2	63,1	62,9	62,7	62,6
	34,6	33,9	33,5	33,1	32,7	32,5	32,3	32,1	32,0	31,8	31,7	31,6
	22,4	21,9	21,7	21,4	21,1	20,9	20,7	20,5	20,4	20,3	20,2	20,1
	16,5	16,0	15,7	15,5	15,2	15,1	15,0	14,7	14,7	14,6	14,5	14,4
	13,1	12,7	12,5	12,2	12,0	11,8	11,8	11,6	11,5	11,4	11,4	11,3
	11,0	10,6	10,4	10,2	9,94	9,80	9,1	9,53	9,49	9,40	9,32	9,26
	9,56	9,16	8,96	8,75	8,54	8,42	8,33	8,16	8,12	8,04	7,96	7,90
	8,52	8,14	7,94	7,75	7,55	7,43	7,35	7,18	7,14	7,06	6,98	6,93
	7,74	7,37	7,18	7,00	6,80	6,68	6,61	6,45	6,41	6,33	6,25	6,20
	6,27	5,93	5,75	5,58	5,40	5,29	5,21	5,06	5,02	4,94	4,87	4,83
	5,07	4,75	4,58	4,42	4,24	4,15	4,07	3,93	3,90	3,82	3,75	3,70
	4,55	4,25	4,09	3,93	3,76	3,66	3,59	3,44	3,41	3,33	3,27	3,22
	4,10	3,80	3,65	3,48	3,32	3,22	3,15	3,00	2,97	2,89	2,82	2,78
	3,68	3,39	3,24	3,08	2,92	2,82	2,74	2,60	2,57	2,49	2,41	2,37
	3,30	3,02	2,87	2,71	2,55	2,45	2,38	2,23	2,19	2,11	2,03	1,98
	3,96	2,67	2,53	2,38	2,21	2,11	2,01	1,88	1,84	1,75	1,67	1,60
	2,65	2,37	2,22	2,07	1,91	1,79	1,71	1,53	1,48	1,36	1,22	1,00

	для степеней свободы ν_1									
	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
	24224	24426	24630	24836	24940	25044	25148	25253	25339	25465
	199,40	199,42	199,43	199,45	199,46	199,47	199,47	199,48	199,49	199,51
	43,686	43,387	43,085	42,778	42,622	42,466	42,308	42,149	41,989	41,829
	20,967	20,705	20,438	20,167	20,030	19,892	19,752	19,611	19,468	19,325
	13,618	13,384	13,146	12,903	12,780	12,656	12,530	12,402	12,274	12,144
	10,250	10,034	9,8140	9,5888	9,4741	9,3583	9,2408	9,1219	9,0015	8,8793
	8,3803	8,1764	7,9678	7,7540	7,6450	7,5345	7,4225	7,3088	7,1933	7,0760
	7,2107	7,0149	6,8143	6,6082	6,5029	6,3961	6,2875	6,1772	6,0649	5,9505
	6,4171	6,2274	6,0325	5,8318	5,7292	5,6248	5,5186	5,4104	5,3001	5,1875
	5,8467	5,6613	5,4707	5,2740	5,1732	5,0705	4,9659	4,8592	4,7501	4,6385
	5,4182	5,2363	5,0489	4,8552	4,7557	4,6543	4,5508	4,4450	4,3367	4,2256
	5,0855	4,9063	4,7214	4,5299	4,4315	4,3309	4,2282	4,1229	4,0149	3,9039
	4,8199	4,6429	4,4600	4,2703	4,1726	4,0727	3,9704	3,8665	3,7577	3,6465
	4,6034	4,4281	4,2468	4,0585	3,9614	3,8619	3,7600	3,6553	3,5473	3,4359
	4,4236	4,2498	4,0698	3,8826	3,7859	3,6867	3,5850	3,4803	3,3722	3,2602
	4,2719	4,0994	3,9205	3,7342	3,6378	3,5388	3,4372	3,3324	3,2240	3,1115
	4,1423	3,9709	3,7929	3,6073	3,5112	3,4124	3,3107	3,2058	3,0971	2,9839
	4,0305	3,8599	3,6827	3,4977	3,4017	3,3030	3,2014	3,0962	2,9871	2,8732
	3,9329	3,7631	3,5866	3,4020	3,3062	3,2075	3,1058	3,0004	2,8908	2,7762
	3,8470	3,6779	3,5020	3,3178	3,2220	3,1234	3,0215	2,9159	2,8058	2,6904
	3,7709	3,6024	3,4270	3,2431	3,1474	3,0488	2,9467	2,8408	2,7302	2,6140
	3,7030	3,5350	3,3600	3,1764	3,0807	2,9821	2,8799	2,7736	2,6625	2,5455
	3,6420	3,4745	3,2999	3,1165	3,0208	2,9221	2,8198	2,7132	2,6016	2,4837
	3,5870	3,4199	3,2456	3,0624	2,9667	2,8679	2,7654	2,6585	2,5463	2,4276

Окончание таблицы Г.5

v_2	Квантили *F*-распределения уровня α = 0,995								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
25	9,4753	6,5982	5,4615	4,8351	4,4327	4,1500	3,9394	3,7758	3,6447
26	9,4059	6,5409	5,4091	4,7852	4,3844	4,1027	3,8928	3,7297	3,5989
27	9,3423	6,4885	5,3611	4,7396	4,3402	4,0594	3,8501	3,6875	3,5571
28	9,2838	6,4403	5,3170	4,6977	4,2996	4,0197	3,8110	3,6487	3,5186
29	9,2297	6,3958	5,2764	4,6591	4,2622	3,9830	3,7749	3,6130	3,4832
30	9,1797	6,3547	5,2388	4,6233	4,2276	3,9492	3,7416	3,5801	3,4505
40	8,8278	6,0664	4,9759	4,3738	3,9860	3,7129	3,5088	3,3498	3,2220
60	8,4946	5,7950	4,7290	4,1399	3,7600	3,4918	3,2911	3,1344	3,0083
120	8,1790	5,5393	4,4973	3,9207	3,5482	3,2849	3,0874	2,9330	2,8083
∞	7,8794	5,2983	4,2794	3,7151	3,3499	3,0913	2,8968	2,7444	2,6210

Таблица Г.6 — Значения квантилей *F*-распределения уровня α = 0,9

v_2	Квантили *F*-распределения уровня α = 0,9								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	39,864	49,500	53,593	55,833	57,241	58,204	58,906	59,439	59,858
2	8,5263	9,0000	9,1618	9,2434	9,2926	9,3255	9,3491	9,3668	9,3805
3	5,5383	5,4624	5,3908	5,3427	5,3092	5,2847	5,2662	5,2517	5,2400
4	4,5448	4,3246	4,1908	4,1073	4,0506	4,0098	3,9790	3,9549	3,9357
5	4,0604	3,7797	3,6195	3,5202	3,4530	3,4045	3,3679	3,3393	3,3163
6	3,7760	3,4633	3,2888	3,1808	3,1075	3,0546	3,0145	2,9830	2,9577
7	3,5894	3,2574	3,0741	2,9605	2,8833	2,8274	2,7849	2,7516	2,7247
8	3,4597	3,1131	2,9238	2,8064	2,7265	2,6683	2,6241	2,5893	2,5612
9	3,3603	3,0065	2,8129	2,6927	2,6106	2,5509	2,5053	2,4694	2,4403
10	3,2850	2,9245	2,7277	2,6053	2,5216	2,4606	2,4140	2,3772	2,3473
11	3,2252	2,8595	2,6602	2,5362	2,4512	2,3891	2,3416	2,3040	2,2735
12	3,1765	2,8068	2,6055	2,4801	2,3940	2,3310	2,2828	2,2446	2,2135
13	3,1362	2,7632	2,5603	2,4337	2,3467	2,2830	2,2341	2,1953	2,1638
14	3,1022	2,7265	2,5222	2,3947	2,3069	2,2426	2,1931	2,1539	2,1220
15	3,0732	2,6952	2,4898	2,3614	2,2730	2,2081	2,1582	2,1185	2,0862
16	3,0481	2,6682	2,4618	2,3327	2,2438	2,1783	2,1280	2,0880	2,0553
17	3,0262	2,6446	2,4374	2,3077	2,2183	2,1524	2,1017	2,0613	2,0284
18	3,0070	2,6239	2,4160	2,2858	2,1958	2,1296	2,0785	2,0379	2,0047
19	2,9899	2,6056	2,3970	2,2663	2,1760	2,1094	2,0580	2,0171	1,9836
20	2,9747	2,5893	2,3801	2,2489	2,1582	2,0913	2,0397	1,9985	1,9649
21	2,9609	2,5746	2,3649	2,2333	2,1423	2,0751	2,0232	1,9819	1,9480
22	2,9486	2,5613	2,3512	2,2193	2,1279	2,0605	2,0084	1,9668	1,9327
23	2,9374	2,5493	2,3387	2,2065	2,1149	2,0472	1,9949	1,9531	1,9189
24	2,9271	2,5383	2,3274	2,1949	2,1030	2,0351	1,9826	1,9407	1,9063
25	2,9177	2,5283	2,3170	2,1843	2,0922	2,0241	1,9714	1,9292	1,8947
26	2,9091	2,5191	2,3075	2,1745	2,0822	2,0139	1,9610	1,9188	1,8841
27	2,9012	2,5106	2,2987	2,1655	2,0730	2,0045	1,9515	1,9091	1,8743
28	2,8939	2,5028	2,2906	2,1571	2,0645	1,9959	1,9427	1,9001	1,8652
29	2,8871	2,4955	2,2831	2,1494	2,0566	1,9878	1,9345	1,8918	1,8568
30	2,8807	2,4887	2,2761	2,1422	2,0492	1,9803	1,9269	1,8841	1,8490
40	2,8354	2,4404	2,2261	2,0909	1,9968	1,9269	1,8725	1,8289	1,7929
60	2,7914	2,3933	2,1774	2,0410	1,9457	1,8747	1,8194	1,7748	1,7380
120	2,7478	2,3473	2,1300	1,9923	1,8959	1,8238	1,7675	1,7220	1,6843
∞	2,7055	2,3026	2,0838	1,9449	1,8473	1,7741	1,7167	1,6702	1,6315

для степеней свободы ν_1									
10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
3,5370	3,3704	3,1963	3,0133	2,9176	2,8187	2,7160	2,6088	2,4960	2,3765
3,4916	3,3252	3,1515	2,9685	2,8728	2,7738	2,6709	2,5633	2,4501	2,3297
3,4499	3,2839	3,1104	2,9275	2,8318	2,7327	2,6296	2,5217	2,4079	2,2867
3,4117	3,2460	3,0727	2,8899	2,7941	2,6949	2,5916	2,4834	2,3690	2,2469
3,3765	3,2111	3,0379	2,8551	2,7594	2,6601	2,5565	2,4479	2,3331	2,2102
3,3440	3,1787	3,0057	2,8230	2,7272	2,6278	2,5241	2,4151	2,2998	2,1760
3,1167	2,9531	2,7811	2,5984	2,5020	2,4015	2,2958	2,1838	2,0635	1,9318
2,9042	2,7419	2,5705	2,3872	2,2898	2,1874	2,0789	1,9622	1,8341	1,6885
2,7052	2,5439	2,3727	2,1881	2,0890	1,9839	1,8709	1,7469	1,6055	1,4311
2,5188	2,3583	2,1868	1,9998	1,8983	1,7891	1,6691	1,5325	1,3637	1,0000

для степеней свободы ν_1									
10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
60,195	60,705	61,220	61,740	62,002	62,265	62,529	62,794	63,061	63,328
9,3916	9,4081	9,4247	9,4413	9,4496	9,4579	9,4663	9,4746	9,4829	9,4913
5,2304	5,2156	5,2003	5,1845	5,1764	5,1681	5,1597	5,1512	5,1425	5,1337
3,9199	3,8955	3,8703	3,8443	3,8310	3,8174	3,8036	3,7896	3,7753	3,7607
3,2974	3,2682	3,2380	3,2067	3,1905	3,1741	3,1573	3,1402	3,1228	3,1050
2,9369	2,9047	2,8712	2,8363	2,8183	2,8000	2,7812	2,7620	2,7423	2,7222
2,7025	2,6681	2,6322	2,5947	2,5753	2,5555	2,5351	2,5142	2,4928	2,4708
2,5380	2,5020	2,4642	2,4246	2,4041	2,3830	2,3614	2,3391	2,3162	2,2926
2,4163	2,3789	2,3396	2,2983	2,2768	2,2547	2,2320	2,2085	2,1843	2,1592
2,3226	2,2841	2,2435	2,2007	2,1784	2,1554	2,1317	2,1072	2,0818	2,0554
2,2482	2,2087	2,1671	2,1230	2,1000	2,0762	2,0516	2,0261	1,9997	1,9721
2,1878	2,1474	2,1049	2,0597	2,0360	2,0115	1,9861	1,9597	1,9323	1,9036
2,1376	2,0966	2,0532	2,0070	1,9827	1,9576	1,9315	1,9043	1,8759	1,8462
2,0954	2,0537	2,0095	1,9625	1,9377	1,9119	1,8852	1,8572	1,8280	1,7973
2,0593	2,0171	1,9722	1,9243	1,8990	1,8728	1,8454	1,8168	1,7867	1,7551
2,0281	1,9854	1,9399	1,8913	1,8656	1,8388	1,8108	1,7816	1,7507	1,7182
2,0009	1,9577	1,9117	1,8624	1,8362	1,8090	1,7805	1,7506	1,7191	1,6856
1,9770	1,9333	1,8868	1,8368	1,8103	1,7827	1,7537	1,7232	1,6910	1,6567
1,9557	1,9117	1,8647	1,8142	1,7873	1,7592	1,7298	1,6988	1,6659	1,6308
1,9367	1,8924	1,8449	1,7938	1,7667	1,7382	1,7083	1,6768	1,6433	1,6074
1,9197	1,8750	1,8272	1,7756	1,7481	1,7193	1,6890	1,6569	1,6228	1,5862
1,9043	1,8593	1,8111	1,7590	1,7312	1,7021	1,6714	1,6389	1,6042	1,5668
1,8903	1,8450	1,7964	1,7439	1,7159	1,6864	1,6554	1,6224	1,5871	1,5490
1,8775	1,8319	1,7831	1,7302	1,7019	1,6721	1,6407	1,6073	1,5715	1,5327
1,8658	1,8200	1,7708	1,7175	1,6890	1,6589	1,6272	1,5934	1,5570	1,5176
1,8550	1,8090	1,7596	1,7059	1,6771	1,6468	1,6147	1,5805	1,5437	1,5036
1,8451	1,7989	1,7492	1,6951	1,6662	1,6356	1,6032	1,5686	1,5313	1,4906
1,8359	1,7895	1,7395	1,6852	1,6560	1,6252	1,5925	1,5575	1,5198	1,4784
1,8274	1,7808	1,7306	1,6759	1,6465	1,6155	1,5825	1,5472	1,5090	1,4670
1,8195	1,7727	1,7223	1,6673	1,6377	1,6065	1,5732	1,5376	1,4989	1,4564
1,7627	1,7146	1,6624	1,6052	1,5741	1,5411	1,5056	1,4672	1,4248	1,3769
1,7070	1,6574	1,6034	1,5435	1,5107	1,4755	1,4373	1,3952	1,3476	1,2915
1,6524	1,6012	1,5450	1,4821	1,4472	1,4094	1,3676	1,3203	1,2646	1,1926
1,5987	1,5458	1,4871	1,4206	1,3832	1,3419	1,2951	1,2400	1,1686	1,0000

Таблица Г.7 — Значения квантилей F-распределения уровня α = 0,95

ν_2	Квантили F-распределения уровня α = 0,95								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54
2	18,513	19,000	19,164	19,247	19,296	19,330	19,353	19,371	19,385
3	10,128	9,5521	9,2766	9,1172	9,0135	8,9406	8,8868	8,8452	8,8123
4	7,7086	6,9443	6,5914	6,3883	6,2560	6,1631	6,0942	6,0410	5,9988
5	6,6079	5,7861	5,4095	5,1922	5,0503	4,9503	4,8759	4,8183	4,7725
6	5,9874	5,1433	4,7571	4,5337	4,3874	4,2839	4,2066	4,1468	4,0990
7	5,5914	4,7374	4,3468	4,1203	3,9715	3,8660	3,7870	3,7257	3,6767
8	5,3177	4,4590	4,0662	3,8378	3,6875	3,5806	3,5005	3,4381	3,3881
9	5,1174	4,2565	3,8626	3,6331	3,4817	3,3738	3,2927	3,2296	3,1789
10	4,9646	4,1028	3,7083	3,4780	3,3258	3,2172	3,1355	3,0717	3,0204
11	4,8443	3,9823	3,5874	3,3567	3,2039	3,0946	3,0123	2,9480	2,8962
12	4,7472	3,8853	3,4903	3,2592	3,1059	2,9961	2,9134	2,8486	2,7964
13	4,6672	3,8056	3,4105	3,1791	3,0254	2,9153	2,8321	2,7669	2,7144
14	4,6001	3,7389	3,3439	3,1122	2,9582	2,8477	2,7642	2,6987	2,6458
15	4,5431	3,6823	3,2874	3,0556	2,9013	2,7905	2,7066	2,6408	2,5876
16	4,4940	3,6337	3,2389	3,0069	2,8524	2,7413	2,6572	2,5911	2,5377
17	4,4513	3,5915	3,1968	2,9647	2,8100	2,6987	2,6143	2,5480	2,4943
18	4,4139	3,5546	3,1599	2,9277	2,7729	2,6613	2,5767	2,5102	2,4563
19	4,3808	3,5219	3,1274	2,8951	2,7401	2,6283	2,5435	2,4768	2,4227
20	4,3513	3,4928	3,0984	2,8661	2,7109	2,5990	2,5140	2,4471	2,3928
21	4,3248	3,4668	3,0725	2,8401	2,6848	2,5727	2,4876	2,4205	2,3661
22	4,3009	3,4434	3,0491	2,8167	2,6613	2,5491	2,4638	2,3965	3,3419
23	4,2793	3,4221	3,0280	2,7955	2,6400	2,5277	2,4422	2,3748	2,3201
24	4,2597	3,4028	3,0088	2,7763	2,6207	2,5082	2,4226	2,3551	2,3002
25	4,2417	3,3852	2,9912	2,7587	2,6030	2,4904	2,4047	2,3371	2,2821
26	4,2252	3,3690	2,9751	2,7426	2,5868	2,4741	2,3883	2,3205	2,2655
27	4,2100	3,3541	2,9604	2,7278	2,5719	2,4591	2,3732	2,3053	2,2501
28	4,1960	3,3404	2,9467	2,7141	2,5581	2,4453	2,3593	2,2913	2,2360
29	4,1830	3,3277	2,9340	2,7014	2,5454	2,4324	2,3463	2,2782	2,2229
30	4,1709	3,3158	2,9223	2,6896	2,5336	2,4205	2,3343	2,2662	2,2107
40	4,0848	3,2317	2,8387	2,6060	2,4459	2,3359	2,2400	2,1802	2,1240
60	4,0012	3,1504	2,7581	2,5252	2,3683	2,2540	2,1665	2,0970	2,0401
120	3,9201	3,0718	2,6802	2,4472	2,2900	2,1750	2,0867	2,0164	1,9588
∞	3,8415	2,9957	2,6049	2,3719	2,2141	2,0986	2,0096	1,9384	1,8799

Таблица Г.8 — Значения квантилей F-распределения уровня α = 0,975

ν_2	Квантили F-распределения уровня α = 0,975								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	647,79	799,50	864,16	899,58	921,85	937,11	948,22	956,66	963,28
2	38,506	39,000	39,165	39,248	39,298	39,331	39,355	39,373	39,387
3	17,443	16,044	15,439	15,101	14,885	14,735	14,624	14,540	14,473
4	12,218	10,649	9,9792	9,6045	9,3645	9,1973	9,0741	8,9796	8,9047
5	10,007	8,4336	7,7636	7,3879	7,1464	6,9777	6,8531	6,7572	6,6810
6	8,8131	7,2598	6,5988	6,2272	5,9876	5,8197	5,6955	5,5996	5,5234
7	8,0727	6,5415	5,8898	5,5226	5,2852	5,1186	4,9949	4,8994	4,8232
8	7,5709	6,0595	5,4160	5,0526	4,8173	4,6517	4,5286	4,4332	4,3572
9	7,2093	5,7147	5,0781	4,7181	4,4844	4,3197	4,1971	4,1020	4,0260

для степеней свободы ν_1										
	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
	241,88	243,91	245,95	248,01	249,05	250,09	251,14	252,20	253,25	254,32
	19,396	19,413	19,429	19,446	19,454	19,462	19,471	19,479	19,487	19,496
	8,7855	8,7446	8,7029	8,6602	8,6385	8,6166	8,5944	8,5720	8,5494	8,5265
	5,9644	5,9117	5,8578	5,8025	5,7744	5,7459	5,7170	5,6878	5,6581	5,6281
	4,7351	4,6777	4,6188	4,5581	4,5272	4,4957	4,4638	4,4314	4,3984	4,3650
	4,0600	3,9999	3,9381	3,8742	3,8415	3,8082	3,7743	3,7398	3,7047	3,6688
	3,6365	3,5747	3,5108	3,4445	3,4105	3,3758	3,3404	3,3043	3,2674	3,2298
	3,3472	3,2840	3,2184	3,1503	3,1152	3,0794	3,0428	3,0053	2,9669	2,9276
	3,1373	3,0729	3,0061	2,9365	2,9005	2,8637	2,8259	2,7872	2,7475	2,7067
	2,9782	2,9130	2,8450	2,7740	2,7372	2,6996	2,6609	2,6211	2,5801	2,5379
	2,8536	2,7876	2,7186	2,6464	2,6090	2,5705	2,5309	2,4901	2,4480	2,4045
	2,7534	2,6866	2,6169	2,5436	2,5055	2,4663	2,4259	2,3842	2,3410	2,2962
	2,6710	2,6037	2,5331	2,4589	2,4202	2,3803	2,3392	2,2966	2,2524	2,2064
	2,6021	2,5342	2,4630	2,3879	2,3487	2,3082	2,2664	2,2230	2,1778	2,1307
	2,5437	2,4753	2,4035	2,3275	2,2878	2,2468	2,2043	2,1601	2,1141	2,0658
	2,4935	2,4247	2,3522	2,2756	2,2354	2,1938	2,1507	2,1058	2,0589	2,0096
	2,4499	2,3807	2,3077	2,2304	2,1898	2,1477	2,1040	2,0584	2,0107	1,9604
	2,4117	2,3421	2,2686	2,1906	2,1497	2,1071	2,0629	2,0166	1,9681	1,9168
	2,3779	2,3080	2,2341	2,1555	2,1141	2,0712	2,0264	1,9796	1,9302	1,8780
	2,3479	2,2776	2,2033	2,1242	2,0825	2,0391	1,9938	1,9464	1,8963	1,8432
	2,3210	2,2504	2,1757	2,0960	2,0540	2,0102	1,9645	1,9165	1,8657	1,8117
	2,2967	2,2258	2,1508	2,0707	2,0283	1,9842	1,9380	1,8895	1,8380	1,7831
	2,2747	2,2036	2,1282	2,0476	2,0050	1,9605	1,9139	1,8649	1,8128	1,7570
	2,2547	2,1834	2,1077	2,0267	1,9838	1,9390	1,8920	1,8424	1,7897	1,7331
	2,2365	2,1649	2,0889	2,0075	1,9643	1,9192	1,8718	1,8217	1,7684	1,7110
	2,2197	2,1479	2,0716	1,9898	1,9464	1,9010	1,8533	1,8027	1,7488	1,6906
	2,2043	2,1323	2,0558	1,9736	1,9299	1,8842	1,8361	1,7851	1,7307	1,6717
	2,1900	2,1179	2,0411	1,9586	1,9147	1,8687	1,8203	1,7689	1,7138	1,6541
	2,1768	2,1045	2,0275	1,9446	1,9005	1,8543	1,8055	1,7537	1,6981	1,6377
	2,1646	2,0921	2,0148	1,9317	1,8874	1,8409	1,7918	1,7396	1,6835	1,6223
	2,0772	2,0035	1,9245	1,8389	1,7929	1,7444	1,6928	1,6373	1,5766	1,5089
	1,9926	1,9174	1,8364	1,7480	1,7001	1,6491	1,5943	1,5343	1,4673	1,3893
	1,9105	1,8337	1,7505	1,6587	1,6084	1,5543	1,4952	1,4290	1,3519	1,2539
	1,8307	1,7522	1,6664	1,5705	1,5173	1,4591	1,3940	1,3180	1,2214	1,0000

для степеней свободы ν_1										
	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
	968,63	976,71	984,87	993,10	997,25	1001,4	1005,6	1009,8	1014,0	1018,3
	39,398	39,415	39,431	39,448	39,456	39,465	39,473	39,481	39,490	39,498
	14,419	14,337	14,253	14,167	14,124	14,081	14,037	13,992	13,947	13,902
	8,8439	8,7512	8,6565	8,5599	8,5109	8,4613	8,4111	8,3604	8,3092	8,2573
	6,6192	6,5246	6,4227	6,3285	6,2780	6,2269	6,1752	6,1225	6,0693	6,0153
	5,4613	5,3662	5,2687	5,1684	5,1172	5,0652	5,0125	4,9587	4,9045	4,8491
	4,7611	4,6658	4,5678	4,4667	4,4150	4,3624	4,3089	4,2544	4,1989	4,1423
	4,2951	4,1997	4,1012	3,9995	3,9472	3,8940	3,8398	3,7844	3,7279	3,6702
	3,9639	3,8682	3,7694	3,6669	3,6142	3,5604	3,5055	3,4493	3,3918	3,3329

Окончание таблицы Г.8

ν_2	Квантили F-распределения уровня α = 0,975								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	6,9367	5,4564	4,8256	4,4683	4,2361	4,0721	3,9498	3,8549	3,7790
11	6,7241	5,2559	4,6300	4,2751	4,0440	3,8807	3,7586	3,6638	3,5879
12	6,5538	5,0959	4,4742	4,1212	3,8911	3,7283	3,6065	3,5118	3,4358
13	6,4143	4,9653	4,3472	3,9959	3,7667	3,6043	3,4827	3,3880	3,3120
14	6,2979	4,8567	4,2417	3,8919	3,6634	3,5014	3,3799	3,2853	3,2093
15	6,1995	4,7650	4,1528	3,8043	3,5764	3,4147	3,2934	3,1987	3,1227
16	6,1151	4,6867	4,0768	3,7294	3,5021	3,3406	3,2194	3,1248	3,0488
17	6,0420	4,6189	4,0112	3,6648	3,4379	3,2767	3,1556	3,0610	2,9849
18	5,9781	4,5597	3,9539	3,6083	3,3820	3,2209	3,0999	3,0053	2,9291
19	5,9216	4,5075	3,9034	3,5587	3,3327	3,1718	3,0509	2,9563	2,8800
20	5,8715	4,4613	5,8587	3,5147	3,2891	3,1283	3,0074	2,9128	2,8365
21	5,8266	4,4199	3,8188	3,4754	3,2501	3,0895	2,9686	2,8740	2,7977
22	5,7863	4,3828	3,7829	3,4401	3,2151	3,0546	2,9338	2,8392	2,7628
23	5,7498	4,3492	3,7505	3,4083	3,1835	3,0232	2,9024	2,8077	2,7313
24	5,7167	4,3187	3,7211	3,3794	3,1548	3,9946	2,8738	2,7791	2,7027
25	5,6864	4,2909	3,6943	3,3530	3,1287	2,9685	2,8478	2,7531	2,6766
26	5,6586	4,2655	3,6697	3,3289	3,1048	2,9447	2,8240	2,7293	2,6528
27	5,6331	4,2421	3,6472	3,3067	3,0828	2,9228	2,8021	2,7074	2,6309
28	5,6096	4,2205	3,6264	3,2863	3,0625	2,9027	2,7820	2,6872	2,6106
29	5,5878	4,2006	3,6072	3,2674	3,0438	2,8840	2,7633	2,6686	2,5919
30	5,5675	4,1821	3,5894	3,2499	3,0265	2,8667	2,7460	2,6513	2,5746
40	5,4239	4,0510	3,4633	3,1261	2,9037	2,7444	2,6238	2,5289	2,4519
60	5,2857	3,9253	3,3425	3,0077	2,7863	2,6274	2,5068	2,4117	2,3344
120	5,1524	3,8046	3,2270	2,8943	2,6740	2,5154	2,3948	2,2994	2,2217
∞	5,0239	3,6889	3,1161	2,7858	2,5665	2,4082	2,2875	2,1918	2,1136

Т а б л и ц а Г.9 — Значения квантилей F-распределения уровня α = 0,099

ν_2	Квантили F-распределения уровня α = 0,099								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4052,2	4999,5	5403,3	5624,6	5763,7	5859,0	5928,3	5981,1	6022,5
2	98,503	99,000	99,166	99,249	99,299	99,332	99,356	99,374	99,388
3	34,116	30,817	29,457	28,710	28,237	27,911	27,672	27,489	27,345
4	21,198	18,000	16,694	15,977	15,522	15,207	14,976	14,799	14,659
5	16,258	13,274	12,060	11,392	10,967	10,672	10,672	10,289	10,158
6	13,745	10,925	9,7795	9,1483	8,7459	8,4661	8,2600	8,1016	7,9761
7	12,246	9,5466	8,4513	7,8467	7,4604	7,1914	6,9928	6,8401	6,7188
8	11,259	8,6491	7,5910	7,0060	6,6318	6,3707	6,1776	6,0289	5,9106
9	10,561	8,0215	6,9919	6,4221	6,0569	5,8018	5,6129	5,4671	5,3511
10	10,044	7,5594	6,5523	5,9943	5,6363	5,3858	5,2001	5,0567	4,9424
11	9,6460	7,2057	6,2167	5,6683	5,3160	5,0692	4,8861	4,7445	4,6315
12	9,3302	6,9266	5,9526	5,4119	5,0643	4,8206	4,6395	4,4994	4,3875
13	9,0738	6,7010	5,7394	5,2053	4,8616	4,6204	4,4410	4,3021	4,1911
14	8,8616	6,5149	5,5639	5,0354	4,6950	4,4558	4,2779	4,1399	4,0297
15	8,6831	6,3589	5,4170	4,8932	4,5556	4,3183	4,1415	4,0045	3,8948
16	8,5310	6,2262	5,2922	4,7726	4,4374	4,2016	4,0259	3,8896	3,7804
17	8,3997	6,1121	5,1850	4,6690	4,3359	4,1015	3,9267	3,7910	3,6822
18	8,2854	6,0129	5,0919	4,5790	4,2479	4,0146	3,8406	3,7054	3,5971
19	8,1850	5,9259	5,0103	4,5003	4,1708	3,9386	3,7653	3,6305	3,5225

для степеней свободы ν_1									
10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
3,7168	3,6209	3,5217	3,4186	3,3654	3,3110	3,2554	3,1984	3,1399	3,0798
3,5257	3,4296	3,3299	3,2261	3,1725	3,1176	3,0613	3,0035	2,9441	2,8828
3,3736	3,2773	3,1772	3,0728	3,0187	2,9633	2,9063	2,8478	2,7874	2,7249
3,2497	3,1532	3,0527	2,9477	2,8932	2,8373	2,7797	2,7204	2,6590	2,5955
3,1469	3,0501	2,9493	2,8437	2,7888	2,7324	2,6742	2,6142	2,5519	2,4872
3,0602	2,9633	2,8621	2,7559	2,7006	2,6437	2,5850	2,5242	2,4611	2,3953
2,9862	2,8890	2,7875	2,6808	2,6252	2,5678	2,5085	2,4471	2,3831	2,3163
2,9222	2,8249	2,7230	2,6158	2,5598	2,5021	2,4422	2,3801	2,3154	2,2474
2,8664	2,7689	2,6667	2,5590	2,5027	2,4445	2,3842	2,3214	2,2558	2,1869
2,8173	2,7196	2,6171	2,5089	2,4523	2,3937	2,3329	2,2695	2,2032	2,1333
2,7737	2,6758	2,5731	2,4645	2,4076	2,3486	2,2873	2,2234	2,1562	2,0853
2,7348	2,6368	2,5338	2,4247	2,3675	2,3082	2,2465	2,1819	2,1141	2,0422
2,6998	2,6017	2,4984	2,3890	2,3315	2,2718	2,2097	2,1446	2,0760	2,0032
2,6682	2,5699	2,4665	2,3567	2,2989	2,2389	2,1767	2,1107	2,0415	1,9677
2,6396	2,5412	2,4374	2,3273	2,2693	2,2090	2,1460	2,0799	2,0099	1,9353
2,6135	2,5149	2,4110	2,3005	2,2422	2,1816	2,1183	2,0517	1,9811	1,9055
2,5895	2,4909	2,3867	2,2759	2,2174	2,1565	2,0928	2,0257	1,9545	1,8781
2,5676	2,4688	2,3644	2,2533	2,1946	2,1334	2,0693	2,0018	1,9299	1,8527
2,5473	2,4484	2,3438	2,2324	2,1735	2,1121	2,0477	1,9796	1,9072	1,8291
2,5286	2,4295	2,3248	2,2131	2,1540	2,0923	2,0276	1,9591	1,8861	1,8072
2,5112	2,4120	2,3072	2,1952	2,1359	2,0739	2,0089	1,9400	1,8664	1,7867
2,3882	2,2882	2,1819	2,0677	2,0069	1,9429	1,8752	1,8028	1,7242	1,6371
2,2702	2,1692	2,0613	1,9445	1,8817	1,8152	1,7440	1,6668	1,5810	1,4822
2,1570	2,0548	1,9450	1,8249	1,7597	1,6899	1,6141	1,5299	1,4327	1,3104
2,0483	1,9447	1,8326	1,7085	1,6402	1,5660	1,4835	1,3883	1,2684	1,0000

для степеней свободы ν_1									
10	11	12	15	20	30	40	60	120	∞
6055,8	6106,3	6157,3	6208,7	6234,6	6260,7	6286,8	6313,0	6339,4	6366,0
99,399	99,416	99,432	99,449	99,458	99,466	99,474	99,483	99,491	99,499
27,229	27,052	26,872	26,690	26,598	26,505	26,411	26,316	26,221	26,125
14,546	14,374	14,198	14,020	13,929	13,838	13,745	13,652	13,558	13,463
10,051	9,8883	9,7222	9,5527	9,4665	9,3793	9,2912	9,2020	9,1118	9,0204
7,8741	7,7183	7,5590	7,3958	7,3127	7,2285	7,1432	7,0568	6,9690	6,8861
6,6201	6,4691	6,3143	6,1554	6,0743	5,9921	5,9084	5,8236	5,7372	5,6495
5,8143	5,6668	5,5151	5,3591	5,2793	5,1981	5,1156	5,0316	4,9460	4,8588
5,2565	5,1114	4,9621	4,8080	4,7290	4,6486	4,5667	4,4831	4,3978	4,3105
4,8492	4,7059	4,5582	4,4054	4,3269	4,2469	4,1653	4,0819	3,9965	3,9090
4,5393	4,3974	4,2509	4,0990	4,0209	3,9411	3,8596	3,7761	3,6904	3,6025
4,2961	4,1553	4,0096	3,8584	3,7805	3,7008	3,6192	3,5355	3,4494	3,3608
4,1003	3,9603	3,8154	3,6646	3,5868	3,5070	3,4253	3,3413	3,2548	3,1654
3,9394	3,8001	3,6557	3,5052	3,4274	3,3476	3,2656	3,1813	3,0942	3,0040
3,8049	3,6662	3,5222	3,3719	3,2940	3,2141	3,1319	3,0471	3,2995	2,8684
3,6909	3,5527	3,4089	3,2588	3,1808	3,1007	3,0182	2,9330	3,8447	2,7528
3,5931	3,4552	3,3117	3,1615	3,0835	3,0032	2,9205	2,8348	2,7459	2,6530
3,5082	3,3706	3,2273	3,0771	2,9990	2,9185	2,8354	2,7493	2,6597	2,5660
3,4338	3,2965	3,1533	3,0031	2,9249	2,8442	2,7608	2,6742	2,5839	2,4893

Окончание таблицы Г.9

ν_2	Квантили F-распределения уровня α = 0,099								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	8,0960	5,8489	4,9382	4,4307	4,1027	3,8714	3,6987	3,5644	3,4567
21	8,0166	5,7804	4,8740	4,3688	4,0421	3,8117	3,6396	3,5056	3,3981
22	7,9454	5,7190	4,8166	4,3134	3,9880	3,7583	3,5867	3,4530	3,3458
23	7,8811	5,6637	4,7649	4,2635	3,9392	3,7102	3,5390	3,4057	3,2986
24	7,8229	5,6136	4,7181	4,2184	3,8951	3,6667	3,4959	3,3629	3,2560
25	7,7698	5,5680	4,6755	4,1774	3,8550	3,6272	3,4568	3,3239	3,2172
26	7,7213	5,5263	4,6366	4,1400	3,8183	3,5911	3,4210	3,2884	3,1818
27	7,6767	5,4881	4,6009	4,1056	3,7848	3,5580	3,3882	3,2558	3,1494
28	7,6356	5,4529	4,5681	4,0740	3,7539	3,5276	3,3581	3,2259	3,1195
29	7,5976	5,4205	4,5378	4,0449	3,7254	3,4995	3,3302	3,1982	3,0920
30	7,5625	5,3903	4,5097	4,0179	3,6990	3,4735	3,3045	3,1726	3,0665
40	7,3141	5,1785	4,3126	3,8283	3,5138	4,2910	3,1238	2,9930	2,8876
60	7,0771	4,9774	4,1259	3,6491	3,3387	3,1187	2,9530	2,8233	2,7185
120	6,8510	4,7865	3,9491	3,4796	3,1735	2,9559	2,7918	2,6629	2,5586
∞	6,6349	4,6052	3,7816	3,3192	3,0173	2,8020	2,6393	2,5113	2,4073

	для степеней свободы ν_1									
	10	11	12	15	20	30	40	60	120	∞
	3,3682	3,2311	3,0880	2,9377	2,8594	2,7785	2,6947	2,6077	2,5168	2,4212
	3,3098	3,1729	3,0299	2,8796	2,8011	2,7200	2,6359	2,5484	2,4568	2,3603
	3,2576	3,1209	2,9780	2,8274	2,7488	2,6675	2,5831	2,4951	2,4029	2,3055
	3,2106	3,0740	2,9311	2,7805	2,7017	2,6202	2,5355	2,4471	2,3542	2,2559
	3,1681	3,0316	2,8887	2,7380	2,6591	2,5773	2,4923	2,4035	2,3099	2,2107
	3,1294	2,9931	2,8502	2,6993	2,6203	2,5383	2,4530	2,3637	2,2695	2,1694
	3,0941	2,9579	2,8150	2,6640	2,5848	2,5026	2,4170	2,3273	2,2325	2,1315
	3,0618	2,9256	2,7827	2,6316	2,5522	2,4699	2,3840	2,2938	2,1984	2,0965
	3,0320	2,8959	2,7530	2,6017	2,5223	2,4397	2,3535	2,2629	2,1670	2,0642
	3,0045	2,8685	2,7256	2,5742	2,4946	2,4118	2,3253	2,2344	2,1378	2,0342
	2,9791	2,8431	2,7002	2,5487	2,4689	2,3860	2,2992	2,2079	2,1107	2,0062
	2,8005	2,6648	2,5216	2,3689	2,2880	2,2034	2,1142	2,0194	1,9172	1,8047
	2,6318	2,4961	2,3523	2,1978	2,1154	2,0285	1,9360	1,8363	1,7263	1,6006
	2,4721	2,3363	2,1915	2,0346	1,9500	1,8600	1,7628	1,6557	1,5330	1,3805
	2,3209	2,1848	2,0385	1,8783	1,7908	1,6964	1,5923	1,4730	1,3246	1,0000

УДК 658.562.012.7:65.012.122:006.354 ОКС 03.120.30 Т59

Ключевые слова: статистические методы, прикладная статистика, точечное и интервальное оценивание, проверка гипотез, нормальное распределение

Редактор *Т.С. Шеко*
Технический редактор *Н.С. Гришанова*
Корректор *Т.И Кононенко*
Компьютерная верстка *Е.Н. Мартемьяновой*

Изд. лиц. № 02354 от 14.07.2000. Сдано в набор 20.01.2004. Подписано в печать 16.03.2004. Усл. печ. л. 5,12. Уч.-изд. л. 4,50. Тираж 670 экз. С 1126. Зак. 291.

ИПК Издательство стандартов, 107076 Москва, Колодезный пер., 14.
http://www.standards.ru e-mail: info@standards.ru
Набрано в Издательстве на ПЭВМ
Отпечатано в филиале ИПК Издательство стандартов — тип. «Московский печатник», 105062 Москва, Лялин пер., 6.
Плр № 080102